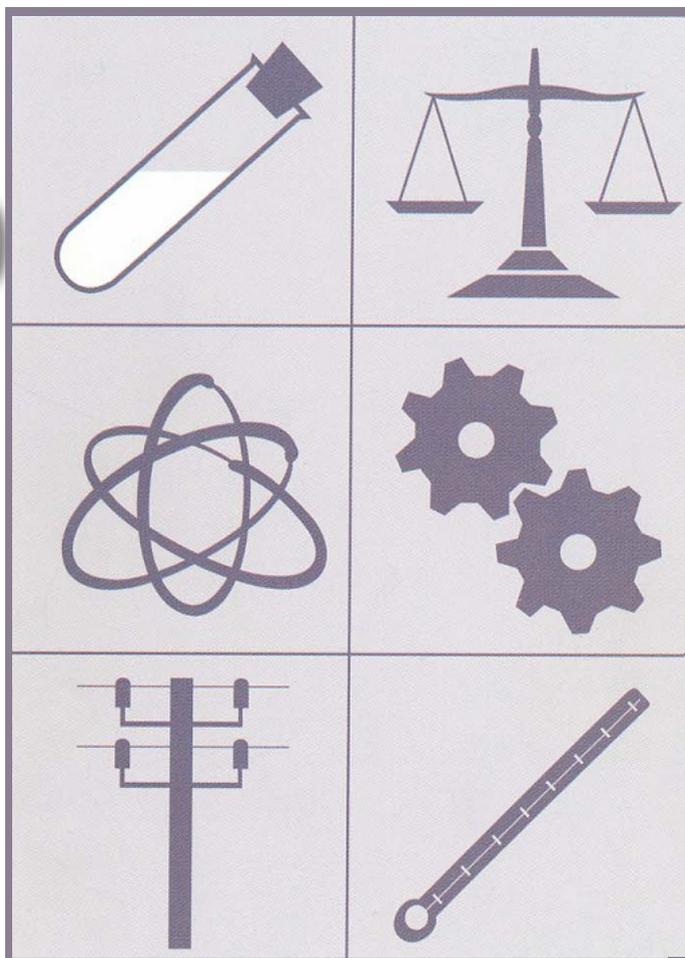


Metrología

PROCEDIMIENTO DE CALIBRACIÓN



PROCEDIMIENTO EL-013 PARA LA CALIBRACIÓN
DE INDUCTANCIAS PATRÓN

ñ 12



MINISTERIO
DE INDUSTRIA, ENERGÍA
Y TURISMO

CEM
CENTRO ESPAÑOL
DE METROLOGÍA

La presente edición de este procedimiento se emite exclusivamente en formato digital y puede descargarse gratuitamente de nuestra página web (www.cem.es).

El procedimiento ha sido revisado, corregido y actualizado, respecto a la edición anterior en papel.

Este procedimiento de calibración es susceptible de modificación permanente a instancia de cualquier persona o entidad. Las propuestas de modificación se dirigirán por escrito, justificando su necesidad, a cualquiera de las siguientes direcciones:

Correo postal:

Centro Español de Metrología
C/ del Alfar, 2,
28760 Tres Cantos, Madrid

Correo electrónico:

cem@cem.es



ÍNDICE

	Página
1. OBJETO	4
2. ALCANCE	4
3. DEFINICIONES.....	4
4. GENERALIDADES.....	8
5. DESCRIPCIÓN.....	11
5.1. Equipos y materiales	11
5.2. Operaciones previas.....	12
5.3. Proceso de calibración.....	15
5.4. Toma y tratamiento de datos.....	21
6. RESULTADOS.....	23
6.1. Cálculo de incertidumbres.....	23
6.2. Interpretación de resultados.....	47
7. REFERENCIAS	48
7.1. Documentos necesarios.....	48
7.2. Otras referencias para consulta.....	48
8. ANEXOS	49



1. OBJETO

El presente procedimiento tiene por objeto dar a conocer los métodos y la sistemática necesaria para realizar la calibración de inductancias patrón.

Según la Clasificación de instrumentos de Metrología Eléctrica [1], este instrumento se denomina técnicamente “Inductancia fija patrón”, y su código de identificación es el EE-02.01, no obstante se empleará la denominación de inductancia a lo largo de este procedimiento, por ser esta última mayoritariamente empleada tanto en empresas como en laboratorios.

2. ALCANCE

El ámbito de aplicación del presente procedimiento se limita a la calibración de inductancias mediante el uso de puentes de medida de inductancia.

Siempre que se satisfaga el principio básico de que la incertidumbre de calibración no sea mayor de un tercio, y preferiblemente de una décima, del error de utilización permitido para el instrumento a calibrar [2], será aconsejable utilizar el procedimiento de calibración aquí descrito.

Este procedimiento es aplicable a la calibración de inductancias patrón, los valores típicos que existen en el mercado de este tipo de inductancias son 100 μ H, 1 mH, 10 mH, 100 mH, 1 H y 10 H.

3. DEFINICIONES

Son de aplicación las definiciones generales de la referencia [6] que se indican a continuación, además de otras específicas para el presente procedimiento.

Ajuste (de un instrumento de medida) [6] (3.11)



Conjunto de operaciones realizadas sobre un **sistema de medida** para que proporcione **indicaciones** prescritas, correspondientes a **valores** dados de la **magnitud** a medir.

NOTA 1: Diversos tipos de ajuste de un sistema de medida son: **ajuste de cero**, ajuste del *offset* (*desplazamiento*) y ajuste de la amplitud de escala (denominado también ajuste de ganancia).

NOTA 2: No debe confundirse el ajuste de un sistema de medida con su propia calibración, que es un requisito para el ajuste.

NOTA 3: Después de su ajuste, generalmente un sistema de medida debe ser calibrado nuevamente.

Calibración [6] (2.39)

Operación que bajo condiciones especificadas establece, en una primera etapa, una relación entre los **valores** y sus **incertidumbres de medida** asociadas obtenidas a partir de los **patrones de medida**, y las correspondientes **indicaciones** con sus incertidumbres asociadas y, en una segunda etapa, utiliza esta información para establecer una relación que permita obtener un **resultado de medida** a partir de una indicación.

NOTA 1: Una calibración puede expresarse mediante una declaración, una función de calibración, un diagrama de calibración, una curva de calibración o una tabla de calibración. En algunos casos, puede consistir en una corrección aditiva o multiplicativa de la indicación con su incertidumbre correspondiente.

NOTA 2: Conviene no confundir la calibración con el **ajuste de un sistema de medida**, a menudo llamado incorrectamente “autocalibración”, ni con una **verificación** de la calibración.

NOTA 3: Frecuentemente se interpreta que únicamente la primera etapa de esta definición corresponde a la calibración. aplicar en las indicaciones.

Factor de calidad “Q”

Relación entre la reactancia inductiva de una inductancia y su resistencia en corriente continua. A partir de los valores medidos de inductancia y resistencia se calcula el factor de calidad con la expresión:

$$Q = \frac{L \cdot \omega}{r_{CC}} = \frac{L \cdot 2 \cdot \pi \cdot f}{r_{CC}}$$

siendo:

L : Valor medido de la inductancia a la frecuencia f .

f : Frecuencia a la que se ha medido L .

r_{CC} : Resistencia de L medida en corriente continua

Incertidumbre de medida [6] (3.9)

Parámetro no negativo que caracteriza la dispersión de los **valores** atribuidos a un **mensurando**, a partir de la información que se utiliza.

NOTA 1: La incertidumbre de medida incluye componentes procedentes de efectos sistemáticos, tales como componentes asociadas a correcciones y a valores asignados a patrones, así como la incertidumbre debida a la definición. Algunas veces no se corrigen los efectos sistemáticos estimados y en su lugar se tratan como componentes de incertidumbre.

NOTA 2: El parámetro puede ser, por ejemplo, una desviación típica, en cuyo caso se denomina **incertidumbre típica de medida** (o un múltiplo de ella) , o una semiamplitud con una **probabilidad de cobertura** determinada.

NOTA 3 En general, la incertidumbre de medida incluye numerosas componentes. Algunas pueden calcularse mediante una evaluación tipo A de la incertidumbre de medida, a partir de la distribución estadística de los valores que proceden de las series de mediciones y pueden caracterizarse por desviaciones típicas. Las otras componentes, que pueden calcularse mediante una evaluación tipo B de la incertidumbre de medida, pueden caracterizarse también por desviaciones típicas, evaluadas a partir de funciones de densidad de probabilidad basadas en la experiencia u otra información.

NOTA 4 En general, para una información dada, se sobrentiende que la incertidumbre de medida está asociada a un valor determinado atribuido al mensurando. Por tanto, una modificación de este valor supone una modificación de la incertidumbre asociada.



Puente de medida de inductancias digital:

Instrumento de medida directa de inductancias en configuración serie o paralelo, dentro de un margen de rangos y frecuencias determinado. La presentación de la medida es por medio de una pantalla en forma numérica. Según la Clasificación de instrumentos de Metrología Eléctrica [1], este instrumento se denomina técnicamente “Puente numérico para la medida de inductancia, capacidad y resistencia”, y su código de identificación es el EE-13.01.

Resolución (de un dispositivo visualizador) [6] (4.15)

Mínima diferencia entre **indicaciones** visualizadas, que puede percibirse de forma significativa

Trazabilidad [6] (2.41)

Propiedad de un **resultado de medida** por la cual el resultado puede relacionarse con una referencia mediante una cadena ininterrumpida y documentada de **calibraciones**, cada una de las cuales contribuye a la **incertidumbre de medida**

NOTA 1: En esta definición, la referencia puede ser la definición de una **unidad de medida**, mediante una realización práctica, un **procedimiento de medida** que incluya la unidad de medida cuando se trate de una **magnitud no ordinal**, o un **patrón**.

NOTA 2: La trazabilidad metrológica requiere una **jerarquía de calibración** establecida.

NOTA 3: La especificación de la referencia debe incluir la fecha en la cual se utilizó dicha referencia, junto con cualquier otra información metrológica relevante sobre la referencia, tal como la fecha en que se haya realizado la primera calibración en la jerarquía.

NOTA 4: Para **mediciones** con más de una **magnitud de entrada** en el **modelo de medición**, cada **valor** de entrada debiera ser metrológicamente trazable y la jerarquía de calibración puede tener forma de estructura ramificada o de red. El esfuerzo realizado para establecer la trazabilidad



metrológica de cada valor de entrada debería ser en proporción a su contribución relativa al resultado de la medición.

NOTA 5: La trazabilidad metrológica de un resultado de medida no garantiza por sí misma la adecuación de la incertidumbre de medida a un fin dado, o la ausencia de errores humanos.

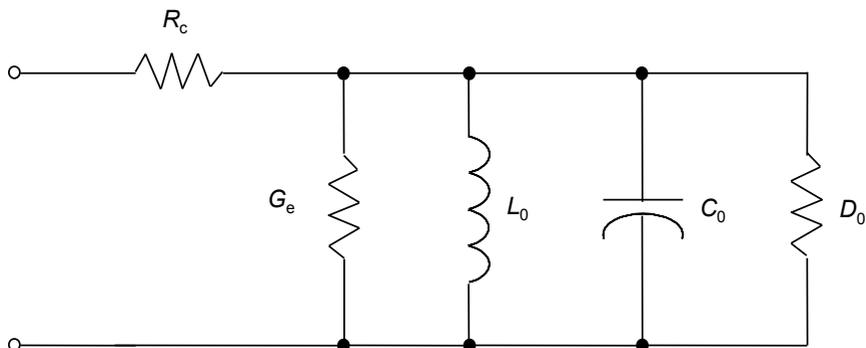
NOTA 6: La comparación entre dos patrones de medida puede considerarse como una calibración si ésta se utiliza para comprobar, y si procede, corregir el valor y la incertidumbre atribuidos a uno de los patrones.

NOTA 7: La ILAC considera que los elementos necesarios para confirmar la trazabilidad metrológica son: una **cadena de trazabilidad** metrológica ininterrumpida a un **patrón internacional** o a un **patrón nacional**, una incertidumbre de medida documentada, un procedimiento de medida documentado, una competencia técnica reconocida, la trazabilidad metrológica al **SI** y los intervalos entre calibraciones (véase ILAC P-10:2002).

NOTA 8: Algunas veces el término abreviado “trazabilidad” se utiliza en lugar de “trazabilidad metrológica” así como para otros conceptos, como trazabilidad de una muestra, de un documento, de un instrumento, de un material, etc., cuando interviene el historial (“traza”) del elemento en cuestión. Por tanto, es preferible utilizar el término completo “trazabilidad metrológica” para evitar confusión.

4. GENERALIDADES

La inductancia patrón, cuyo circuito equivalente viene dado en la Figura 1, consiste en un toroide bobinado uniformemente sobre un núcleo cerámico que presenta un campo magnético externo prácticamente despreciable, por lo que no hay interferencias con campos magnéticos exteriores. Para darle una configuración estable el bobinado está rodeado de viruta de corcho y gel de sílice y finalmente se ha introducido en una caja de aluminio la cual se ha rellenado de un material conglomerante que al secarse impide que se puedan mover las espiras.



- R_c : Resistencia en serie de la inductancia.
- G_e : Conductancia debida pérdidas por corrientes parásitas.
- C_0 : Capacidad distribuida de la inductancia.
- D_0 : Factor de disipación de la capacidad distribuida.
- L_0 : Inductancia.

Figura 1: Circuito equivalente de una inductancia patrón

Las inductancias tienen tres terminales, dos conectados directamente a los extremos de la bobina interna y marcados con “HI” y “LOW” y el tercero unido a la caja y marcado con “GND”, Figura 2. La inductancia puede así medirse en dos o tres terminales, aunque generalmente la medida de una inductancia patrón se da en dos terminales, de modo que el terminal “GND” está siempre unido al terminal “LOW” por medio de una barra cortocircuitadora suministrada por el fabricante con cada inductancia.

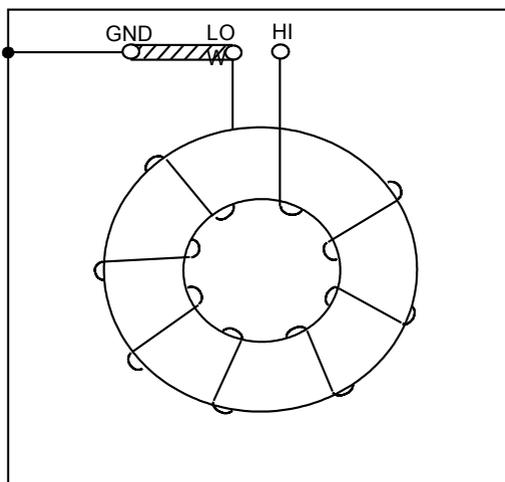


Figura 2: Inductancia patrón

La inductancia calibrada (L_x) en una inductancia patrón es la variación de medida de inductancia que se produce en el puente de medida de inductancia al sustituir un cortocircuito (L_0) por la inductancia a medir (L_x), de modo que:

$$L_x = L_M - L_0$$

Puesto que la inductancia varía generalmente con la frecuencia y la corriente de medida, su calibración exige especificar la frecuencia y la corriente a la que se ha medido.

Otro parámetro importante a conocer en las inductancias es el factor de calidad Q (también conocido como factor de almacenamiento), este se obtiene a partir del valor de resistencia (r_{cc}) medido en corriente continua utilizando la expresión:

$$Q = \frac{L \cdot \omega}{r_{cc}}$$

siendo el valor de r_{cc} , o el de Q , otro de los parámetros que debe aparecer en el certificado de calibración.



Básicamente el principio de calibración consiste en:

- a) Preparación del puente para medida de L_{serie} a la frecuencia e intensidad de medida deseadas.
- b) Medida de la inductancia residual de los cables de medida antes de conectarlos a la inductancia patrón, estos cables deben cortocircuitarse por los extremos donde más tarde se conectarán a la inductancia a medir.
- c) Medida de la inductancia patrón.
- d) Cálculo del valor de la inductancia patrón, restando al valor medido en el paso “c” el valor medido en el paso “b”.
- e) Medida de la resistencia en corriente continua de la inductancia mediante el uso de un multímetro.

5. DESCRIPCIÓN

5.1. Equipos y materiales

Para realizar la calibración descrita en este procedimiento es necesario disponer de:

- Un puente de medida de inductancias que permita que la incertidumbre de calibración, no sea mayor de un tercio de la tolerancia permitida para la inductancia que se desea calibrar durante su uso habitual. Este puente debe tener capacidad para la medida de inductancia en los rangos y frecuencias a los que se va a medir el conjunto de inductancias que se desean calibrar.

La instrumentación actualmente existente, permite disponer de puentes de medida de inductancia con incertidumbre de medida relativa a los patrones de calibración en el entorno del 0,02 % de la lectura a la frecuencia de referencia de 1 kHz en la escala central del puente, variando en sentido creciente al separarse de esta escala y de la frecuencia indicada.



En el ejemplo práctico que se incluye en el apartado 8 “Anexos”, se utiliza un puente de medida como el indicado, con 6 1/2 dígitos y se supone que su incertidumbre de uso por medida directa después de considerar la incertidumbre de calibración, es de (0,03 % de la lectura + 5 μ H). Esta incertidumbre puede ser mejorada si previamente se normaliza el puente con respecto a un patrón de referencia del mismo valor nominal de la inductancia que se va a calibrar, este método, además de exigir el disponer del patrón de referencia mencionado, es de aplicación a laboratorios de nivel superior y no es objeto de este procedimiento.

- Un multímetro digital cuya presentación en su función de medida de resistencia disponga de al menos 5 dígitos, con la opción de medida a cuatro hilos.

NOTA:

En el ejemplo práctico se utilizará un multímetro de 5 1/2 dígitos con una incertidumbre de calibración de \pm (0,05 % de la lectura + 0,003 Ω) en la escala en que se va a utilizar, midiendo en cuatro terminales.

- Un juego de cables apantallados, para hacer las conexiones entre el puente de inductancias y la inductancia a calibrar, este juego de cables normalmente es un accesorio del puente de inductancias.
- Un juego de cables de medida a cuatro hilos, para la medida de resistencia con el multímetro.
- Un registrador gráfico de temperatura y humedad relativa.

5.2. Operaciones previas

Antes de iniciar la calibración se realizarán las siguientes operaciones previas:



ADVERTENCIA: En la instrumentación utilizada para la calibración, están presentes, bien en los terminales externos o internamente, durante la realización de la calibración o de las comprobaciones que fuera necesario realizar, tensiones peligrosas para las personas. Para evitar daños irreparables, deben ser observadas todas las precauciones de trabajos con tensión, siguiendo de forma ordenada la secuencia de operaciones indicadas en el procedimiento. En cualquier caso tomar como referencia las instrucciones facilitadas por los fabricantes en sus manuales técnicos, para evitar riesgos al personal que realiza la calibración.

- a) Se comprobará que la inductancia está identificada de forma permanente con su marca, modelo y número de serie correspondiente, o con un código interno unívoco del propietario de la inductancia. Si no fuera así se le asignará un código de identificación que se adherirá o fijará de forma segura sobre la inductancia.
- b) Se estudiará el manual de instrucciones de la inductancia a calibrar, de forma que la persona que realice la calibración esté familiarizada con su manejo. Las inductancias a las que se aplica este procedimiento no disponen de ningún tipo ajuste.
- c) Se comprobará el estado de sus bornas de conexión, realizándose la limpieza de las mismas si es necesario. Verificar que está colocado el cortocircuito entre los terminales “LOW” y “GND” de la inductancia.
- d) Se fijará, cuando sea posible, cuál es la tolerancia de uso asignada a la inductancia, pudiendo coincidir con las especificaciones del fabricante, o estar calculada en función del uso concreto al que se destina la inductancia.
- e) Se dispondrá de los manuales técnicos de usuario del puente de inductancias y del multímetro, y la persona que realice la calibración estará familiarizada con su manejo.
- f) Se comprobará, consultando sus manuales técnicos, el estado de calibración del puente de inductancias y del multímetro, si



disponen de su certificado de calibración en vigor, y si dichos certificados garantizan la trazabilidad e incertidumbre apropiadas a las medidas que se van a realizar en el transcurso de la calibración.

- g) Se comprobará que el valor nominal de la tensión de alimentación y las posibles variaciones son adecuadas para el funcionamiento del puente de inductancias y del multímetro. Normalmente una tensión de $230\text{ V} \pm 10\%$ es adecuada para el funcionamiento de la mayoría de los equipos. En cualquier caso consultar los manuales de instrucciones del puente de inductancias y del multímetro.
- h) Los patrones utilizados y la inductancia a calibrar, deberán haber permanecido en la sala de calibración al menos veinticuatro horas antes de continuar con el procedimiento.
- i) Se conectarán a la red de alimentación eléctrica el puente de inductancias y el multímetro, durante un tiempo previo al inicio de la calibración para conseguir la estabilización térmica. El tiempo de estabilización térmica cambia de un instrumento a otro, por lo que se debe consultar su manual técnico.
- j) La calibración se realizará manteniendo una temperatura ambiente comprendida entre 22 °C y 24 °C incluida su incertidumbre de medida, margen normal en el que los puentes de inductancias y multímetros mantienen sus especificaciones, no incidiendo excesivamente en la inductancia a medir dado su coeficiente de temperatura de $30\text{ }\mu\text{H/°C}$. Es posible realizar la calibración a temperaturas distintas de las anteriormente indicadas, pero en este caso será necesario tener en cuenta este hecho en la asignación de incertidumbres de calibración.
- k) La humedad relativa no sobrepasará el 70% , aunque en algunos casos es posible admitir valores de hasta el 80% (consultar para ello los manuales del puente de inductancias y del multímetro). Las inductancias patrón, por estar selladas herméticamente, no se ve afectada por la humedad.



- l) Se comprobará que el puente de inductancias y el multímetro están conectados a una base de enchufe que incluya un conductor de protección o toma de tierra, como medida elemental de protección frente a contactos indirectos.

5.3. Proceso de calibración

5.3.1. Secuencias posibles de calibración

El proceso de calibración, al tratarse de inductancias fijas sin posibilidad de ajuste, solamente consiste en la calibración directa, dando como resultado la corrección con respecto al valor nominal, asociado a la incertidumbre de calibración calculada.

5.3.2. Definición de los puntos de medida

Las inductancias patrón utilizadas en los laboratorios, que son las que se van a calibrar en este procedimiento, están certificadas en un punto de frecuencia, generalmente 1 kHz y la configuración utilizada en la inductancia es L_{serie} dos terminales, para lo cual el terminal “Low” de la inductancia debe estar conectado al terminal “GND” de la misma con el propio cortocircuito que viene en la inductancia. Es posible realizar medidas en otros puntos de frecuencia, por ejemplo 100 Hz, siendo el método de medida exactamente igual al aquí descrito, excepto que previamente hay que ajustar el puente de medida para la frecuencia de medida deseada, los pasos a seguir este ajuste deben consultarse en el manual técnico del puente.

Partiendo de la máxima potencia que permite la inductancia, 200 mW, la potencia de medida será como máximo 1/10 de la máxima. Dado que el coeficiente de potencia de la inductancia es de $\pm 0,03 \mu\text{H/mW}$, se disminuye notablemente su contribución a la incertidumbre.

La intensidad de medida del puente debe ajustarse, siguiendo las pautas indicadas en su manual técnico, para la intensidad calculada a la que se va a medir la inductancia.



Por ejemplo, para una inductancia de 100 mH las condiciones de medida son las siguientes:

Configuración de medida: L_{serie}

Frecuencia de medida: 1 kHz.

Intensidad de medida: 15 mA (\approx 18 mW).

Para la medida de la resistencia de la inductancia con el multímetro, se utiliza la escala de 100 Ω con una intensidad de medida de 1 mA, con lo que la potencia disipada será de 0,08 mW. En todo caso la intensidad de medida de la resistencia de la inductancia no debe superar a la intensidad de medida de la inductancia para que su influencia sobre la incertidumbre sea mínima.

El número de medidas a realizar, por cada punto, que se aconseja es de diez.

5.3.3. Conexiones y realización de las medidas

Las conexiones entre el puente de medida de inductancias y la inductancia a medir deben de realizarse con cables apantallados: generalmente los puentes de medida de inductancia disponen de sus propios cables de medida que se conectan directamente a la inductancia a medir.

Medida de la inductancia serie

Antes de iniciar la calibración preparar el puente de medida de inductancia serie. Los pasos más comúnmente utilizados en un puente para su preparación para la medida son:

- a) Encenderlo y esperar el tiempo indicado en su manual técnico para su estabilización térmica.
- b) Seleccionar medida de L_{serie} a la frecuencia de 1 kHz.



- c) Realizar los ajustes de cortocircuito y circuito abierto siguiendo las instrucciones de su manual técnico, si dispone de esta posibilidad.

NOTA:

Es muy importante que la posición relativa de los cables de medida no varíe durante todo el proceso de medida. La inductancia a medir debe estar separada de cualquier objeto metálico al menos 40 cm.

Cortocircuitar los cables de medida del puente de inductancia, Figura 3; una vez estabilizada la indicación del puente anotarla como valor L_0 .

Deshacer el cortocircuito anterior y conectar la inductancia a medir al puente de medida, Figura 4, los cables de medida deben quedar separados entre sí la misma distancia que en la medida de L_0 . Una vez estabilizada la indicación del puente anotarla como L_M .

Repetir diez veces este procedimiento de medida para cada inductancia medida, anotar los resultados obtenidos y las condiciones ambientales en las que se han realizado las medidas. Entre cada medida debe transcurrir un mínimo de dos horas con un máximo de cinco medidas diarias. Debido a la gran masa de las inductancias patrón, el cambio de temperatura en su interior es lento, por lo que se recomienda un tiempo mínimo entre medidas.

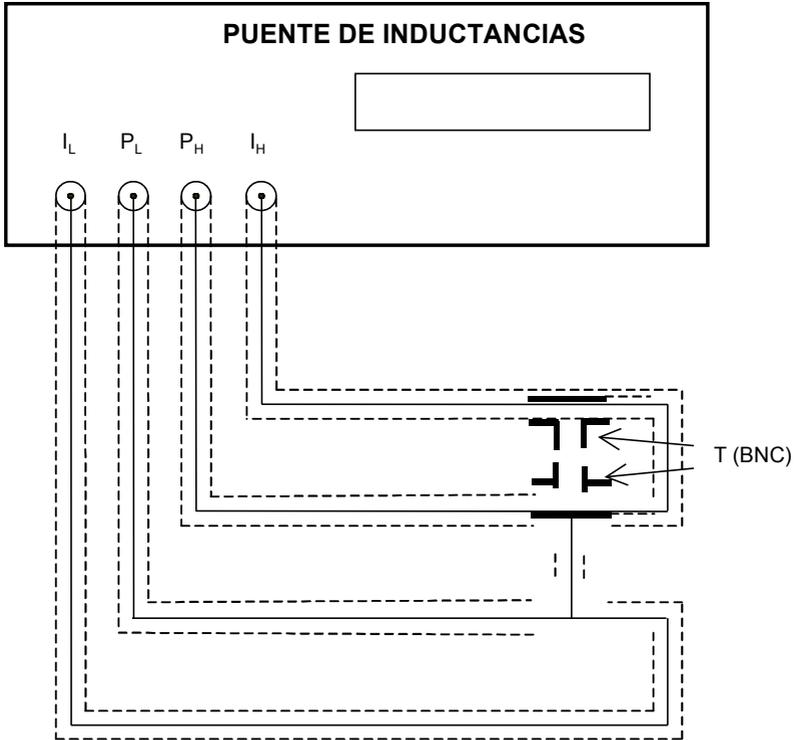


Figura 3: Cortocircuitando los cables de medida del puente

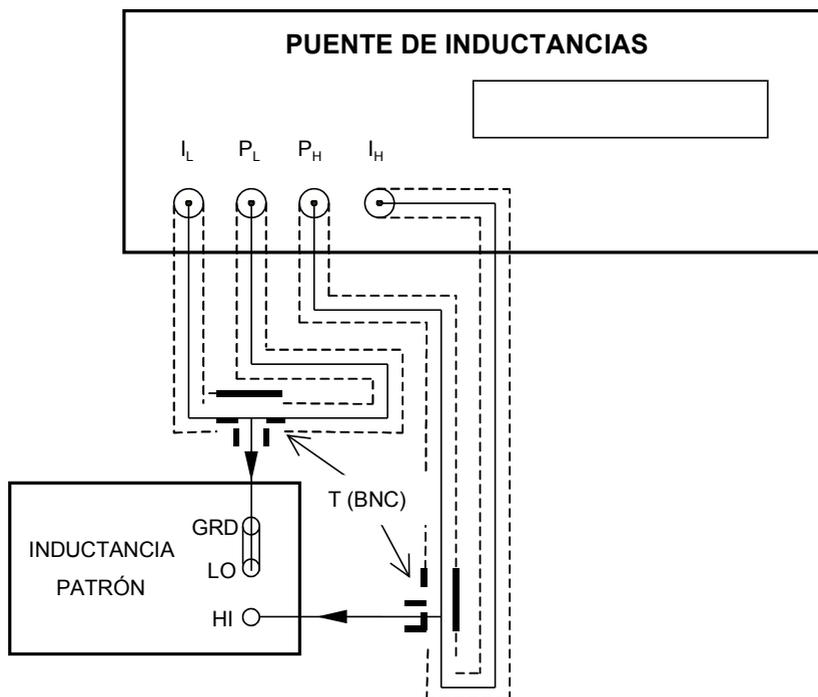


Figura 4: Conexión de la inductancia al puente

Medida de la resistencia de la inductancia en corriente continua

Desconectar la inductancia a medir del puente de inductancia.

En el multímetro seleccionar la función de medida de resistencia en cuatro terminales y la escala adecuada, si el multímetro permite elegir entre dos intensidades para la medida de resistencia, normal y baja, seleccionar la normal puesto que en todo caso la potencia disipada es inferior a 1

mW. Las escalas de resistencia a utilizar para las diferentes inductancias son las siguientes:

10 H.....	10 k Ω
1 H.....	1 k Ω
100 mH.....	100 Ω
10 mH.....	10 Ω
1 mH.....	1 Ω
100 μ H.....	1 Ω

Cortocircuitar los cables de medida del multímetro, Figura 5, y pulsar la tecla correspondiente para hacerle el cero, una vez estabilizada la lectura anotarla en la tabla correspondiente.

Conectar los cables de medida del multímetro a la inductancia, Figura 6.

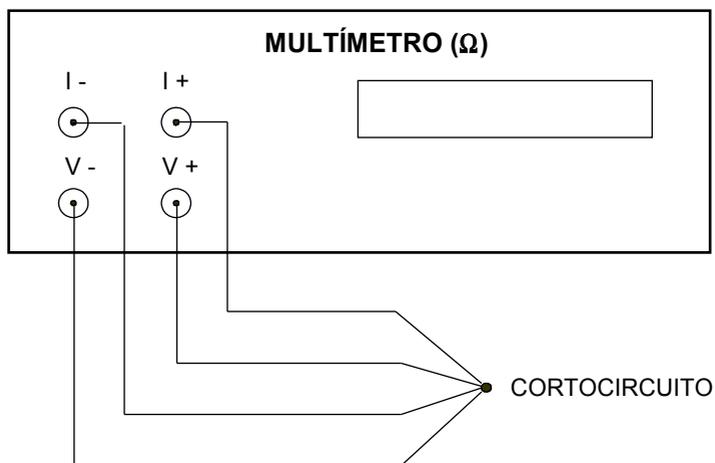


Figura 5: Ajuste del cero del multímetro



Figura 6: Conexión del multímetro a la inductancia

Esperar hasta que se establezca la lectura del multímetro y anotar el valor medido en la tabla correspondiente.

Repetir diez veces este procedimiento de medida para cada inductancia medida, anotar los resultados obtenidos y las condiciones ambientales en las que se han realizado las medidas. Entre cada medida debe transcurrir un mínimo de dos horas con un máximo de cinco medidas diarias. La medida de resistencia debe realizarse siempre inmediatamente después de la medida de inductancia

5.4. Toma y tratamiento de datos

Para cada punto de calibración se anotarán los siguientes datos:



Valor de la frecuencia de medida del puente de inductancias.

Valor de la intensidad de medida del puente de inductancias.

Valores de L_0 y L_M medidos.

Valores de L_x , calculados a partir de $L_x = L_M - L_0$.

Valores de resistencia R_0 y R_M medidos.

Valores de R_x , calculados a partir de $R_x = R_M - R_0$.

Valor de la intensidad de medida del multímetro en la escala utilizada.

Asimismo se deberá dejar registro de las condiciones ambientales significativas, temperatura ambiente y humedad relativa.

Aplicar a las medidas obtenidas el criterio de aceptación/rechazo de Chauvenet. De acuerdo con dicho criterio, para diez medidas sólo puede rechazarse una de ellas. En caso de que hubiera que rechazar más de una, debe repetirse la serie de medidas completa.

La toma de datos se podrá realizar de forma manual o, si el puente de medida de inductancia lo permite, por ejemplo mediante ordenador y un “bus” de comunicación IEEE. En el último caso se deberá validar el programa informático utilizado antes de realizar la calibración, y se conservarán los ficheros de datos primarios que permitan reconstruir la calibración automática realizada.

La validación del programa informático puede consistir en realizar una vez los cálculos manualmente, partiendo de los mismos datos que ha utilizado el programa informático, y comprobando que los resultados obtenidos son los mismos que se obtuvieron utilizando el programa. Deben conservarse los cálculos obtenidos por los dos métodos así como los registros obtenidos, indicando en ellos todas las condiciones de medida: frecuencia e intensidad de medida, condiciones ambientales, etc.



Calcular el valor medio de las medidas obtenidas para L_x y R_x mediante la expresión:

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n q_k$$

siendo q la magnitud medida y n el número de medidas realizadas.

Los valores medio de L_x y R_x se refieren a la media de las temperaturas observadas durante las medidas.

6. RESULTADOS

6.1. Cálculo de incertidumbres

La asignación y expresión de incertidumbres se realizará siguiendo los criterios de la guía CEA-ENAC-LC/02 [3]. En primer lugar se determinará la expresión de la magnitud de salida (que es la corrección a aplicar a la inductancia a calibrar en cada punto de calibración), en función de las distintas magnitudes de entrada.

6.1.1. Inductancia

La determinación del error, ΔL_{IX} , de la indicación obtenida en el puente de inductancia, requiere que se realicen dos medidas, una primera con los cables de medida en cortocircuito y la segunda con la inductancia a medir conectada a los cables de medida del puente:

$$\Delta L_{IX} = (\bar{L}_{IX} + \delta L_{IXres} + \delta L_{IXcal} + \delta L_{IXcurva} + \delta L_{IXder} + \delta L_{IXT}) - (L_{nom} + \delta L_{IXTind} + \delta L_{IXPind} + \bar{L}_{I0} + \delta L_{I0res} + \delta L_{I0cal} + \delta L_{I0curva} + \delta L_{I0der} + \delta L_{I0T})$$

donde:

ΔL_{IX} : corrección al valor nominal de la inductancia.

\bar{L}_{IX} : valor medio de las lecturas del puente cuando se mide la inductancia.



- δL_{IXres} : corrección de las medidas de la inductancia debida a la resolución finita del puente.
- δL_{IXcal} : corrección de las medidas de la inductancia debida a la incertidumbre de calibración del puente.
- $\delta L_{IXcurva}$: corrección de las medidas de la inductancia debida a la curva de calibración del puente (función obtenida a partir de los puntos de calibración del puente y que se utiliza para corregir sus lecturas). En el certificado podrá venir indicado el tipo de ajuste aplicado, junto a los valores que definen dicha curva. Generalmente depende del propio punto medido.
- δL_{IXder} : corrección de las medidas de la inductancia debida a la deriva del puente con el tiempo. Se obtiene a partir del historial conocido del instrumento, o en su defecto, de sus especificaciones. Depende del tiempo transcurrido desde la última calibración y del punto medido.
- δL_{IXT} : corrección de las medidas de la inductancia debida a la influencia de la temperatura sobre el puente.
- L_{nom} : valor nominal de la inductancia. No genera incertidumbre adicional.
- δL_{IXTind} : corrección del valor de la inductancia debida a la influencia de la temperatura a la que está sometida. Se calcula a partir de las especificaciones de la inductancia y de la temperatura.
- δL_{IXPind} : corrección del valor de la inductancia debida a la potencia disipada en la inductancia durante la medida. Se calcula a partir de las

especificaciones de la inductancia y de la intensidad aplicada durante la medida.

- \bar{L}_{10} : valor medio de las lecturas del puente cuando se mide la inductancia de los cables en cortocircuito.
- δL_{10res} : corrección de las medidas de la inductancia debida a la resolución finita puente, cuando se mide la inductancia de los cables en cortocircuito.
- δL_{10cal} : corrección de la medida de la inductancia de los cables en cortocircuito debida a la incertidumbre de calibración del puente.
- $\delta L_{10curva}$: corrección de la medida de la inductancia de los cables en cortocircuito debida a la curva de calibración del puente. Se calcula por el mismo procedimiento que $\delta L_{IXcurva}$ aplicándolo al punto L_{10} .
- δL_{10der} : corrección de la medida de la inductancia de los cables en cortocircuito debida a la deriva del puente. Se calcula igual que δL_{IXder} aplicándolo al punto L_{10} .
- δL_{10T} : corrección de la medida de la inductancia de los cables en cortocircuito debida a la influencia de la temperatura sobre el puente. Se calcula igual que δL_{IXT} aplicándolo al punto L_{10} .

Aplicando la ley de propagación de las incertidumbres, y considerando las componentes como independientes entre sí, porque aunque las dos medidas, L_{IX} y L_{10} se realizan con el mismo puente, son puntos muy alejados entre sí:

$$u^2(\Delta L_{IX}) = u^2(\bar{L}_{IX}) + u^2(\delta L_{IXres}) + u^2(\delta L_{IXcal}) + u^2(\delta L_{IXcurva}) + u^2(\delta L_{IXder}) + u^2(\delta L_{IXT}) + u^2(\delta L_{IXTind}) + u^2(\delta L_{IXPind}) + u^2(\bar{L}_{10}) + u^2(\delta L_{10res}) + u^2(\delta L_{10cal}) + u^2(\delta L_{10curva}) + u^2(\delta L_{10der}) + u^2(\delta L_{10T})$$

a) Asignación de las componentes de la incertidumbre

a.1. Incertidumbre por dispersión de las medidas de la inductancia $u(\bar{L}_{IX})$:

Se tomarán diez lecturas en las mismas condiciones de medida. Se calcularán los estimadores estadísticos que caracterizan la dispersión de los resultados obtenidos, (ver apartado 3 de definiciones). En particular se calcularán la media aritmética de los valores de L_{IX} , la desviación estándar experimental, $s(L_{IX})$, y la desviación típica experimental de la media que coincide con la incertidumbre típica de L_{IX} .

Desviación típica experimental de la media:

$$u(\bar{L}_{IX}) = s(L_{IX}) / \sqrt{10}$$

NOTA:

Dada la operativa que se sigue, podría ser más adecuado que considerar dos contribuciones, $u(\bar{L}_{IX})$ y $u(\bar{L}_{I0})$, una sola contribución, $u(\bar{L}_{IX} - \bar{L}_{I0})$, pues probablemente aquellos no sean independientes. Se estimaría como $s(\bar{L}_{IX} - \bar{L}_{I0}) / \sqrt{10}$.

a.2. Incertidumbre debida a la resolución del puente en la medida de la inductancia $u(\delta L_{IXres})$.

Se supone que todos los valores comprendidos en un intervalo de un dígito de amplitud centrado en la lectura son igualmente probables. Se aplica una distribución rectangular, de acuerdo con la referencia [3]:

$$u(\delta L_{IXres}) = d / \sqrt{12}$$

Siendo d el valor del último dígito significativo de la lectura.

- a.3. Incertidumbre debida a la incertidumbre de calibración del puente cuando se mide la inductancia $u(\delta L_{IXcal})$:

Esta incertidumbre se calcula a partir de los datos indicados en el certificado de calibración del puente. En dicho certificado debe aparecer la incertidumbre expandida de calibración U junto al factor de cobertura k . Esta incertidumbre se calcula con la expresión:

$$u(\delta L_{IXcal}) = U / k$$

En el caso de que en el certificado de calibración del puente no figure el punto de calibración, o uno muy próximo, en el que se está calculando la incertidumbre, se deberá tomar la U_{max} / k de los indicados en el certificado de calibración o del rango.

- a.4. Incertidumbre asociada a la curva de calibración del puente en la medida de la inductancia $u(\delta L_{IXcurva})$:

Del certificado de calibración del puente se obtendrá la expresión de la curva de calibración junto a una expresión para su incertidumbre Δf_{curva} , o en su defecto la debe hallar el usuario. Esta expresión puede depender del punto de medida o ser simplemente un valor máximo de desviación entre la curva calculada y los puntos de calibración. Asumiendo que se ha determinado un límite máximo, esta incertidumbre se calcula con la expresión:

$$u(\delta L_{IXcurva}) = \Delta f_{curva}(L_{IX})/\sqrt{3}$$

En el caso de que no se apliquen las correcciones, por no ser práctico, se deberá sumar linealmente la corrección máxima no realizada como parte de la



incertidumbre, de acuerdo con el apartado F.2.4.5 de [5].

- a.5. Incertidumbre de la medida de la inductancia debida a la deriva con el tiempo del puente $u(\delta L_{IXder})$:

Del historial del puente se obtiene la función de corrección debido a su deriva f_{der} y la incertidumbre Δf_{der} , que depende del tiempo y del punto de medida.

$$u(\delta L_{IXder}) = \Delta f_{der}(t, L_{IX})$$

Es habitual no realizar correcciones por deriva y considerar $u(\delta L_{IXder})$ como el valor máximo de la deriva, obtenido del análisis de los diferentes certificados, y suponiéndole una distribución rectangular dividirlo por $\sqrt{3}$.

- a.6. Incertidumbre en la medida de la inductancia debida a la influencia de la temperatura sobre el puente $u(\delta L_{IXT})$:

De las especificaciones del puente se obtendrá su coeficiente de temperatura α_P , expresado en $^{\circ}\text{C}^{-1}$, bajo la hipótesis de una distribución rectangular, y si no se realizan correcciones por esta causa, la incertidumbre por temperatura del puente es:

$$u(\delta L_{IXT}) = \frac{\alpha_P \cdot L_{IX} \cdot \Delta T_{\max}}{\sqrt{3}}$$

Siendo ΔT_{\max} la máxima diferencia de temperatura entre la temperatura a la que se calibró el puente y la temperatura en cualquier momento a la que se ha calibrado la inductancia.

- a.7. Incertidumbre en los valores de la inductancia debida a la influencia de la temperatura sobre la propia inductancia $u(\delta L_{IXTind})$:

De las especificaciones de la inductancia se obtendrá su coeficiente de temperatura α_L , expresado en $^{\circ}\text{C}^{-1}$, bajo la hipótesis de una distribución rectangular, y si no se realizan correcciones por esta causa, la incertidumbre por temperatura de la inductancia es:

$$u(\delta L_{IXTind}) = \frac{\alpha_L \cdot L_{IX} \cdot \Delta T_{\max}}{\sqrt{3}}$$

Siendo ΔT_{\max} la máxima diferencia de temperatura entre cualquier momento de la calibración de la inductancia.

- a.8. Incertidumbre en los valores de la inductancia debida a la potencia disipada en ella durante su medida $u(\delta L_{IXPind})$:

De las especificaciones de la inductancia se obtendrá su coeficiente de potencia β_L , expresado en mW^{-1} , bajo la hipótesis de una distribución rectangular, y si no se realizan correcciones por esta causa, la incertidumbre por potencia disipada en la inductancia es:

$$u(\delta L_{IXPind}) = \frac{\beta_L \cdot L_{IX} \cdot P}{\sqrt{3}}$$

Siendo P la potencia disipada en la inductancia durante la calibración, siendo $P = R_{CC} \cdot I^2$.

- a.9. Incertidumbre por dispersión de las medidas de la inductancia de los cables $u(\bar{L}_{10})$:



Se tomarán diez lecturas en las mismas condiciones de medida. Se calcularán los estimadores estadísticos que caracterizan la dispersión de los resultados obtenidos, (ver apartado 3 de definiciones). En particular se calcularán la media aritmética de los valores de L_{10} , la desviación estándar experimental, $s(L_{10})$, y la desviación típica experimental de la media que coincide con la incertidumbre típica de L_{10} .

Desviación típica experimental de la media:

$$u(\bar{L}_{10}) = s(L_{10}) / \sqrt{10}$$

- a.10. Incertidumbre debida a la resolución del puente en la medida de la inductancia de los cables $u(\delta L_{10res})$:

Se calcula igual que $u(\delta L_{IXres})$:

$$u(\delta L_{10res}) = d / \sqrt{12}$$

- a.11. Incertidumbre debida a la incertidumbre de calibración del puente cuando se mide la inductancia de los cables $u(\delta L_{10cal})$:

Se calcula igual que $u(\delta L_{IXcal})$, aplicando los datos del certificado de calibración para el punto L_{10} .

En el caso de que en el certificado de calibración del puente no figure el punto de calibración, o uno muy próximo, en el que se está calculando la incertidumbre, se deberá tomar la U_{max} / k de los indicados en el certificado de calibración o del rango.

- a.12. Incertidumbre asociada a la curva de calibración del puente en las medidas de la inductancia de los cables $u(\delta L_{10curva})$:

La incertidumbre se calcula siguiendo el mismo procedimiento utilizado en $u(\delta L_{IXcurva})$ aplicando los datos para el punto L_{10} :

$$u(\delta L_{10curva}) = \Delta f_{curva}(L_{10})/\sqrt{3}$$

En el caso de que no se apliquen las correcciones, por no ser práctico, se deberá sumar linealmente la corrección máxima no realizada como parte de la incertidumbre, de acuerdo con el apartado F.2.4.5 de [5].

- a.13. Incertidumbre en la medida de la inductancia de los cables debida a la deriva con el tiempo del puente $u(\delta L_{10der})$:

Se calcula igual que $u(\delta L_{IXder})$, a partir del historial del puente:

$$u(\delta L_{10der}) = \Delta f_{der}(t, L_{10})$$

- a.14. Incertidumbre en la medida de la inductancia de los cables debida a la influencia de la temperatura sobre el puente $u(\delta L_{10T})$:

Se calcula igual que $u(\delta L_{IXT})$, particularizando para el punto L_{10} :

$$u(\delta L_{10T}) = \frac{\alpha_P \cdot L_{10} \cdot \Delta t_{\max}}{\sqrt{3}}$$

siendo α_P el coeficiente de temperatura del puente.

NOTAS:

1. Es posible que existan otras contribuciones no consideradas, como la influencia de la humedad, presión o cualquier otra variable. En el caso de que existan se tratarían de modo similar a las mencionadas en este procedimiento.



2. Con bastante frecuencia, muchas de las componentes asociadas a un instrumento aparecen incluidas en sus especificaciones, y no desglosadas como se han presentado en este procedimiento. En este caso se podrían utilizar las especificaciones para estimar las contribuciones de alguna o algunas de estas contribuciones conjuntamente.
3. Si se ha realizado un estudio del comportamiento del puente o de la inductancia a medir, los datos obtenidos de este estudio serán preferibles a las especificaciones del fabricante, puesto que las especificaciones indican un comportamiento genérico de los instrumentos del mismo modelo.

b) Cálculo de la incertidumbre combinada y expandida

b.1. Cálculo de la incertidumbre combinada

Se calculará la incertidumbre combinada a partir de la ley de propagación de las incertidumbres, como la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de todas las componentes.

$$u(\Delta L_X) = \sqrt{u^2(\Delta L_X)}$$

b.2. Balance de componentes

A continuación se da la tabla 1 con el balance de componentes, resumen del análisis de incertidumbres:

Tabla 1. Resumen de las contribuciones a la incertidumbre

Magnitud, L_i	Mejor valor estimado de la magnitud, x_i	Incertidumbre típica, ($k=1$) $u(x_i)$	Distribución de probabilidad considerada	Coefficiente de sensibilidad, c_i	Contribución a la incertidumbre u_i (y)
L_{IX}	$\Sigma L_{IX}/10$	$s(L_{IX})/\sqrt{10}$	Normal	1	u_1 (ΔL_{IX})
δL_{IXres}	0	$d/\sqrt{12}$	Rectangular	1	u_2 (ΔL_{IX})
δL_{IXcal}	0	$u(\delta L_{IXcal})$	Normal	1	u_3 (ΔL_{IX})
$\delta L_{IXcurva}$	$f_{curva}(L_{IX})$	$\Delta f_{curva}(L_{IX})/\sqrt{3}$	Rectangular	1	u_4 (ΔL_{IX})
δL_{IXder}	$f_{der}(t, L_{IX})$	$\Delta f_{der}(t, L_{IX})$	Rectangular	1	u_5 (ΔL_{IX})
δL_{IXT}	0	$u(\delta L_{IXT})$	Rectangular	1	u_6 (ΔL_{IX})
L_{nom}	L_{nom}	0	Normal	-1	0
δL_{IXTind}	0	$u(\delta L_{IXTind})$	Rectangular	-1	u_7 (ΔL_{IX})
δL_{IXPind}	0	$u(\delta L_{IXPind})$	Rectangular	-1	u_8 (ΔL_{IX})
L_{I0}	$\Sigma L_{I0}/10$	$s(L_{I0})/\sqrt{10}$	Normal	-1	u_9 (ΔL_{IX})
δL_{I0res}	0	$d/\sqrt{12}$	Rectangular	-1	u_{10} (ΔL_{IX})
δL_{I0cal}	0	$u(\delta L_{I0cal})$	Normal	-1	u_{11} (ΔL_{IX})
$\delta L_{I0curva}$	$f_{curva}(L_{I0})$	$\Delta f_{curva}(L_{I0})/\sqrt{3}$	Rectangular	-1	u_{12} (ΔL_{IX})
δL_{I0der}	$f_{der}(t, L_{I0})$	$\Delta f_{der}(t, L_{I0})$	Rectangular	-1	u_{13} (ΔL_{IX})
δL_{I0T}	0	$u(\delta L_{I0T})$	Rectangular	-1	u_{14} (ΔL_{IX})
ΔL_{IX}	Ver expresión en 6.1.1	----	----	----	$u(\Delta L_{IX}) = \sqrt{\sum u_i^2(\Delta L_{IX})}$

NOTA:

Los coeficientes de sensibilidad se calculan como las derivadas parciales de ΔL_{IX} , respecto de cada una de las magnitudes evaluadas en el punto de calibración. Siempre que se utilice el procedimiento de calibración descrito, considerados independientes L_{IX} y L_{I0} , estos coeficientes tomarán los valores indicados en el cuadro y no intervienen en la estimación de incertidumbres, al tomar valores de +1, y -1.

b.3. Estimación de los grados de libertad efectivos

De acuerdo con el documento Guía CEA-ENAC-LC/02 [3], y utilizando la fórmula de Welch-Satterthwaite, los grados de libertad efectivos vienen dados por:



$$v_{eff} = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}}$$

Siendo u la incertidumbre combinada, u_i las diferentes contribuciones individuales a la incertidumbre y v_i los distintos grados de libertad de cada una de las contribuciones individuales a la incertidumbre.

Una vez calculado el número efectivo de grados de libertad, se determina el factor de cobertura k que corresponde a un intervalo de confianza del 95,45 % según la distribución de Student. Entrando en la tabla dada en la página siguiente de este procedimiento, se obtiene el factor de cobertura k que corresponde a un grado de libertad efectivo determinado para un intervalo de confianza del 95,45 %.

NOTA:

Con mucha frecuencia no se dispone de los datos de grados de libertad de algunos componentes. Para contribuciones de tipo A $v = n - 1$ y para las de tipo B, si se han estimado de manera suficientemente conservadora, $v = \infty$.

Valor de $t_p(v)$ de la distribución t , para v grados de libertad, que define un intervalo de $- t_p(v)$ a $+ t_p(v)$, que incluye la fracción p de la distribución.

Número de grados de libertad v	Fracción p , en tanto por ciento					
	68,27 ^(a)	90	95	95,45 ^(a)	99	99,73 ^(a)
Valor de $t_p (V)$						
1	1,84	6,31	12,71	13,97	63,66	235,80
2	1,32	2,92	4,30	4,53	9,92	19,21
3	1,20	2,35	3,18	3,31	5,84	9,22
4	1,14	2,13	2,78	2,87	4,60	6,62
5	1,11	2,02	2,57	2,65	4,03	5,51
6	1,09	1,94	2,45	2,52	3,71	4,90
7	1,08	1,89	2,36	2,43	3,50	4,53
8	1,07	1,86	2,31	2,37	3,36	4,28
9	1,06	1,83	2,26	2,32	3,25	4,09
10	1,05	1,81	2,23	2,28	3,17	3,96
11	1,05	1,80	2,20	2,25	3,11	3,85
12	1,04	1,78	2,18	2,23	3,05	3,76
13	1,04	1,77	2,16	2,21	3,01	3,69
14	1,04	1,76	2,14	2,20	2,98	3,64
15	1,03	1,75	2,13	2,18	2,95	3,59
16	1,03	1,75	2,12	2,17	2,92	3,54
17	1,03	1,74	2,11	2,16	2,90	3,51
18	1,03	1,73	2,10	2,15	2,88	3,48
19	1,03	1,73	2,09	2,14	2,86	3,45
20	1,03	1,72	2,09	2,13	2,85	3,42
25	1,02	1,71	2,06	2,11	2,79	3,33
30	1,02	1,70	2,04	2,09	2,75	3,27
35	1,01	1,70	2,03	2,07	2,72	3,23
40	1,01	1,68	2,02	2,06	2,70	3,20
45	1,01	1,68	2,01	2,06	2,69	3,18
50	1,01	1,68	2,01	2,05	2,68	3,16
100	1,005	1,660	1,984	2,025	2,626	3,077
∞	1,000	1,645	1,960	2,000	2,576	3,000

(a) Para una magnitud z descrita por una distribución normal de esperanza matemática μ_z y una desviación típica σ , el intervalo $\mu_z \pm k\sigma$ incluye respectivamente las fracciones $p = 68,27\%$: $95,45\%$ y $99,73\%$ de la distribución, para los valores $k = 1, 2$ y 3 .

La incertidumbre expandida se calcula a partir de la incertidumbre combinada, multiplicando la incertidumbre combinada por el factor de cobertura k obtenido.

$$U(\Delta L_{IX}) = k \cdot u(\Delta L_{IX})$$

NOTA:

En el caso de que no se hayan realizado correcciones a las indicaciones del puente en función de su certificado de calibración, la incertidumbre final debiera estimarse, según se indica en el apartado F.2.4.5 de la referencia [5], un límite superior de la incertidumbre de calibración se hallaría sumando aritméticamente el valor máximo de la corrección no realizada (b_{\max}) con la incertidumbre obtenida anteriormente:

$$U' = U + b_{\max}$$

En este caso y considerando sólo que no se hacen correcciones en el puente debido a su certificado de calibración:

$$b_{\max} = |(\bar{L}_{IX} - \bar{L}_{I0})_{\text{corr}} - (\bar{L}_{IX} - \bar{L}_{I0})_{\text{máx}}|$$

6.1.2. Resistencia en corriente continua

La determinación del error, ΔR_{IX} , de la indicación obtenida en el multímetro, requiere que se realicen dos medidas, una primera con los cables de medida en cortocircuito y la segunda con la inductancia a medir conectada a los cables de medida del multímetro:

$$\Delta R_{IX} = (\bar{R}_{IX} + \delta R_{IX\text{res}} + \delta R_{IX\text{cal}} + \delta R_{IX\text{curva}} + \delta R_{IX\text{der}} + \delta R_{IXT}) - (R_{\text{nom}} + \delta R_{IXT\text{ind}} + \delta R_{IXP\text{ind}} + \bar{R}_{I0} + \delta R_{I0\text{res}} + \delta R_{I0\text{cal}} + \delta R_{I0\text{curva}} + \delta R_{I0\text{der}} + \delta R_{I0T})$$

donde:

ΔR_{IX} : corrección al valor nominal de la resistencia de la inductancia.



- \bar{R}_{IX} : valor medio de las lecturas del multímetro cuando se mide la resistencia de la inductancia.
- δR_{IXres} : corrección de las medidas de la resistencia de la inductancia debida a la resolución finita del multímetro.
- δR_{IXcal} : corrección de las medidas de la resistencia de la inductancia debida a la incertidumbre de calibración del multímetro.
- $\delta R_{IXcurva}$: corrección de las medidas de la resistencia de la inductancia debida a la curva de calibración del multímetro (función obtenida a partir de los puntos de calibración del multímetro y que se utiliza para corregir sus lecturas). En el certificado podrá venir indicado el tipo de ajuste aplicado, junto a los valores que definen dicha curva. Generalmente depende del propio punto medido.
- δR_{IXder} : corrección de las medidas de la resistencia de la inductancia debida a la deriva del multímetro con el tiempo. Se obtiene a partir del historial conocido del instrumento, o en su defecto, de sus especificaciones. Depende del tiempo transcurrido desde la última calibración y del punto medido.
- δR_{IXT} : corrección de las medidas de la resistencia de la inductancia debida a la influencia de la temperatura sobre el multímetro.
- R_{nom} : valor nominal de la resistencia de la inductancia. No genera incertidumbre adicional.
- δR_{IXTind} : corrección del valor de la resistencia de la inductancia debida a la influencia de la temperatura a la que está sometida. Se calcula a



partir de las especificaciones de la inductancia y de la temperatura.

- δR_{IXPind} : corrección del valor de la resistencia de la inductancia debida a la potencia disipada en la inductancia durante la medida. Se calcula a partir de las especificaciones de la inductancia y de la intensidad aplicada durante la medida.
- \bar{R}_{I0} : valor medio de las lecturas del multímetro cuando se mide la resistencia de los cables en cortocircuito.
- δR_{I0res} : corrección de las medidas de la resistencia debida a la resolución finita del multímetro, cuando se mide la resistencia de los cables en cortocircuito.
- δR_{I0cal} : corrección de la medida de la resistencia de los cables en cortocircuito debida a la incertidumbre de calibración del multímetro.
- $\delta R_{I0curva}$: corrección de la medida de la resistencia de los cables en cortocircuito debida a la curva de calibración del multímetro. Se calcula por el mismo procedimiento que $\delta R_{IXcurva}$ aplicándolo al punto R_{I0} .
- δR_{I0der} : corrección de la medida de la resistencia de los cables en cortocircuito debida a la deriva del multímetro. Se calcula igual que δR_{IXder} aplicándolo al punto R_{I0} .
- δR_{I0T} : corrección de la medida de la resistencia de los cables en cortocircuito debida a la influencia de la temperatura sobre el multímetro. Se calcula igual que δR_{IXT} aplicándolo al punto R_{I0} .

Aplicando la ley de propagación de las incertidumbres, y considerando las componentes como independientes entre



sí, porque aunque las dos medidas, R_{IX} y R_{I0} se realizan con el mismo multímetro, son puntos muy alejados entre sí:

$$u^2(\Delta R_{IX}) = u^2(\bar{R}_{IX}) + u^2(\delta R_{IXres}) + u^2(\delta R_{IXcal}) + u^2(\delta R_{IXcurva}) + u^2(\delta R_{IXder}) + u^2(\delta R_{IXT}) + u^2(\delta R_{IXTind}) + u^2(\delta R_{IXPind}) + u^2(\bar{R}_{I0}) + u^2(\delta R_{I0res}) + u^2(\delta R_{I0cal}) + u^2(\delta R_{I0curva}) + u^2(\delta R_{I0der}) + u^2(\delta_{I0T})$$

a) Asignación de las componentes de la incertidumbre

a.1. Incertidumbre por dispersión de las medidas de la resistencia $u(\bar{R}_{IX})$:

Se tomarán diez lecturas en las mismas condiciones de medida. Se calcularán los estimadores estadísticos que caracterizan la dispersión de los resultados obtenidos, (ver apartado 3 de definiciones). En particular se calcularán la media aritmética de los valores de R_{IX} , la desviación estándar experimental, $s(R_{IX})$, y la desviación típica experimental de la media que coincide con la incertidumbre típica de R_{IX} .

Desviación típica experimental de la media:

$$u(\bar{R}_{IX}) = s(R_{IX}) / \sqrt{10}$$

NOTA:

Dada la operativa que se sigue, podría ser más adecuado que considerar dos contribuciones $u(\bar{R}_{IX})$ y $u(\bar{R}_{I0})$ considerar una sola $u(\bar{R}_{IX} - \bar{R}_{I0})$, pues probablemente no sean independientes. En este caso se estimaría como $s(\bar{R}_{IX} - \bar{R}_{I0})/\sqrt{10}$.

a.2. Incertidumbre debida a la resolución del multímetro en la medida de la resistencia de la inductancia $u(\delta R_{IXres})$:

Se supone que todos los valores comprendidos en un intervalo de un dígito de amplitud centrado en la lectura son igualmente probables. Se aplica una



distribución rectangular, de acuerdo con la referencia [3]:

$$u(\delta R_{IXres}) = d/\sqrt{12}$$

Siendo d el valor del último dígito significativo de la lectura.

- a.3. Incertidumbre debida a la incertidumbre de calibración del multímetro cuando se mide la resistencia de la inductancia $u(\delta R_{IXcal})$:

Esta incertidumbre se calcula a partir de los datos indicados en el certificado de calibración del multímetro. En dicho certificado debe aparecer la incertidumbre expandida de calibración U junto al factor de cobertura k . Esta incertidumbre se calcula con la expresión:

$$u(\delta R_{IXcal}) = U/k$$

En el caso de que en el certificado de calibración no figure el punto de calibración, o uno muy próximo, en el que se está calculando la incertidumbre, se deberá tomar la U_{max}/k de los indicados en el certificado de calibración.

- a.4. Incertidumbre asociada a la curva de calibración del multímetro en la medida de la resistencia de la inductancia $u(\delta R_{IXcurva})$:

Del certificado de calibración del multímetro se obtendrá la expresión de la curva de calibración junto a una expresión para su incertidumbre Δf_{curva} , o en su defecto la debe hallar el usuario. Esta expresión puede depender del punto de medida o ser simplemente un valor máximo de desviación entre la curva calculada y los puntos de calibración:

$$u(\delta R_{IXcurva}) = \Delta f_{curva}(R_{IX})/\sqrt{3}$$

En el caso de que no se apliquen las correcciones, por no ser práctico, se deberá sumar linealmente la corrección máxima no realizada como parte de la incertidumbre, de acuerdo con el apartado F.2.4.5 de [5].

- a.5. Incertidumbre de la medida de la resistencia de la inductancia debida a la deriva con el tiempo del multímetro $u(\delta R_{IXder})$:

Del historial del multímetro se obtiene la función de corrección debido a su deriva f_{der} y la incertidumbre Δf_{der} , que depende del tiempo y del punto de medida:

$$u(\delta R_{IXder}) = \Delta f_{der}(t, R_{IX})$$

Es habitual no realizar correcciones por deriva y considerar $u(\delta R_{IXder})$ como el valor máximo de la deriva, obtenido del análisis de los diferentes certificados, y suponiéndole una distribución rectangular dividirlo por $\sqrt{3}$.

- a.6. Incertidumbre en la medida de la resistencia de la inductancia debida a la influencia de la temperatura sobre el multímetro $u(\delta R_{IXT})$:

De las especificaciones del multímetro se obtendrá su coeficiente de temperatura α_P , expresado en $^{\circ}\text{C}^{-1}$, bajo la hipótesis de una distribución rectangular, y si no se realizan correcciones por esta causa, la incertidumbre por temperatura del multímetro es:

$$u(\delta R_{IXT}) = \frac{\alpha_P \cdot R_{IX} \cdot \Delta T_{\max}}{\sqrt{3}}$$

Siendo ΔT_{\max} la máxima diferencia de temperatura entre la temperatura a la que se calibró el multímetro y la temperatura en cualquier momento a la que se ha calibrado la resistencia de la inductancia.

- a.7. Incertidumbre en los valores de la resistencia de la inductancia debida a la influencia de la temperatura sobre la propia resistencia de la inductancia $u(\delta R_{IXTind})$:

De las especificaciones de la inductancia se obtendrá su coeficiente de temperatura α_{RL} , expresado en $^{\circ}\text{C}^{-1}$, bajo la hipótesis de una distribución rectangular, y si no se realizan correcciones por esta causa, la incertidumbre por temperatura de la resistencia de la inductancia es:

$$u(\delta R_{IXTind}) = \frac{\alpha_{RL} \cdot R_{IX} \cdot \Delta T_{\max}}{\sqrt{3}}$$

Siendo ΔT_{\max} la máxima diferencia de temperatura entre cualquier momento de la calibración de la resistencia de la inductancia.

- a.8. Incertidumbre en los valores de la resistencia de la inductancia debida a la potencia disipada en ella durante su medida $u(\delta R_{IXPind})$:

De las especificaciones de la inductancia se obtendrá su coeficiente de potencia β_{RL} , expresado en mW^{-1} , bajo la hipótesis de una distribución rectangular, y si no se realizan correcciones por esta causa, la incertidumbre por potencia disipada en la resistencia de la inductancia es:

$$u(\delta R_{IXPind}) = \frac{\beta_{RL} \cdot R_{IX} \cdot P}{\sqrt{3}}$$



Siendo P la potencia disipada en la resistencia de la inductancia durante la calibración.

- a.9. Incertidumbre por dispersión de las medidas de la resistencia de los cables en cortocircuito $u(\bar{R}_{10})$:

Se tomarán diez lecturas en las mismas condiciones de medida. Se calcularán los estimadores estadísticos que caracterizan la dispersión de los resultados obtenidos, (ver apartado 3 de definiciones). En particular se calcularán la media aritmética de los valores de R_{10} , la desviación estándar experimental, $s(R_{10})$, y la desviación típica experimental de la media que coincide con la incertidumbre típica de R_{10} .

Desviación típica experimental de la media:

$$u(\bar{R}_{10}) = s(R_{10}) / \sqrt{10}$$

- a.10. Incertidumbre debida a la resolución del multímetro en la medida de la resistencia de los cables en cortocircuito $u(\delta R_{10res})$:

Se calcula igual que $u(\delta R_{10res})$:

$$u(\delta R_{10res}) = d / \sqrt{12}$$

- a.11. Incertidumbre debida a la incertidumbre de calibración del multímetro cuando se mide la resistencia de los cables en cortocircuito $u(\delta R_{10cal})$:

Se calcula igual que $u(\delta R_{10cal})$, aplicando los datos del certificado de calibración para el punto R_{10} .

- a.12. Incertidumbre asociada a la curva de calibración del multímetro en las medidas de la resistencia de los cables en cortocircuito $u(\delta R_{10curva})$:

La incertidumbre se calcula siguiendo el mismo procedimiento utilizado en $u(\delta R_{IX_{curva}})$ aplicando los datos para el punto R_{I0} :

$$u(\delta R_{I0_{curva}}) = \Delta f_{curva}(R_{I0})/\sqrt{3}$$

En el caso de que no se apliquen las correcciones, por no ser práctico, se deberá incluir la corrección como parte de la incertidumbre, de acuerdo con la referencia [3].

- a.13. Incertidumbre en la medida de la resistencia de los cables en cortocircuito debida a la deriva con el tiempo del multímetro $u(\delta R_{I0_{der}})$:

Se calcula igual que $u(\delta R_{IX_{der}})$, a partir del historial del multímetro:

$$u(\delta R_{I0_{der}}) = \Delta f_{der}(t, R_{I0})$$

- a.14. Incertidumbre en la medida de la resistencia de los cables en cortocircuito debida a la influencia de la temperatura sobre el multímetro $u(\delta R_{I0T})$:

Se calcula igual que $u(\delta R_{IXT})$, particularizando para el punto R_{I0} :

$$u(\delta R_{I0T}) = \frac{\alpha_P \cdot R_{I0} \cdot \Delta T_{max}}{\sqrt{3}}$$

NOTAS:

4. Es posible que existan otras contribuciones no consideradas, como la influencia de la humedad, presión o cualquier otra variable. En el caso de que existan se tratarían de modo similar a las mencionadas en este procedimiento.
5. Con bastante frecuencia, muchas de las componentes asociadas a un instrumento aparecen incluidas en sus especificaciones, y no



desglosadas como se han presentado en este procedimiento. En este caso se podrían utilizar las especificaciones para estimar las contribuciones de alguna o algunas de estas contribuciones conjuntamente.

6. Si se ha realizado un estudio del comportamiento del puente o de la inductancia a medir, los datos obtenidos de este estudio serán preferibles a las especificaciones del fabricante, puesto que las especificaciones indican un comportamiento genérico de los instrumentos del mismo modelo.

b) Cálculo de la incertidumbre combinada y expandida

b.1. Cálculo de la incertidumbre combinada

Se calculará la incertidumbre combinada a partir de la ley de propagación de las incertidumbres, como la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de todas las componentes:

$$u(\Delta R_{IX}) = \sqrt{u^2(\Delta R_{IX})}$$

b.2. Balance de componentes

A continuación se da la tabla 2 con el balance de componentes, resumen del análisis de incertidumbres:

Tabla 2. Resumen de las contribuciones a la incertidumbre

Magnitud, R_i	Mejor valor estimado de la magnitud, x_i	Incertidumbre típica, ($k=1$) $u(x_i)$	Distribución de probabilidad considerada	Coefficiente de sensibilidad, c_i	Contribución a la incertidumbre u_i (1)
\bar{R}_{IX}	$\Sigma R_{IX}/10$	$s(R_{IX})/\sqrt{10}$	Normal	1	$u_1 (\Delta R_{IX})$
δR_{IXres}	0	$d/\sqrt{12}$	Rectangular	1	$u_2 (\Delta R_{IX})$
δR_{IXcal}	0	$u(\delta R_{IXcal})$	Normal	1	$u_3 (\Delta R_{IX})$
$\delta R_{IXcurva}$	$f_{curva}(R_{IX})$	$\Delta f_{curva}(R_{IX})/\sqrt{3}$	Rectangular	1	$u_4 (\Delta R_{IX})$
δR_{IXder}	$f_{der}(t, R_{IX})$	$\Delta f_{der}(t, R_{IX})$	Rectangular	1	$u_5 (\Delta R_{IX})$
δR_{IXT}	0	$u(\delta R_{IXT})$	Rectangular	1	$u_6 (\Delta R_{IX})$
R_{nom}	R_{nom}	0	Normal	-1	0
δR_{IXTind}	0	$u(\delta R_{IXTind})$	Rectangular	-1	$u_7 (\Delta R_{IX})$
δR_{IXPind}	0	$u(\delta R_{IXPind})$	Rectangular	-1	$u_8 (\Delta R_{IX})$
\bar{R}_{I0}	$\Sigma R_{I0}/10$	$s(R_{I0})/\sqrt{10}$	Normal	-1	$u_9 (\Delta R_{IX})$
δR_{I0res}	0	$d/\sqrt{12}$	Rectangular	-1	$u_{10} (\Delta R_{IX})$
δR_{I0cal}	0	$u(\delta R_{I0cal})$	Normal	-1	$u_{11} (\Delta R_{IX})$
$\delta R_{I0curva}$	$f_{curva}(R_{I0})$	$\Delta f_{curva}(R_{I0})/\sqrt{3}$	Rectangular	-1	$u_{12} (\Delta R_{IX})$
δR_{I0der}	$f_{der}(t, R_{I0})$	$\Delta f_{der}(t, R_{I0})$	Rectangular	-1	$u_{13} (\Delta R_{IX})$
δR_{I0T}	0	$u(\delta R_{I0T})$	Rectangular	-1	$u_{14} (\Delta R_{IX})$
ΔR_{IX}	Ver expresión en 6.1.2	----	----	----	$u(\Delta R_{IX}) = \sqrt{\sum u_i^2(\Delta R_{IX})}$

NOTA:

Los coeficientes de sensibilidad se calculan como las derivadas parciales de ΔR_{IX} , respecto de cada una de las magnitudes evaluadas en el punto de calibración. Siempre que se utilice el procedimiento de calibración descrito, considerados independientes R_{IX} y R_{I0} , estos coeficientes tomarán los valores indicados en el cuadro y no intervienen en la estimación de incertidumbres, al tomar valores de +1, y -1.

b.3. Estimación de los grados de libertad efectivos

Referirse al apartado b.3 del punto 6.1.1, estimando los grados efectivos de libertad y el factor de cobertura de acuerdo con lo allí expuesto.

La incertidumbre expandida se calcula a partir de la incertidumbre combinada, multiplicando la incertidumbre combinada por el factor de cobertura k obtenido:

$$U(\Delta R_{IX}) = k \cdot u(\Delta R_{IX})$$

NOTA:

En el caso de que no se hayan realizado correcciones a las indicaciones del multímetro en función de su certificado de calibración, la incertidumbre final debiera estimarse, según se indica en el apartado F.2.4.5 de la referencia [5], un límite superior de la incertidumbre de calibración se hallaría sumando aritméticamente el valor máximo de la corrección no realizada (b_{\max}) con la incertidumbre obtenida anteriormente:

$$U' = U + b_{\max}$$

En este caso y considerando sólo que no se hacen correcciones en el multímetro debido a su certificado de calibración:

$$b_{\max} = | \bar{R}_{IX} - \bar{R}_{I0})_{\text{corr}} - (\bar{R}_{IX} - \bar{R}_{I0})_{\text{máx}} |$$

6.2. Interpretación de resultados

Se deberán establecer, en función del uso previsto para la inductancia, unos límites de tolerancia de calibración, a partir de los cuales se considerará adecuado o no para su uso. En función de los límites de tolerancia y de las correcciones e incertidumbres obtenidos pueden distinguirse los siguientes casos:

- a) La suma de los valores absolutos de la corrección e incertidumbre es inferior al límite de tolerancia para la calibración. En este caso la inductancia puede destinarse a su uso previsto sin necesidad de aplicar correcciones.
- b) La incertidumbre es inferior a la tolerancia pero la suma de los valores absolutos de la corrección e incertidumbre es superior.



En este caso, será necesaria la aplicación de las correcciones para que la inductancia pueda emplearse en su uso previsto. Si la aplicación de las correcciones resulta inconveniente, por la complicación adicional que supone, la inductancia debe retirarse o destinarse a otro uso que permita mayor tolerancia en la inductancia.

- c) La incertidumbre es superior a la tolerancia para el uso previsto. En este caso la inductancia debe separarse del servicio o destinarse a una aplicación en la que las exigencias sean menores.

Un período razonable para la calibración para las inductancias patrón estará entre 12 y 24 meses, aunque este dependerá principalmente del uso que se haga de la inductancia y de la variación que se observe con el paso del tiempo. El usuario del instrumento será siempre el responsable de asignar el período de recalibración y de revisarlo cuando lo considere necesario, considerando los resultados obtenidos con respecto a las calibraciones anteriores y a las tolerancias consideradas.

Al ser la inductancia un elemento pasivo de gran estabilidad, si se hace un uso correcto, los cambios de valor entre calibraciones deben ser muy pequeños, por lo que en general será suficiente con realizar un control entre calibraciones.

7. REFERENCIAS

7.1. Documentos necesarios para realizar la calibración

Manual de instrucciones de la inductancia a calibrar.

Manual de funcionamiento del puente de inductancias utilizado.

Manual de funcionamiento del multímetro utilizado.

7.2 Otras referencias para consulta

- [1] Clasificación de instrumentos de Metrología Eléctrica. 2ª Edición. SCI-Ministerio de Industria y Energía. 1994.



- [2] Norma UNE-EN 30012-1. Requisitos de aseguramiento de la calidad de los equipos de medida. Parte 1: Sistemas de Confirmación Metroológica de los Equipos de Medida. Octubre 1994.
- [3] Guía CEA-ENAC-LC/02, Expresión de la incertidumbre de medida en las calibraciones, Rev. 1, Enero 1998.
- [4] Procedimiento para la elaboración de procedimientos de calibración. Grupo de Trabajo MINER-CEM. Ed. 2, Tres Cantos, Madrid. Año 2000.
- [5] Evaluación de datos de medición. Guía para la expresión de la incertidumbre de medida, 3ª ed. en español (traducción de 1ª ed. 2008 en inglés), Centro Español de Metrología, 2009, NIPO: 706-09-002-6.
- [6] Vocabulario Internacional de Metrología. Conceptos fundamentales y generales y términos asociados. 3ª ed. en español (traducción de 3ª ed. en inglés), Centro Español de Metrología, 2009, NIPO 706-09-001-0.

8. ANEXOS

Anexo I: Ejemplo de calibración de una inductancia

Se desea calibrar una inductancia patrón de 100 mH. Debido al uso previsto de la inductancia, sólo es necesario calibrarla a la frecuencia de 1 kHz y conocer su resistencia en corriente continua.

Las especificaciones de la inductancia de 100 mH son las siguientes:

- Valor nominal. 100 mH
- Resistencia en corriente continua. 81 Ω
- Frecuencia de resonancia. 70 kHz



- Factor de calidad “Q” a 1 kHz. 7,8
- Potencia máxima de medida. 200 mW (eficaces)
- Coeficiente de potencia (*L*). $\pm 0,03 \mu\text{H/mW}$
- Coeficiente de temperatura (*L*). $\pm 30 \mu\text{H}/^\circ\text{C}$
- Coeficiente de potencia (*R*). $\pm 0,04 \Omega/\text{mW}$
- Coeficiente de temperatura (*R*). $\pm 0,03 \Omega/^\circ\text{C}$

Cálculo de la incertidumbre expandida para la medida de inductancia

Se ha tomado 10 lecturas de la inductancia (L_{ix}) y otras 10 de la inductancia de los cables utilizados en cortocircuito (L_{i0}), los resultados obtenidos son:

MEDIDA Nº	L_{ix} (mH)	L_{i0} (mH)
1	100,013 5	000,004 1
2	100,018 0	000,006 0
3	100,015 5	000,008 8
4	100,014 0	000,009 5
5	100,017 5	000,004 7
6	100,018 5	000,009 9
7	100,019 0	000,005 0
8	100,019 5	000,010 5
9	100,016 0	000,008 0
10	100,015 0	000,005 2

Aplicado el criterio de Chauvenet, para la aceptación o rechazo de las medidas anotadas anteriormente, se aceptan todas las medidas.

A partir de estas medidas se pueden obtener L_{ix} , $u(L_{ix})$ y $u(L_{i0})$. Para ello en primer lugar se calculan las medias de L_{ix} y de L_{i0} :



$$\bar{L}_{IX} = 100,016\ 65\ \text{mH}$$

$$\bar{L}_{I0} = 000,007\ 17\ \text{mH}$$

$$L_X = \bar{L}_{IX} - \bar{L}_{I0} = 100,016\ 65\ \text{mH} - 000,007\ 17\ \text{mH} = 100,009\ 48\ \text{mH}$$

$$u(\bar{L}_{IX}) = \frac{s(L_{IX})}{\sqrt{10}} = 0,00067\ \text{mH}$$

$$u(\bar{L}_{I0}) = \frac{s(L_{I0})}{\sqrt{10}} = 0,00076\ \text{mH}$$

El puente de medida de inductancia tiene en la escala de 100 mH una resolución de 0,000 1 mH, tanto en la medida de la inductancia patrón como en la de la inductancia de los cables, lo que da lugar a una incertidumbre:

$$u(\delta L_{IX\text{res}}) = u(\delta L_{I0\text{res}}) = \frac{0,0001}{\sqrt{12}} = 0,000029\ \text{mH}$$

El certificado de calibración del puente de medida de inductancia asigna a la escala de 100 mH una incertidumbre de calibración de (0,03 % . lectura + 0,005 mH), con un factor de cobertura $k = 2$ para un nivel de confianza del 95,45 %. Por lo tanto la incertidumbre típica de calibración será:

$$u(\delta L_{IX\text{cal}}) = \frac{0,03\% \cdot 100\ \text{mH} + 0,005\ \text{mH}}{2} = 0,0175\ \text{mH}$$

$$u(\delta L_{I0\text{cal}}) = \frac{0,03\% \cdot 0\ \text{mH} + 0,005\ \text{mH}}{2} = 0,0025\ \text{mH}$$

Según el mismo certificado de calibración, su curva de calibración asociada es lineal, teniendo la forma:

$$F_{\text{curva}} = G \cdot L_{\text{leida}} + C$$

donde G es la corrección de ganancia del puente y C la corrección del



cero, siendo sus valores:

$$G = (5 \pm 2) \cdot 10^{-6}$$

$$C = (0,000\ 3 \pm 0,000\ 1) \text{ mH}$$

NOTA:

Los valores de incertidumbre se consideran como incertidumbres típicas.

Las correcciones $\delta L_{IX\text{curva}}$ y $\delta L_{I0\text{curva}}$ de acuerdo con lo anterior son:

$$\delta L_{IX\text{curva}} = 5 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \text{ mH} + 0,000\ 3 \text{ mH} = 0,000\ 8 \text{ mH}$$

$$\delta L_{I0\text{curva}} = 5 \cdot 10^{-6} \cdot 0 \text{ mH} + 0,000\ 3 \text{ mH} = 0,000\ 3 \text{ mH}$$

y sus incertidumbres asociadas:

$$u(\delta L_{IX\text{curva}}) = (2 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \text{ mH} + 0,000\ 1 \text{ mH})/\sqrt{3} = 0,000\ 17 \text{ mH}$$

$$u(\delta L_{I0\text{curva}}) = (2 \cdot 10^{-6} \cdot 0 \text{ mH} + 0,000\ 1 \text{ mH})/\sqrt{3} = 0,000\ 06 \text{ mH}$$

Por otra parte, el historial del puente de medida de inductancias indica una tendencia de deriva con el tiempo de $- (9 \cdot 10^{-6} \cdot \text{lectura} + 0,000\ 5 \text{ mH})/\text{año}$, con una incertidumbre típica de $(4 \cdot 10^{-6} \cdot \text{lectura} + 0,000\ 2 \text{ mH})/\text{año}$. Habiendo transcurrido nueve meses ($3/4$ de año) desde la última calibración del puente.

Con estos datos las correcciones $\delta L_{IX\text{der}}$ y $\delta L_{I0\text{der}}$ son:

$$\delta L_{IX\text{der}} = (-9 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \text{ mH} - 0,000\ 5 \text{ mH}) \cdot 0,75 = - 0,001\ 05 \text{ mH}$$

$$\delta L_{I0\text{der}} = (-9 \cdot 10^{-6} \cdot 0 \text{ mH} - 0,000\ 5 \text{ mH}) \cdot 0,75 = - 0,000\ 37 \text{ mH}$$

siendo sus incertidumbre respectivas:

$$u(\delta L_{IX\text{der}}) = (4 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \text{ mH} + 0,000\ 2 \text{ mH}) \cdot 0,75 = 0,000\ 45 \text{ mH}$$

$$u(\delta L_{I0\text{der}}) = (4 \cdot 10^{-6} \cdot 0 \text{ mH} + 0,000\ 2 \text{ mH}) \cdot 0,75 = 0,000\ 15 \text{ mH}$$

Las especificaciones del puente de medida de inductancia indican un coeficiente de temperatura igual a cero, con una incertidumbre de:

$$\pm (4 \cdot 10^{-6} \cdot \text{lectura} + 0,0007 \text{ mH}) \cdot (T - T_{\text{cal}})$$

siendo:

T_{cal} : temperatura de referencia de la calibración del puente, $T_{\text{cal}} = 23 \text{ }^{\circ}\text{C}$.

T : temperatura a la que se han realizado las medidas, entre $22,0 \text{ }^{\circ}\text{C}$ y $24,0 \text{ }^{\circ}\text{C}$.

De los datos anteriores se deduce que las correcciones δL_{IXT} y δL_{IOT} son nulas:

$$\delta L_{IXT} = \delta L_{IOT} = 0$$

y sus incertidumbres respectivas:

$$u(\delta L_{IXT}) = \frac{(4 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \text{ mH} + 0,0007 \text{ mH}) \cdot 1}{\sqrt{3}} = 0,00063 \text{ mH}$$

$$u(\delta L_{IOT}) = \frac{(4 \cdot 10^{-6} \cdot 0 \text{ mH} + 0,0007 \text{ mH}) \cdot 1}{\sqrt{3}} = 0,00040 \text{ mH}$$

Las especificaciones de la inductancia indican un coeficiente de temperatura igual a cero, con una incertidumbre de $\pm 0,0030 \text{ mH}/^{\circ}\text{C}$. Las medidas se han realizado a una temperatura comprendida entre $22,0 \text{ }^{\circ}\text{C}$ y $24,0 \text{ }^{\circ}\text{C}$.

Por tanto la corrección por temperatura de la inductancia $\delta L_{IXTind} = 0$.

Y su incertidumbre:

$$u(\delta L_{IXTind}) = \frac{30 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \text{ mH} \cdot 1}{\sqrt{3}} = 0,00173 \text{ mH}$$

Las especificaciones de la inductancia dan un coeficiente de potencia



igual a cero, con una incertidumbre de $\pm 0,03 \mu\text{H}/\text{mW}$. Durante las medidas el puente de inductancia aplica una intensidad de 15 mA, que se disipan en la resistencia de la inductancia, como la resistencia de la inductancia de 100 mH es de 81Ω , la potencia disipada es de 0,018 2 W, o lo que es lo mismo 18,2 mW.

Por lo cual, la corrección por potencia en la inductancia $\delta L_{IXPind} = 0$.

y la incertidumbre:

$$u(\delta L_{IXPind}) = \frac{0,03 \frac{\mu\text{H}}{\text{mW}} \cdot 18,2 \text{ mW}}{\sqrt{3}} = 0,315 \mu\text{H} = 0,000315 \text{ mH}$$

De acuerdo con el apartado 6.1 la incertidumbre combinada se calculará con la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} u^2(\Delta L_{IX}) = & u^2(\bar{L}_{IX}) + u^2(\delta L_{IXres}) + u^2(\delta L_{IXcal}) + u^2(\delta L_{IXcurva}) + u^2(\delta L_{IXder}) + \\ & + u^2(\delta L_{IXT}) + u^2(\delta L_{IXTind}) + u^2(\delta L_{IXPind}) + u^2(\bar{L}_{I0}) + u^2(\delta L_{I0res}) + u^2(\delta L_{I0cal}) + \\ & + u^2(\delta L_{I0curva}) + u^2(\delta L_{I0der}) + u^2(\delta L_{I0T}) \end{aligned}$$

$$u(\Delta L_{IX}) = \sqrt{u^2(\Delta L_{IX})}$$

A continuación se expresa en forma de tabla el resumen de todo el análisis de incertidumbres.

Tabla 3. Resumen del análisis de incertidumbre

Magnitud, L_i	Mejor valor estimado de la magnitud, x_i mH	Incertidumbre típica, $(k=1) u(x_i)$ mH	Coefficiente de sensibilidad, c	Contribución a la incertidumbre $u_i(y)$ mH
\bar{L}_{IX}	100,016 65	0,000 67	1	0,000 67
δL_{IXres}	0	0,000 03	1	0,000 03
δL_{IXcal}	0	0,017 5	1	0,017 5
$\delta L_{IXcurva}$	0,000 8	0,000 17	1	0,000 17
δL_{IXder}	- 0,001 05	0,000 45	1	0,000 45
δL_{IXT}	0	0,000 63	1	0,000 63
L_{nom}	100	0	-1	0
δL_{IXTind}	0	0,001 73	-1	- 0,001 73
δL_{IXPind}	0	0,0003 15	-1	- 0,000 3
\bar{L}_{IO}	0,007 17	0,000 76	-1	- 0,000 76
δL_{IOres}	0	0,000 03	-1	- 0,000 03
δL_{IOcal}	0	0,002 5	-1	- 0,002 5
$\delta L_{IOcurva}$	0,000 3	0,000 06	-1	- 0,000 06
δL_{IOder}	- 0,000 37	0,000 15	-1	- 0,000 15
δL_{IOT}	0	0,000 4	-1	- 0,000 4
ΔL_{IX}	0,009 3	----	----	0,017 82

Y hallando el número de grados de libertad efectivos:

$$v_{eff} = \frac{0,01782^4}{\frac{0,00067^4}{9} + \frac{0,00076^4}{9}} = 1695944$$

teniendo el resto de componentes del denominador un grado de libertad ∞ , por ser distribuciones con $k = 2$, con lo que se anulan estos sumandos.

Al número de grados efectivos de libertad obtenido, para un nivel de confianza del 95,45 %, le corresponde un factor de cobertura $k = 2$.



La incertidumbre expandida será por tanto:

$$U(\Delta L_{IX}) = k \cdot u(\Delta L_{IX}) = 2 \cdot 0,017\ 82\ \text{mH} = 0,035\ 64\ \text{mH}$$

Siendo el resultado final de la calibración de la inductancia de 100 mH, para las condiciones consideradas y a la frecuencia de 1 kHz:

$$\Delta L_{IX}(100\ \text{mH}) = (0,009\ 3 \pm 0,036\ 0)\ \text{mH} \quad (k = 2)$$

Este procedimiento debe repetirse para cada punto de frecuencia que sea de interés.

Cálculo de la incertidumbre expandida para la medida de la resistencia de la inductancia en corriente continua

Se ha tomado 10 lecturas de la resistencia de la inductancia (R_{IX}) y otras 10 de la resistencia de los cables utilizados en cortocircuito (R_{I0}), los resultados obtenidos son:

MEDIDA Nº	R_{IX} (Ω)	R_{I0} (Ω)
1	80,789	00,004
2	80,823	00,006
3	80,775	00,008
4	80,790	00,005
5	80,805	00,007
6	80,785	00,003
7	80,794	00,005
8	80,815	00,007
9	80,822	00,006
10	80,803	00,005

Aplicado el criterio de Chauvenet, para la aceptación o rechazo de las medidas anotadas anteriormente, se aceptan todas las medidas.

A partir de estas medidas se pueden obtener R_{IX} , $u(R_{IX})$ y $u(R_{I0})$. Para ello en primer lugar se calculan las medias de R_{IX} y de R_{I0} :



$$\bar{R}_{IX} = 80,800 \text{ } 1 \text{ } \Omega$$

$$\bar{R}_{I0} = 0,005 \text{ } 6 \text{ } \Omega$$

$$R_X = \bar{R}_{IX} - \bar{R}_{I0} = 80,800 \text{ } 1 \text{ } \Omega - 0,005 \text{ } 6 \text{ } \Omega = 80,794 \text{ } 5 \text{ } \Omega$$

$$u(\bar{R}_{IX}) = \frac{s(R_{IX})}{\sqrt{10}} = 0,0051 \text{ } \Omega$$

$$u(\bar{R}_{I0}) = \frac{s(R_{I0})}{\sqrt{10}} = 0,0005 \text{ } \Omega$$

El multímetro de medida de la resistencia de la inductancia tiene en la escala de $100 \text{ } \Omega$ una resolución de $0,001 \text{ } \Omega$, tanto en la medida de la resistencia de la inductancia patrón como en la de la resistencia de los cables, lo que da lugar a una incertidumbre:

$$u(\delta R_{IXres}) = u(\delta R_{I0res}) = \frac{0,001}{\sqrt{12}} = 0,00029 \text{ } \Omega$$

El certificado de calibración del multímetro asigna a la escala de $100 \text{ } \Omega$ una incertidumbre de calibración de $(0,05 \text{ } \% \text{ de la lectura} + 0,003 \text{ } \Omega)$, con un factor de cobertura $k = 2$ para un nivel de confianza del $95,45 \text{ } \%$. Por lo tanto la incertidumbre típica de calibración será:

$$u(\delta R_{IXcal}) = \frac{0,05\% \cdot 80,8 \text{ } \Omega + 0,003 \text{ } \Omega}{2} = 0,0217 \text{ } \Omega$$

$$u(\delta R_{I0cal}) = \frac{0,05\% \cdot 0 \text{ } \Omega + 0,003 \text{ } \Omega}{2} = 0,0015 \text{ } \Omega$$

Según el mismo certificado de calibración, su curva de calibración asociada es lineal, teniendo la forma:

$$F_{curva} = G \cdot R_{leida} + C$$

donde G es la corrección de ganancia del multímetro y C la corrección



del cero, siendo sus valores:

$$G = (5 \pm 2) \cdot 10^{-5}$$

$$C = (0,003 \pm 0,001) \Omega$$

NOTA:

Los valores de incertidumbre se consideran como incertidumbres típicas.

Las correcciones $\delta R_{IXcurva}$ y $\delta R_{I0curva}$ de acuerdo con lo anterior son:

$$\delta R_{IXcurva} = 5 \cdot 10^{-5} \cdot 80,8 \Omega + 0,003 \Omega = 0,007 0 \Omega$$

$$\delta R_{I0curva} = 5 \cdot 10^{-5} \cdot 0 \Omega + 0,003 \Omega = 0,003 \Omega$$

y sus incertidumbres asociadas:

$$u(\delta R_{IXcurva}) = (2 \cdot 10^{-5} \cdot 80,8 \Omega + 0,001 \Omega) / \sqrt{3} = 0,001 5 \Omega$$

$$u(\delta R_{I0curva}) = (2 \cdot 10^{-5} \cdot 0 \Omega + 0,001 \Omega) / \sqrt{3} = 0,000 6 \Omega$$

Por otra parte, el historial del multímetro indica una tendencia de deriva con el tiempo de $-(4 \cdot 10^{-5} \cdot \text{lectura} + 0,002 \Omega)/\text{año}$, con una incertidumbre típica de $(3 \cdot 10^{-5} \cdot \text{lectura} + 0,002 \Omega)/\text{año}$. Habiendo transcurrido tres meses (1/4 de año) desde la última calibración del multímetro.

Con estos datos las correcciones δR_{IXder} y δR_{I0der} son:

$$\delta R_{IXder} = (-4 \cdot 10^{-5} \cdot 80,8 \Omega - 0,002 \Omega) \cdot 0,25 = -0,001 3 \Omega$$

$$\delta R_{I0der} = (-4 \cdot 10^{-5} \cdot 0 \Omega - 0,002 \Omega) \cdot 0,25 = -0,000 5 \Omega$$

siendo sus incertidumbres respectivas:

$$u(\delta R_{IXder}) = (3 \cdot 10^{-5} \cdot 80,8 \Omega + 0,002 \Omega) \cdot 0,25 = 0,001 1 \Omega$$

$$u(\delta R_{I0der}) = (3 \cdot 10^{-5} \cdot 0 \Omega + 0,002 \Omega) \cdot 0,25 = 0,000 5 \Omega$$



Las especificaciones del multímetro indican un coeficiente de temperatura igual a cero, con una incertidumbre de:

$$\pm (3 \cdot 10^{-5} \cdot \text{lectura} + 0,004 \Omega) \cdot (T - T_{\text{cal}})$$

siendo:

T_{cal} : temperatura de referencia de la calibración del multímetro, $T_{\text{cal}} = 23 \text{ }^\circ\text{C}$.

T : temperatura a la que se han realizado las medidas, entre $22,0 \text{ }^\circ\text{C}$ y $24,0 \text{ }^\circ\text{C}$.

De los datos anteriores se deduce que las correcciones δR_{IXT} y δR_{IOT} son nulas:

$$\delta R_{IXT} = \delta R_{IOT} = 0$$

y sus incertidumbres respectivas:

$$u(\delta R_{IXT}) = \frac{(3 \cdot 10^{-5} \cdot 80,8 \Omega + 0,004 \Omega) \cdot 1}{\sqrt{3}} = 0,0037 \Omega$$

$$u(\delta R_{IOT}) = \frac{(3 \cdot 10^{-5} \cdot 0 \Omega + 0,004 \Omega) \cdot 1}{\sqrt{3}} = 0,0023 \Omega$$

Las especificaciones de la inductancia indican un coeficiente de temperatura para su resistencia igual a cero, con una incertidumbre de $\pm 0,03 \Omega/^\circ\text{C}$. Las medidas se han realizado a una temperatura comprendida entre $22,0 \text{ }^\circ\text{C}$ y $24,0 \text{ }^\circ\text{C}$.

Por tanto la corrección por temperatura de la inductancia $\delta R_{IXT\text{ind}} = 0$.

Y su incertidumbre:

$$u(\delta R_{IXT\text{ind}}) = \frac{3 \cdot 10^{-4} \cdot 80,8 \Omega \cdot 1}{\sqrt{3}} = 0,014 \Omega$$

Las especificaciones de la inductancia dan un coeficiente de potencia

para su resistencia igual a cero, con una incertidumbre de $\pm 0,04 \Omega/\text{mW}$. Durante las medidas el multímetro aplica una intensidad de 1 mA, como la resistencia de la inductancia de 100 mH es de $80,8 \Omega$, la potencia disipada es de $0,08 \text{ mW}$.

Por lo cual, la corrección por potencia en la inductancia $\delta R_{IXPind} = 0$

Y la incertidumbre:

$$u(\delta R_{IXPind}) = \frac{0,04 \frac{\Omega}{\text{mW}} \cdot 0,08 \text{ mW}}{\sqrt{3}} = 0,0018 \Omega$$

De acuerdo con el apartado 6.1 la incertidumbre combinada se calculará con la siguiente expresión:

$$u^2(\Delta R_{IX}) = u^2(\bar{R}_{IX}) + u^2(\delta R_{IXres}) + u^2(\delta R_{IXcal}) + u^2(\delta R_{IXcurva}) + u^2(\delta R_{IXder}) + \\ + u^2(\delta R_{IXT}) + u^2(\delta R_{IXTind}) + u^2(\delta R_{IXPind}) + u^2(\bar{R}_{I0}) + u^2(\delta R_{I0res}) + u^2(\delta R_{I0cal}) + \\ + u^2(\delta R_{I0curva}) + u^2(\delta R_{I0der}) + u^2(\delta R_{I0T})$$

$$u(\Delta R_{IX}) = \sqrt{u^2(\Delta R_{IX})}$$

A continuación se expresa en forma de tabla el resumen de todo el análisis de incertidumbres.

Tabla 4. Resumen del análisis de incertidumbre

Magnitud, L_i	Mejor valor estimado de la magnitud, x_i \hat{x}_i	Incertidumbre típica, ($k=1$) $u(x_i)$ \hat{u}	Coefficiente de sensibilidad, c_i	Contribución a la incertidumbre u_i (y) \hat{u}
\bar{R}_{IX}	80,800 1	0,005 1	1	0,005 1
δR_{IXres}	0	0,000 3	1	0,000 3
δR_{IXcal}	0	0,021 7	1	0,021 7
$\delta R_{IXcurva}$	0,007 0	0,001 5	1	0,001 5
δR_{IXder}	-0,001 3	0,001 1	1	0,001 1
δR_{IXT}	0	0,003 7	1	0,003 7
R_{nom}	81	0	-1	0
δR_{IXTind}	0	0,014	-1	- 0,014
δR_{IXPind}	0	0,001 8	-1	- 0,001 8
\bar{R}_{I0}	0,005 6	0,000 5	-1	- 0,000 5
δR_{I0res}	0	0,000 3	-1	- 0,000 3
δR_{I0cal}	0	0,001 5	-1	- 0,001 5
$\delta R_{I0curva}$	0,003	0,000 6	-1	- 0,000 6
δR_{I0der}	- 0,000 5	0,000 5	-1	- 0,000 5
δR_{I0T}	0	0,002 3	-1	- 0,002 3
ΔR_{IX}	- 0,202 3	----	----	0,026 87

Y hallando el número de grados de libertad efectivos:

$$v_{eff} = \frac{0,02687^4}{\frac{0,0051^4}{9} + \frac{0,0005^4}{9}} = 6934$$

teniendo el resto de componentes del denominador un grado de libertad ∞ , por ser distribuciones con $k = 2$, con lo que se anulan estos sumandos.

Al número de grados de libertad efectivos obtenido, para un nivel de confianza del 95,45 %, le corresponde un factor de cobertura $k = 2$.



La incertidumbre expandida será por tanto:

$$U(\Delta R_{IX}) = k \cdot u(\Delta R_{IX}) = 2 \cdot 0,026\ 87\ \Omega = 0,053\ 74\ \Omega$$

Siendo el resultado final de la calibración de la resistencia de la inductancia de 100 mH, para las condiciones consideradas:

$$\Delta R_{IX}(81\ \Omega) = (-0,202 \pm 0,054)\ \Omega\ (k = 2)$$

