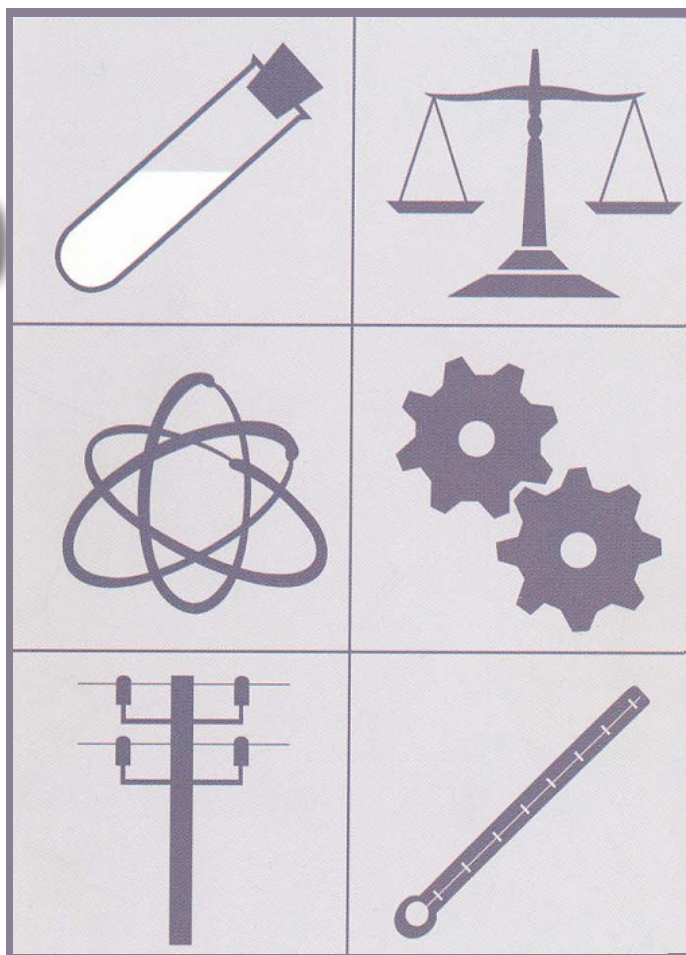


Metrología

PROCEDIMIENTO DE CALIBRACIÓN



PROCEDIMIENTO EL-022 PARA LA CALIBRACIÓN
DE DIVISORES DE TENSIÓN DE KELVIN-VARLEY

ñ 14



La presente edición de este procedimiento se emite exclusivamente en formato digital y puede descargarse gratuitamente de nuestra página web (www.cem.es).

El procedimiento ha sido revisado, corregido y actualizado, respecto a la edición anterior en papel.

Este procedimiento de calibración es susceptible de modificación permanente a instancia de cualquier persona o entidad. Las propuestas de modificación se dirigirán por escrito, justificando su necesidad, a cualquiera de las siguientes direcciones:

Correo postal:

Centro Español de Metrología
C/ del Alfar, 2,
28760 Tres Cantos, Madrid

Correo electrónico:

cem@cem.es



ÍNDICE

Página

1. OBJETO.....	4
2. ALCANCE.....	4
3. DEFINICIONES.....	4
4. GENERALIDADES.....	9
5. DESCRIPCIÓN.....	12
5.1. Equipos y materiales.....	12
5.2. Operaciones previas.....	14
5.3. Proceso de calibración.....	16
5.4. Toma y tratamiento de datos.....	21
6. RESULTADOS.....	24
6.1. Cálculo de incertidumbres.....	24
6.2. Interpretación de resultados.....	29
7. REFERENCIAS.....	30
8. ANEXOS.....	31



OBJETO

El presente procedimiento tiene por objeto dar a conocer la técnica necesaria para realizar la calibración de divisores de tensión Kelvin-Varley [2] (11.02).

ALCANCE

Este procedimiento se aplica a cualquier tipo de divisores de tensión Kelvin-Varley, siempre y cuando la tensión a la que se piense utilizar esté en el margen cubierto por las fuentes y los voltímetros disponibles.

3.- DEFINICIONES

Las definiciones de los instrumentos utilizados están adaptadas de la Clasificación de Instrumentos de Metrología Eléctrica [2].

Son asimismo de aplicación las definiciones generales del Vocabulario Internacional de Metrología, conceptos fundamentales y generales y términos asociados [1], en particular las que se indican a continuación.

Ajuste de un sistema de medida [1] (3.11)

Conjunto de operaciones realizadas sobre un **sistema de medida** para que proporcione **indicaciones** prescritas, correspondientes a **valores** dados de la **magnitud** a medir.

NOTA 1: Diversos tipos de ajuste de un sistema de medida son: **ajuste de cero**, ajuste del *offset* (*desplazamiento*) y ajuste de la amplitud de escala (denominado también ajuste de ganancia).

NOTA 2: No debe confundirse el ajuste de un sistema de medida con su propia calibración, que es un requisito para el ajuste.

NOTA 3: Después de su ajuste, generalmente un sistema de medida debe ser calibrado nuevamente.

Calibración [1] (2.39)



Operación que bajo condiciones especificadas establece, en una primera etapa, una relación entre los **valores** y sus **incertidumbres de medida** asociadas obtenidas a partir de los **patrones de medida**, y las correspondientes **indicaciones** con sus incertidumbres asociadas y, en una segunda etapa, utiliza esta información para establecer una relación que permita obtener un **resultado de medida** a partir de una indicación.

NOTA 1: Una calibración puede expresarse mediante una declaración, una función de calibración, un diagrama de calibración, una curva de calibración o una tabla de calibración. En algunos casos, puede consistir en una corrección aditiva o multiplicativa de la indicación con su incertidumbre correspondiente.

NOTA 2: Conviene no confundir la calibración con el **ajuste de un sistema de medida**, a menudo llamado incorrectamente “autocalibración”, ni con una **verificación** de la calibración.

NOTA 3: Frecuentemente se interpreta que únicamente la primera etapa de esta definición corresponde a la calibración.

Calibrador multifunción [2] (13:10)

Instrumento que suministra en sus bornes de salida diversos márgenes de las magnitudes básicas eléctricas, tensión e intensidad de corriente, tanto en continua como en alterna, así como resistencia, que son necesarias para la calibración tanto de multímetros digitales como analógicos así como de otros instrumentos eléctricos de aplicación más específica.

Calibrador de tensión continua [2] (04.04)

Instrumento destinado a proporcionar tensiones en corriente continua, de estabilidad y exactitud suficientes, para calibrar voltímetros analógicos o digitales.

Detector de nulo electrónico de c.c. [2] (04.17)

Es un instrumento que indica la condición de cero de intensidad de corriente o tensión en un circuito eléctrico que forma parte de un puente, potenciómetro o medidor en general, y que, al igual que los galvanómetros de c.c., suelen indicar también deflexiones como medida del grado de desequilibrio.



Divisor de tensión [2] (11.01)

Es un instrumento que produce relaciones de tensión conocidas utilizando agrupaciones de resistencias dispuestas en serie. Se utiliza frecuentemente para reducir tensiones eléctricas. Para disminuir las corrientes de fugas, algunos de estos instrumentos disponen de un circuito de guarda que, básicamente, es otro divisor resistivo que lo rodea.

Divisor de tensión Kelvin-Varley [2] (11.02)

Es un circuito resistivo que se emplea, principalmente, como elemento de relación en corriente continua. En los divisores de mejor calidad, la tensión de entrada puede dividirse con una resolución que puede llegar a 7 cifras decimales y con una incertidumbre muy pequeña.

En general, cada década está formada por 11 resistencias iguales conectadas en serie. Estas resistencias, tomadas de dos en dos, se conectan en paralelo a la década siguiente, que también está constituida por 11 resistencias iguales (salvo la última década, formada por 10 resistencias) y de valor $1/5$ del de la década anterior. De esta manera se consigue una división decimal de tensión, ya que la caída de tensión en cada década es la décima parte de la de la década anterior.

Error de medida [1] (2.16)

Diferencia entre un **valor medido de una magnitud** y un **valor de referencia**.

NOTA 1. El concepto de error de medida puede emplearse:

- a) cuando exista un único valor de referencia, como en el caso de realizar una **calibración** mediante un **patrón** cuyo **valor medido** tenga una **incertidumbre de medida** despreciable, o cuando se toma un **valor convencional**, en cuyo caso el error es conocido.
- b) cuando el mensurando se supone representado por un valor verdadero único o por un conjunto de valores verdaderos, de amplitud despreciable, en cuyo caso el error es desconocido.



NOTA 2. Conviene no confundir el error de medida con un error en la producción o con un error humano.

Incertidumbre de medida [1] (2.26)

Parámetro no negativo que caracteriza la dispersión de los **valores** atribuidos a un **mensurando**, a partir de la información que se utiliza.

NOTA 1: La incertidumbre de medida incluye componentes procedentes de efectos sistemáticos, tales como componentes asociadas a correcciones y a valores asignados a patrones, así como la incertidumbre debida a la definición. Algunas veces no se corrigen los efectos sistemáticos estimados y en su lugar se tratan como componentes de incertidumbre.

NOTA 2: El parámetro puede ser, por ejemplo, una desviación típica, en cuyo caso se denomina **incertidumbre típica de medida** (o un múltiplo de ella) , o una semiamplitud con una **probabilidad de cobertura** determinada.

NOTA 3 En general, la incertidumbre de medida incluye numerosas componentes. Algunas pueden calcularse mediante una evaluación tipo A de la incertidumbre de medida, a partir de la distribución estadística de los valores que proceden de las series de mediciones y pueden caracterizarse por desviaciones típicas. Las otras componentes, que pueden calcularse mediante una evaluación tipo B de la incertidumbre de medida, pueden caracterizarse también por desviaciones típicas, evaluadas a partir de funciones de densidad de probabilidad basadas en la experiencia u otra información.

NOTA 4 En general, para una información dada, se sobrentiende que la incertidumbre de medida está asociada a un valor determinado atribuido al mensurando. Por tanto, una modificación de este valor supone una modificación de la incertidumbre asociada.

Resolución de un dispositivo visualizador [1] (4.15)

Mínima diferencia entre **indicaciones** visualizadas, que puede percibirse de forma significativa.

Trazabilidad metrológica [1] (2. 41)

Propiedad de un **resultado de medida** por la cual el resultado puede relacionarse con una referencia mediante una cadena ininterrumpida y documentada de **calibraciones**, cada una de las cuales contribuye a la **incertidumbre de medida**



NOTA 1: En esta definición, la referencia puede ser la definición de una **unidad de medida**, mediante una realización práctica, un **procedimiento de medida** que incluya la unidad de medida cuando se trate de una **magnitud no ordinal**, o un **patrón**.

NOTA 2: La trazabilidad metrológica requiere una **jerarquía de calibración** establecida.

NOTA 3: La especificación de la referencia debe incluir la fecha en la cual se utilizó dicha referencia, junto con cualquier otra información metrológica relevante sobre la referencia, tal como la fecha en que se haya realizado la primera calibración en la jerarquía.

NOTA 4: Para **mediciones** con más de una **magnitud de entrada** en el **modelo de medición**, cada **valor** de entrada debiera ser metrológicamente trazable y la jerarquía de calibración puede tener forma de estructura ramificada o de red. El esfuerzo realizado para establecer la trazabilidad metrológica de cada valor de entrada debería ser en proporción a su contribución relativa al resultado de la medición.

NOTA 5: La trazabilidad metrológica de un resultado de medida no garantiza por sí misma la adecuación de la incertidumbre de medida a un fin dado, o la ausencia de errores humanos.

NOTA 6: La comparación entre dos patrones de medida puede considerarse como una calibración si ésta se utiliza para comprobar, y si procede, corregir el valor y la incertidumbre atribuidos a uno de los patrones.

NOTA 7: La ILAC considera que los elementos necesarios para confirmar la trazabilidad metrológica son: una **cadena de trazabilidad** metrológica ininterrumpida a un **patrón internacional** o a un **patrón nacional**, una incertidumbre de medida documentada, un procedimiento de medida documentado, una competencia técnica reconocida, la trazabilidad metrológica al **SI** y los intervalos entre calibraciones (véase ILAC P-10:2002).

NOTA 8: Algunas veces el término abreviado “trazabilidad” se utiliza en lugar de “trazabilidad metrológica” así como para otros conceptos, como trazabilidad de una muestra, de un documento, de un instrumento, de un material, etc., cuando interviene el historial (“traza”) del elemento en cuestión. Por tanto, es preferible utilizar el término completo “trazabilidad metrológica” para evitar confusión.

Voltímetro digital de c.c. [2] (04.12):



Instrumento que convierte las señales analógicas de tensión de c.c. en presentaciones digitales o tensiones de salida codificadas, que pueden emplearse en procesos automáticos de registro o de control.

NOTA:

En la clasificación [2] se denomina voltímetro numérico de c.c.

4 GENERALIDADES

Un divisor de tensión Kelvin-Varley es un instrumento que proporciona relaciones de tensión. Consiste, básicamente, en una cadena de resistencias con una toma intermedia que se puede desplazar a lo largo de la cadena y un conjunto de conmutadores para obtener las relaciones deseadas. La magnitud característica en un divisor Kelvin-Varley, como en los demás tipos de divisores, es la relación entre la tensión eléctrica aplicada en sus terminales de entrada y la que aparece en los terminales de salida. Gracias a la compleja disposición del divisor Kelvin-Varley, es posible obtener relaciones de tensión variables de manera casi continua con hasta 7 cifras de resolución, a diferencia de los divisores resistivos patrón, que, generalmente, sólo proporcionan unos cuantos valores fijos de relación.

Para la calibración de los divisores de tensión Kelvin-Varley pueden emplearse varias técnicas de medida, principalmente las dos siguientes:

- a) Comparación con un divisor resistivo 10:1 o con otro divisor Kelvin-Varley calibrado.
- b) Calibración con un voltímetro o multímetro digital.

Se describen brevemente los principios de los dos métodos:

El método a) de comparación con un divisor patrón consiste en conectar en paralelo el divisor a calibrar y el divisor patrón. Con ello se asegura que estén alimentados con la misma tensión de entrada. Se mide con un voltímetro la diferencia entre las dos tensiones de salida y se calcula la relación de tensión del divisor a calibrar a partir de la relación del patrón, de la medida de tensión y del valor aproximado de la tensión de entrada. Una variante de esta técnica usa dos fuentes separadas que alimentan los dos divisores. Esto permite, como se verá, calibrar un



divisor Kelvin-Varley multidécada con un divisor patrón 10:1, formado por una sola década.

El método b) consiste en alimentar el divisor Kelvin-Varley con una fuente de tensión y medir su tensión de salida con un voltímetro o multímetro digital. Actualmente existen multímetros digitales cuyas especificaciones de linealidad superan a las de los mejores divisores Kelvin-Varley, haciendo lo posible el uso de esta técnica.

La elección de uno u otro método depende del equipo disponible y del nivel de incertidumbre necesario. Hay que tener en cuenta las siguientes consideraciones para elegir:

El primer procedimiento proporciona el valor de relación del divisor Kelvin-Varley con una incertidumbre que depende esencialmente del divisor patrón. Permite calibrar el divisor con muy buena exactitud pero tiene el inconveniente de requerir un divisor patrón previamente calibrado por otro método. Además, salvo que el divisor patrón sea también de tipo Kelvin-Varley o se disponga de dos fuentes de tensión, generalmente sólo será posible calibrar la primera década del instrumento.

El segundo procedimiento es muy sencillo y requiere menos equipos que el primero. Además, un voltímetro digital de alta resolución es un instrumento que normalmente siempre estará disponible en un laboratorio de calibración eléctrica.

Símbolos y Abreviaturas

C_c : Valor de la corrección de la relación del divisor a calibrar.

C_{Pder} : Tasa de deriva del divisor patrón con respecto al tiempo.

C_{PT} : Coeficiente de variación con la temperatura del divisor patrón.

R_c : Valor de la relación del divisor a calibrar.

R_{Cnom} : Valor nominal del divisor a calibrar.



r_P : Valor del divisor patrón, expresado como la relación entre la tensión de salida y la de entrada.

R_P : Valor calibrado del divisor patrón, expresado como la relación entre la tensión de entrada y la de salida. Es inverso de r_P y es el valor que se suele dar en los certificados de calibración de divisores resistivos de tensión.

r_{Pnom} : Valor nominal de la relación del divisor patrón.

r_{Cnom} : Valor nominal de la relación del divisor a calibrar.

T : Temperatura a la que se realiza la calibración.

t : Fecha en la que se realiza la calibración.

T_{cal} , T_{vical} : Temperatura a la que se realizaron las calibraciones del divisor patrón y del voltímetro i , respectivamente.

t_{cal} : Fecha en la que se realizó la calibración del divisor patrón.

T_{ref} : Temperatura de referencia del divisor Kelvin-Varley a calibrar.

$u(c_{Pder})$: Incertidumbre de la tasa de deriva del divisor patrón con respecto al tiempo.

$u(c_{PT})$: Incertidumbre del coeficiente de temperatura del divisor patrón.

$u(r_P)$: Incertidumbre total de r_P .

$u(\delta r_{Pcal})$: Incertidumbre de la relación del divisor patrón debida a la calibración.

$u(\delta R_{Pcal})$: Incertidumbre de R_P debida a la calibración del divisor patrón.

$u(\delta r_{Pder})$: Incertidumbre de la relación del divisor patrón debida a la deriva.

$u(\delta r_{PT})$, $u(\delta r_{CT})$: Incertidumbre del valor de los divisores patrón y a calibrar, respectivamente, debidas a la variación de temperatura.



V_C , V_P : Tensiones de alimentación de los divisores a calibrar y patrón, respectivamente.

V_d : Para el método de comparación de divisores, tensión diferencial que existe entre puntos equivalentes de los dos divisores.

V_{dmax} V_{dmin} : Valores máximo y mínimo, respectivamente, de V_d .

V_i : Expresión genérica que representa a cualquiera de las tensiones que aparecen en las ecuaciones.

V_i : Valor medio de las lecturas de la tensión V_i .

δr_{Pcal} : Corrección por calibración de la relación del divisor patrón.

δr_{Pder} : Corrección por deriva de la relación del divisor patrón.

δr_{PT} , δr_{CT} : Correcciones por temperatura de la relación del divisor patrón y del divisor a calibrar, respectivamente.

δV_{ical} : Corrección por calibración de la tensión V_i .

δV_{ider} : Corrección por deriva de la tensión V_i .

δV_{ires} : Corrección por resolución de la tensión V_i .

δV_{iT} : Corrección por temperatura de la tensión V_i .

5. DESCRIPCIÓN

5.1 Equipos y materiales

Cualquiera que sea el método de calibración elegido se necesita siempre:

- El divisor de tensión Kelvin-Varley objeto de la calibración.
- Los cables necesarios para la realizar las conexiones.



Según el método de calibración que se elija de los dos descritos, se necesitan distintos equipos:

Para el método a) se necesita

- Un divisor de tensión resistivo 10:1 (formado por diez resistencias nominalmente iguales y accesibles para medida separada de cada una de ellas) o bien un divisor Kelvin-Varley. Debe ser capaz de aceptar tensiones de entrada iguales o mayores que la del divisor a calibrar. La incertidumbre de este divisor patrón debe ser tres veces inferior a la indicada en las especificaciones del instrumento a calibrar.
- Una o dos fuentes de tensión continua, preferiblemente calibradores multifunción o de tensión continua, capaces de generar la tensión nominal de entrada especificada para el divisor a la corriente a la que este debe funcionar. Si el divisor patrón es también del tipo Kelvin-Varley sólo se necesitará una fuente; si es un divisor del tipo 10:1 harán falta dos fuentes. Deberán poseer estabilidad suficiente y la tensión que suministra será bien conocida. Si ninguna de las dos fuentes es un calibrador, puede ser necesario medir su tensión V_C con un voltímetro.
- Un voltímetro calibrado que mida las tensiones V_d , V_C , y, en su caso, V_P (ver figuras 1 y 2). Se preferirá el uso de voltímetros digitales que sean capaces de leer tensiones alejadas de tierra, o bien, un voltímetro alimentado por batería.
- Si se dispone de un detectores de cero se puede sustituir al voltímetro para la medida de V_d .

Para el método b), se empleará:

- Una fuente de las mismas características que las indicadas para el método anterior.



- Un voltímetro o multímetro digital de resolución igual a superior a la del divisor a calibrar. Su incertidumbre relativa total debe ser tres veces inferior a las especificaciones del divisor Kelvin-Varley. El voltímetro debe emplearse sólo en aquellas de sus escalas de medida que no incluyen un divisor resistivo interno.

5.2. Operaciones previas

Antes de iniciar la calibración se realizarán las siguientes operaciones previas:

- a) Se comprobará que el divisor Kelvin-Varley está identificado de forma inequívoca con su marca, modelo y número de serie correspondiente, o con un código interno del propietario del equipo. Si no fuera así se le asignará un código de identificación que se adherirá o fijará de forma segura sobre el instrumento.
- b) Se estudiará el manual de instrucciones del divisor de tensión Kelvin-Varley. En especial, hay que asegurarse de no superar la tensión eléctrica máxima que puede soportar el divisor. Una vez alimentado a una fuente de tensión externa, se tomarán las medidas adecuadas para evitar riesgos para el personal encargado de la calibración, ya que los potenciales eléctricos que se manejan pueden ser altos.
- c) Se dispondrá de los correspondientes manuales de instrucciones de los voltímetros y del divisor patrón, en su caso, para que la persona que realice la calibración esté familiarizada con su manejo. Se tendrá especial cuidado en verificar qué valores máximos de tensión pueden soportar sus terminales respecto de tierra ya que el voltímetro trabajará probablemente a potenciales flotantes. Así mismo se comprobará su estado de calibración, la existencia de certificados de calibración en vigor y si la incertidumbre indicada en tales certificados permite la trazabilidad e incertidumbre apropiadas a las medidas necesarias para esta calibración.
- d) Asimismo, se dispondrá del manual de instrucciones de las fuentes de alimentación de los divisores y se comprobará que la tensión que pueden generar y la corriente que pueden



suministrar es la adecuada a las características del divisor. Si la fuentes son calibradores, se comprobará su estado de calibración, la existencia de certificados de calibración en vigor y si las incertidumbres indicadas en tales certificados permiten la trazabilidad e incertidumbre apropiadas a las medidas necesarias para esta calibración.

- e) Se comprobará que el valor nominal de la tensión de la red y las posibles variaciones son adecuadas para el funcionamiento de las fuentes y de los medidores. Normalmente una tensión de $220 \text{ V} \pm 10 \%$ es adecuada para el funcionamiento de la mayoría de los instrumentos de medida. En todo caso, se deberán consultar los manuales de instrucciones de los instrumentos para asegurar los límites tolerables.
- f) Todos los equipos estarán en el laboratorio durante el tiempo necesario para que se estabilicen. Se conectarán a la red de alimentación eléctrica la fuente de tensión y el voltímetro, durante un tiempo previo al inicio de la calibración para conseguir la estabilización térmica. El tiempo de estabilización térmica cambia de un instrumento a otro. Consultar el tiempo necesario en los manuales de los instrumentos.
- g) La calibración se realizará manteniendo una temperatura adecuada para el divisor y para los demás instrumentos utilizados de acuerdo con lo que indiquen sus manuales; esta temperatura suele estar comprendida entre $18 \text{ }^\circ\text{C}$, y $28 \text{ }^\circ\text{C}$ que es el margen normal en el que los instrumentos de Metrología Eléctrica mantienen sus especificaciones.
- h) La humedad relativa no debe superar los límites establecidos en los manuales de los equipos que intervienen en la calibración. El valor máximo recomendado puede ser el 70% , aunque en algunos casos es posible admitir valores de hasta el 80% o superiores.
- i) Se comprobará que los equipos que requieran conexión a red están conectados a enchufes que incluyan un conductor de tierra como medida elemental de protección.



- j) Utilizar cables con terminales o bananas que una vez introducidas en las bornes correspondientes estén aisladas, tanto térmica como eléctricamente.
- k) Antes de realizar cualquier conexión eléctrica a los bornes de las fuentes, comprobar que no hay señal de tensión y que las fuentes están inactivas (indicador STANDBY o similar). Deben estar también en ese mismo estado cuando estén desconectadas.
- l) El método de medida directa de tensiones sólo puede usarse con voltímetros que no tengan un divisor interno en las escalas a utilizar. Esto no se aplica al método de comparación de divisores.

5.3. Proceso de calibración

5.3.1- Definición de los puntos de medida.

Sólo es necesario calibrar las dos o tres décadas más altas del divisor Kelvin-Varley, ya que por su mayor valor relativo influyen más sobre la incertidumbre en la tensión de salida.

En cada década es necesario medir el valor de relación de todas las posiciones del conmutador correspondiente, con todos los otros conmutadores fijados a cero, es decir, con valores nominales de la forma ...0n000...(n=1,2...). Normalmente la última década del divisor llega hasta 10, que se suele indicar con una X y la relación máxima, igual a 1, se expresa como 0,999...X. Con el valor 10 de la última década, algunas relaciones se pueden expresar de dos maneras. Por ejemplo, para un divisor de 7 décadas, 0,1000000 indica la misma relación que 0,099999X, pero realizada con juegos diferentes de resistencias. Hay que comprobar también estas relaciones dobles para ver la unión entre décadas.

5.3.2- Métodos de medida.

Como se indicó en el apartado correspondiente a generalidades, existen dos sistemas diferentes de

calibración de divisores resistivos de tensión. Se describen a continuación en profundidad:

a) Comparación con un divisor patrón

El proceso consiste en los pasos siguientes:

- Para calibrar la primera década del divisor Kelvin-Varley o si el patrón es también del tipo Kelvin-Varley, conectar en paralelo los dos divisores, según muestra la figura 1.

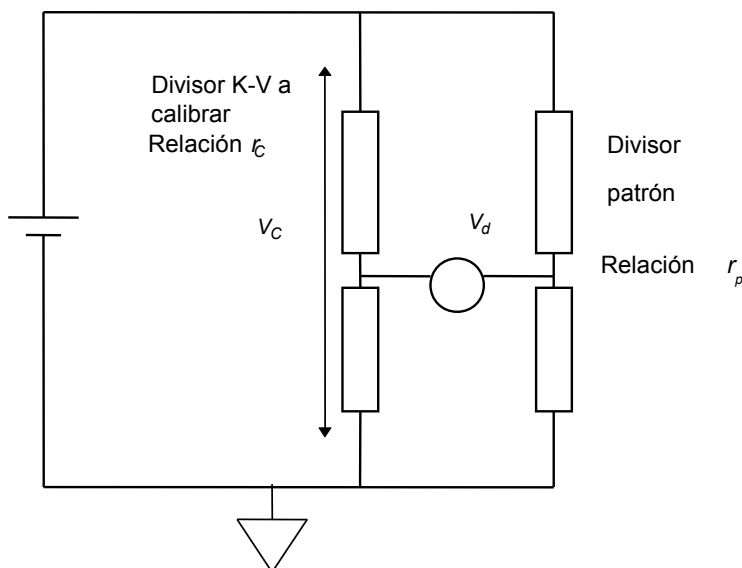


Figura 1. Método por comparación con un divisor patrón para calibrar la primera década

Para calibrar las siguientes décadas con un divisor 10:1, conectar los dos divisores cada uno a su fuente según la figura 2. Fijar la tensión de la fuente V_P a un valor igual a la tensión total de la década a calibrar del divisor Kelvin-Varley, es decir a $1/10$ de la tensión V_C para la segunda década y $1/100$ de V_C para la tercera, etc. Este circuito se puede aplicar también a la

primera década pero con menos exactitud, pues no elimina la incertidumbre de las fuentes.

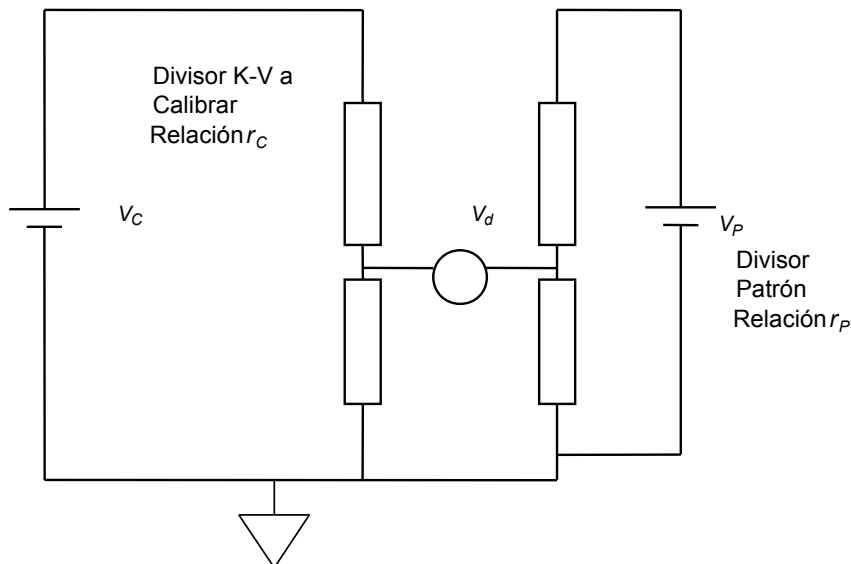


Figura 2. Método por comparación con un divisor patrón para calibrar las décadas siguientes a la primera

Mientras se hacen las conexiones mantener las fuentes en espera o apagadas y activarlas cuando las conexiones estén completas. Hacer lo mismo cuando se cambien el voltímetro de un punto de medida a otro, salvo que se disponga de un conmutador para hacerlo.

- Anotar la tensión V_C y para las décadas segunda y sucesivas V_P , tomando entre cinco y diez lecturas seguidas del voltímetro. Si las fuentes son calibradores, simplemente anotar las tensiones fijadas en el visor.
- Para mayor exactitud, se puede ajustar a cero el voltímetro o detector que se vaya a utilizar para medir V_d . Para ello conectarlo en cortocircuito y usar su

dispositivo de cero, siguiendo las indicaciones de su manual.

- Poner las décadas del divisor Kelvin-Varley en la posición correspondiente a la relación a medir. Conectar el hilo positivo del voltímetro o detector al terminal positivo de salida del divisor Kelvin-Varley y el otro hilo del voltímetro al terminal correspondiente del divisor patrón.
- Si tenemos un detector de cero, ajustar la relación del divisor para que el voltímetro o detector indique cero en V_d . Anotar los límites máximo y mínimo de deflexión de la aguja del detector. Este ajuste hará que no estemos exactamente en el punto de calibración indicado sino en un punto próximo cuyo valor nominal será el indicado por la posición de las décadas una vez alcanzado el mínimo. Si se tiene un voltímetro digital en este punto no es necesario hacer el ajuste del divisor Kelvin-Varley, y el valor de V_d se obtiene tomando entre cinco y diez lecturas del voltímetro digital.
- Aplicar las siguientes ecuaciones para determinar la relación buscada:

En el caso de la primera década:

$$\begin{aligned} r_C V_C &= r_P V_C + V_d \\ r_C &= \frac{r_P V_C + V_d}{V_C} = r_P + \frac{V_d}{V_C} \end{aligned} \quad (1)$$

Para el caso de calibrar las décadas segunda y sucesivas con el divisor 10:1 las ecuaciones aplicables son:

$$\begin{aligned} r_C V_C &= r_P V_P + V_d \\ r_C &= r_P \frac{V_P}{V_C} + \frac{V_d}{V_C} \end{aligned} \quad (2)$$



En estas ecuaciones, tanto el valor de la relación del divisor patrón como del divisor a calibrar, r_P y r_C son las relaciones entre la tensión de salida y la de entrada, y son siempre menores que uno.

b) Medida directa de las tensiones de entrada y de salida:

Consiste en lo siguiente:

- Conectar el medidor de tensión a los terminales de salida del divisor Kelvin-Varley y tomar entre cinco y diez lecturas de cada una de las tensiones de salida. Entre las tensiones a medir siempre debe estar la tensión máxima (relación del divisor Kelvin-Varley igual a 1, indicación 0,999...X) y también las tensiones de salida correspondientes a las relaciones a calibrar.
- Calcular la relación de tensión del divisor, dividiendo el valor de tensión obtenido para cada relación desconocida a medir por el valor de tensión medido con el divisor en relación 1, que es igual a la tensión de alimentación del divisor V_C .

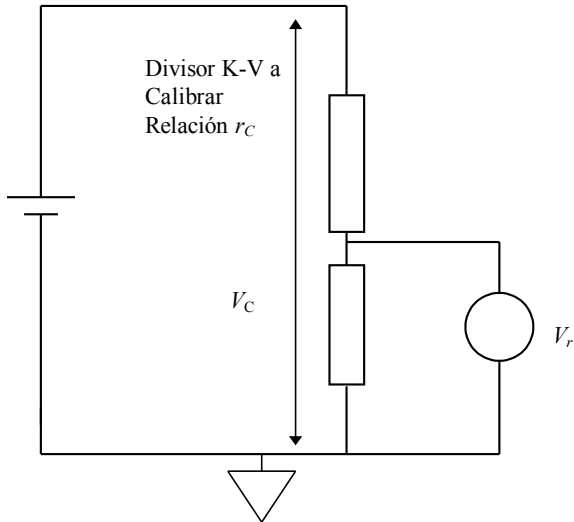


Figura 3. Método por medida directa de las tensiones de entrada y salida

La expresión de r sería entonces:

$$r_c = \frac{V_r}{V_c} \quad (3)$$

5.4. Toma y tratamiento de datos

Según el método que se utilice, se tomarán distintos datos, de acuerdo con las ecuaciones correspondientes, pero el tratamiento es similar, dado que los únicos datos que se miden son tensiones.

- Se tomarán varias lecturas de cada voltímetro, entre cinco y diez, y se calculará el valor medio y la desviación típica experimental de la media, de acuerdo con las fórmulas bien conocidas.

$$\overline{V}_i = \frac{\sum_{j=1}^n V_{ij}}{n} \quad (4)$$

$$u(\overline{V}_i) = \frac{\sum_{j=1}^n (V_{ij} - V_i)}{n(n-1)} \quad i = C, P, d \quad (5)$$

- Si en V_d se emplea un detector de cero en vez de un voltímetro, se observarán los límites máximo y mínimo de deflexión de la aguja, y se considerarán como los límites superior e inferior de una distribución rectangular. Se calcularán el valor medio y la incertidumbre según las fórmulas:

$$\overline{V}_d = \frac{(V_{d\max} + V_{d\min})}{2} \quad (6)$$
$$u(\overline{V}_d) = \frac{|V_{d\max} - V_{d\min}|}{\sqrt{12}}$$

- El certificado de calibración del divisor patrón puede indicar r_p (relación tensión de salida/tensión de entrada) o, más comúnmente, R_p (relación tensión de salida/tensión de entrada). Como el dato que necesitamos es r_p , debemos calcularlo a partir de R_p e igualmente calcular la incertidumbre de r_p a partir de la de R_p . Esto se realiza con las siguientes fórmulas:

$$r_p = \frac{1}{R_p} \quad (7)$$
$$u(\delta r_{Pcal}) = \frac{u(\delta R_{Pcal})}{R_p^2}$$

- Deben anotarse las condiciones ambientales a las que se realiza la calibración.
- Debe estar disponible toda la información que se tenga sobre los instrumentos, especialmente historial, especificaciones del fabricante y posibles estudios de comportamiento, en su caso.

- La corrección por deriva del divisor patrón, δr_{Pder} , se calculará a partir de su historial. Normalmente se dan tres casos:

- a) El historial muestra una tendencia predecible, casi siempre lineal, de evolución del patrón con el tiempo. Entonces se tendrá una tasa de deriva (que puede ser cero) y una incertidumbre de la tasa de deriva, y se calcularán la corrección y su incertidumbre como:

$$\delta r_{Pder} = C_{der} \cdot (t - t_{cal}); U(\delta r_{Pder}) = u(C_{der})(t - t_{cal}) \quad (8)$$

- b) El historial no muestra una tendencia clara con el tiempo. Entonces la corrección se considera igual a cero y su incertidumbre se calcula considerando la máxima diferencia hallada entre calibraciones como la máxima que podría aparecer y considerando una distribución rectangular.

$$\delta r_{Pder} = 0; u(\delta r_{Pder}) = \max(r_{P2} - r_{P1}) / \sqrt{3} \quad (9)$$

- c) No se conoce el historial del patrón. En este caso también se considera igual a cero la corrección. Para calcular la incertidumbre se toman las especificaciones del fabricante para el plazo más corto posible que supere el tiempo transcurrido desde la calibración. Por ejemplo, si el patrón se calibró hace 4 meses y el fabricante da especificaciones a 3, 6 y 12 meses, habría que aplicar las de 6 meses.

$$\delta r_{Pder} = 0; u(\delta r_{Pder}) = \text{espec}(r_P) / \sqrt{3} \quad (10)$$

- Las correcciones por temperatura del divisor patrón, δr_{PT} , del divisor a calibrar δr_{CT} y de los voltímetros se calcularán a partir de las especificaciones de los fabricantes, que normalmente vienen indicadas de una de las tres maneras:

- a) El instrumento tiene una variación máxima igual a una determinada cantidad por cada grado que la temperatura de medida se separe de la referencia. Entonces se considera igual a cero la corrección. Para calcular la incertidumbre se toma variación por grado especificada, se multiplica por la diferencia máxima entre temperatura de medida y la

temperatura de referencia del instrumento y se considera como límite de una distribución rectangular. Resultaría entonces:

$$\delta r_{PT} = 0; \text{espec}(r_P)(T - T_{cal})_{max}/\sqrt{3} \quad (11)$$

$$\delta r_{CT} = 0; \text{espec}(r_C)(T - T_{ref})_{max}/\sqrt{3} \quad (12)$$

$$\delta V_{IT} = 0; \text{espec}(r_P)(T - T_{Vical})_{max}/\sqrt{3} \quad (13)$$

- b) El instrumento de que se trate (divisores o voltímetros) tiene una variación máxima dentro de un intervalo de temperaturas (normalmente 18 °C – 28 °C, margen que cubre prácticamente cualquier laboratorio de calibración). Entonces se toma esa variación máxima especificada como la semiamplitud de una distribución rectangular:

$$\delta r_{Pder} = 0; u(\delta r_{Pder}) = \text{espec}(r_P)/\sqrt{3} \quad (14)$$

- c) El instrumento tiene un coeficiente de temperatura especificado, con una incertidumbre de dicho coeficiente. Normalmente, esto sólo será aplicable, en su caso, al divisor patrón. Resultaría entonces:

$$\delta r_{PT} = C_{PT}(T - T_{cal}); u(\delta r_{PT}) = u(C_{PT})(T - T_{cal}) \quad (15)$$

Las incertidumbres de las tensiones debidas a las resoluciones de los distintos voltímetros se calculan a partir de la fórmula siguiente, suponiendo una distribución rectangular de amplitud igual a un dígito.

$$u(V_{ires}) = \frac{d_i}{\sqrt{12}} \quad (16)$$

6. RESULTADOS

6.1. Cálculos de incertidumbres

Se considera, siguiendo las recomendaciones de la referencia [4], como variable de salida la corrección a la relación nominal del divisor Kelvin-Varley.

La verdadera relación del divisor Kelvin-Varley en el momento de medir es:

$$R_C = r_{Cnom} + c_C + \delta r_{CT} \quad (17)$$

De ahí se tendría, como valor de la corrección:

$$C_C = r_C - r_{Cnom} - \delta r_{CT} \quad (18)$$

Esta expresión se sustituye en las ecuaciones de los distintos métodos de medida.

a) Comparación con un divisor patrón:

La ecuación del método de medida teniendo en cuenta las correcciones necesarias, se convierte, para la primera década, en:

$$c_C = r_P + \frac{V_s}{V_C} + \delta r_{CT} - r_{Cnom} \quad (19)$$

Y para las décadas sucesivas en:

$$c_C = \frac{r_P V_P + V_d}{V_C} - \delta r_{CT} - r_{Cnom} \quad (20)$$

Como las dos ecuaciones tienen similares componentes, aunque combinados de distinta manera, se les puede dar un tratamiento común.

De acuerdo con la ecuación descrita la incertidumbre será, para la primera década:

$$u^2(c_C) = u^2(r_P) + u^2(\delta r_{CT}) + \frac{1}{V_C^2} (u^2(V_d)) + \frac{V_d^2}{V_C^4} (u^2(V_C)) \quad (21)$$

Los componentes se expresan en forma de tabla:



Magnitud X_i	Estimación x_i	Incertidumbre típica $u(x_i)$	Coficiente sensibilidad c_i	Contribuc. incert. $u(c_i)$
r_P	r_P	$u(r_P)$	1	$u(r_P)$
V_d	\bar{V}_d	$u(V_d)$ ver tabla IV	$1/V_C$	$u(V_d)/V_C$
V_C	\bar{V}_C	$u(V_C)$ ver tabla IV	V_d/V_C^2	$u(V_C)V_d/V_C^2$
r_{Cnom}	r_{Cnom}	0	-1	0
δr_{CT}	0	$u(\delta r_{CT})$	-1	$-u(\delta r_{CT})$
c_C	$r_P + (V_d / \bar{V}_C) - r_{Cnom}$			$\sqrt{\sum u_i^2(c_C)}$

Tabla I. Tabla de contribuciones a la incertidumbre para la primera década. Comparación con un divisor patrón

Para las décadas sucesivas la ecuación será:

$$u^2(c_C) = (u^2(r_P)) \frac{V_P^2}{V_C^2} + u^2(V_d) \frac{1}{V_C^2} + u^2(V_C) \frac{r_P^2 V_P^2}{V_C^4} + u^2(\delta r_{CT}) \quad (22)$$

Y la tabla correspondiente sería:

Magnitud X_i	Estimación x_i	Incertidumbre típica $u(x_i)$	Coficiente sensibilidad c_i	Contribuc. incert. $u(c_i)$
r_P	r_P	$u(r_P)$ ver tabla IV	V_P/V_C	$u(r_P) V_P/V_C$
V_d	\bar{V}_d	$u(V_d)$ ver tabla V	$1/V_C$	$u(V_d)/V_C$
V_P	\bar{V}_P	$u(V_P)$ ver tabla V	r_P/V_C	$u(V_P)r_P/V_C$
V_C	\bar{V}_C	$u(V_C)$ ver tabla V	$r_P V_P/V_C^2$	$u(V_C)r_P V_P/V_C^2$
δr_{CT}	0	$u(\delta r_{CT})$	-1	$-u(\delta r_{CT})$
r_{Cnom}	r_{Cnom}	0	-1	0
c_C	$r_P + \frac{V_d}{\bar{V}_d} - \bar{V}_C$ $+ \frac{\bar{V}_d}{\bar{V}_C} - r_{Cnom}$			$\sqrt{\sum u_i^2(c_C)}$

Tabla II. Tabla de contribuciones a la incertidumbre para las décadas siguientes a la primera. Comparación con un divisor patrón

b) Calibración por medida de tensiones:

La ecuación de este método, si se consideran las correcciones, es:

$$c_C = \frac{V_r}{V_C} - \delta r_{CT} - r_{Cnom} \quad (23)$$

Y expresado en forma de tabla:

Magnitud X_i	Estimación x_i	Incertidumbre típica $u(x_i)$	Coefficiente sensibilidad c_i	Contribuc. incert. $u(c_i)$
V_r	\bar{V}_r	$u(V_r)$ ver tabla IV	$1/V_C$	$u(V_r)/V_C$
V_C	\bar{V}_C	$u(V_C)$ ver tabla IV	V_r/V_C^2	$u(V_C)V_r/V_C^2$
r_{Cnom}	r_{Cnom}	0	-1	0
δr_{CT}	0	$u(\delta r_{CT})$	-1	$-u(\delta r_{CT})$
c_C	$(V_r/\bar{V}_C) - r_{Cnom}$			$\sqrt{\sum u_i^2(c_C)}$

Tabla III. Tabla de contribuciones a la incertidumbre. Calibración por medida de tensiones

Para los tres métodos, las componentes se consideran no correlacionadas, porque, aunque en algunos casos se puede usar el mismo voltímetro para la medida de varias tensiones, se mide en puntos de tensión muy diferentes. En todo caso esta aproximación es bastante conservadora y tiende a sobrestimar la incertidumbre total porque en todas las ecuaciones los términos equivalentes de distintas tensiones tienden a cancelarse, al estar dividiendo.

Para que las expresiones no resulten difíciles de manejar, se han incluido en ellas sólo las variables de entrada originales, con su incertidumbre total. Se desglosan después en sus componentes y se hace un análisis parcial para cada una de ellas.

Para el caso de la r_P , la variable se expresa como:

$$r_P = r_{Pnom} + \delta r_{Pcal} + \delta r_{Pder} + \delta r_{PT} \quad (24)$$

y su incertidumbre entonces es:

$$u^2(r_P) = u^2(\delta r_{Pcal}) + u^2(\delta r_{Pder}) + u^2(\delta r_{PT}) \quad (25)$$

Esta incertidumbre también se puede expresar en forma de tabla:

Magnitud X_i	Estimación x_i	Incertidumbre típica $u(x_i)$	Coficiente sensibilidad c_i	Contribuc. incert. $u(r_P)$
Γ_{Pnom}	Γ_{Pnom}	0	1	0
δr_{Pcal}	δr_{Pcal} (certificado)	$u(\delta r_{Pcal})$	1	$u(\delta r_{Pcal})$
δr_{Pder}	0/ $c_{der}(t-t_{cal})$	$u(\delta r_{Pder})$	1	$u(\delta r_{Pder})$
δr_{PT}	δr_{PT} (especi)	$u(\delta r_{PT})$	1	$u(\delta r_{PT})$
Γ_P	$\Gamma_{Pnom} + (V_d / V_C) - \Gamma_{Pnom}$			$\sqrt{\sum u_i^2(r_P)}$

Tabla IV. Tabla de contribuciones a la incertidumbre para el valor del divisor patrón

Para cada una de las distintas medidas de tensión, el análisis parcial de incertidumbres es idéntico:

La ecuación de corrección es, para cada V_i :

$$V_i = \bar{V}_i + \delta V_{ical} + \delta V_{ider} + \delta V_{iT} + \delta V_{ires} \quad (26)$$

y su incertidumbre entonces es:

$$u^2(V_i) = u^2(\bar{V}_i) + u^2(\delta V_{ical}) + u^2(\delta V_{ider}) + u^2(\delta V_{iT}) + u^2(\delta V_{ires}) \quad (27)$$

Esta incertidumbre también expresa en una tabla:

Magnitud X_i	Estimación x_i	Incertidumbre típica $u(x_i)$	Coficiente sensibilidad c_i	Contribuc. incert. $u(V_i)$
\bar{V}_i	$\Sigma (V_{ij})/n$	$\Sigma (V_{ij} - \bar{V}_i)^2/n(n-1)$	1	$\Sigma (V_{ij} - \bar{V}_i)^2/n(n-1)$
δV_{ical}	0	$u(\delta V_{ical})$	1	$u(\delta V_{ical})$
δV_{ider}	0	$u(\delta V_{ider})$	1	$u(\delta V_{ider})$
δV_{iT}	0	$u(\delta V_{iT})$	1	$u(\delta V_{iT})$
δV_{ires}	0	$u(\delta V_{ires})$	1	$u(\delta V_{ires})$
V_i	$\Sigma (V_{ij})/n$			$\sqrt{\sum u_i^2(V_i)}$

Tabla V. Tabla de contribuciones a la incertidumbre para cada tensión

b) Cálculo de la incertidumbre expandida:

Deben calcularse los grados de libertad efectivos del proceso de medida usando para ello la fórmula de Welch-Satterthwaite:

$$v_{\text{eff}} = \frac{u^4}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4}{v_i}} \quad (28)$$

En esta fórmula u es la incertidumbre combinada y u_i las distintas contribuciones individuales a la incertidumbre.

Una vez calculado el número efectivo de grados de libertad, se determina el factor de cobertura k que corresponde a un intervalo de confianza del 95 % según la distribución t de Student.

Un problema con la fórmula de Welch-Satterthwaite es que con frecuencia no se dispone de los datos de grados de libertad de algunos componentes. Esto ocurre principalmente con los datos provenientes de certificados de calibración y de especificaciones del fabricante, que son datos externos al proceso de calibración.

La única alternativa es hacer una aproximación. Normalmente es razonable suponer que la información proveniente de certificados de calibración y de especificaciones del fabricante tiene un número infinito de grados de libertad, ya que están basados en procesos complejos de medida (las calibraciones) o en estudios en profundidad de las características de los instrumentos (las especificaciones).

Se calcula la incertidumbre expandida a partir de la incertidumbre combinada, multiplicando esta última por el factor de cobertura k obtenido.

$$U(r_c) = k u(r_c) \quad (29)$$

6.2. Interpretación de resultados

Se deberán establecer, en función del uso previsto para el divisor de tensión resistivo, unos límites de tolerancia de calibración, a partir de los cuales se considerará adecuado o no para su uso. En



función de los límites de tolerancia y de las incertidumbres obtenidas pueden distinguirse los siguientes casos:

- a) La corrección $r_C - r_{Cnom}$ más la incertidumbre de calibración es inferior al límite de tolerancia. El divisor puede destinarse libremente a su uso previsto.
- b) La corrección $r_C - r_{Cnom}$ más la incertidumbre es superior a la tolerancia para el uso previsto. El divisor Kelvin-Varley debe retirarse del servicio o destinarse a una aplicación menos exigente.

Se deberá establecer, una vez realizada la calibración, el período de calibración para el divisor, que no tienen porqué ser los mismos para todas las décadas dado su diferente peso en la incertidumbre final. El usuario del equipo será siempre el responsable de asignar dicho período, y de revisarlo cuando sea preciso, considerando, por ejemplo, los resultados obtenidos con respecto a las calibraciones anteriores y a las tolerancias consideradas.

7. REFERENCIAS

- [1] Vocabulario Internacional de Metrología. Conceptos fundamentales y generales y términos asociados. 3ª ed. en español (traducción de 3ª ed. en inglés), Centro Español de Metrología, 2009, NIPO 706-09-001-0.
- [2] Clasificación de instrumentos de Metrología Eléctrica. 2ª Edición. SCI-Ministerio de Industria y Energía. 1994.
- [3] Evaluación de datos de medición. Guía para la expresión de la incertidumbre de medida, 3ª ed. en español (traducción de 1ª ed. 2008 en inglés), Centro Español de Metrología, 2009, NIPO: 706-09-002-6.
- [4] Guía CEA-ENAC-LC/02, Expresión de la incertidumbre de medida en las calibraciones, Rev. 1, Enero 1998.



- [5] UNE-EN ISO 10012:2003, Sistemas de gestión de las mediciones. Requisitos para los procesos de medición y los equipos de medición. (ISO 10012:2003).
- [6] Procedimiento para la elaboración de procedimientos de calibración. Grupo de Trabajo MINER-CEM. Ed. 2, Tres Cantos, Madrid. Año 2000.

8. ANEXOS

Anexo I: Ejemplo de Calibración de un Divisor de Tensión Kelvin-Varley por los dos métodos descritos

A) Comparación con divisor patrón (primera década)

Se va a calibrar un divisor de tensión Kelvin-Varley, por comparación con un divisor patrón 10:1. Se describen sólo las calibración del punto 0,1000.. del divisor Kelvin-Varley para la primera década y del punto 0,0100.. para las décadas siguientes, pues la calibración de los demás puntos sería idéntica, cambiando los datos.

Para la relación a medir del divisor, los datos aplicables son los siguientes:

El certificado de calibración del patrón indica una relación de $r'_p = 10,000\ 12 \pm 0,000\ 04$ ($k=2$). De acuerdo con el historial del divisor patrón, se sabe que tiene una tasa de deriva de $(2 \pm 1) \times 10^{-6}/\text{año}$, en términos relativos y fue calibrado hace tres meses. Los divisores tienen una variación con la temperatura de $(0 \pm 2) \cdot 10^{-6}/^\circ\text{C}$ para el divisor a calibrar y $(1 \pm 1) \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ para el divisor patrón, igualmente expresado en términos relativos.

Las medidas se realizaron con un voltímetro digital para medir la tensión central y la total del divisor. El certificado de calibración del voltímetro digital indica que la incertidumbre con $k = 2$ es de $(10 \times 10^{-6} \cdot \text{lectura} + 60\ \text{nV})$ en la escala de 100 mV, de $(6 \times 10^{-6} \cdot \text{lectura} + 200\ \text{nV})$ en la escala de 1 V y de $(4 \times 10^{-6} \cdot \text{lectura} + 1\ \mu\text{V})$ en la escala de 10 V, respectivamente. El historial del voltímetro digital indica que su deriva entre calibraciones es como máximo de $(10 \times 10^{-6} \cdot \text{lectura} + 50\ \text{nV})$ en la escala de 100 mV, de $(8 \times 10^{-6} \cdot \text{lectura} + 300\ \text{nV})$ en la escala de 1 V y en la escala de 10 V de $(6 \times 10^{-6} \cdot \text{lectura} + 1,5\ \mu\text{V})$ y tiene un coeficiente de variación con la temperatura de

$(0 \pm 2) \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}$ en las tres escalas. Su resolución es de 10 nV en las escalas de 100 mV y 1 V y de 100 nV en la escala de 10 V.

Todas las medidas se realizaron a una temperatura de $(23,1 \pm 0,1) \text{ } ^\circ\text{C}$. La temperatura de referencia de todos los instrumentos es de $23 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Primeramente hay que calcular el valor y la incertidumbre de los componentes asociados a los divisores. Hay que tener en cuenta que para este método el dato necesario es la relación entrada/salida y que nos han dado la relación salida/entrada. Por tanto, debemos invertir el valor de la relación del divisor patrón y referir las incertidumbres a esta nueva relación. Para ello, considerar que la incertidumbre relativa es la misma para una medida y para su inversa. Las incertidumbres que se den en valor absoluto deben convertirse en relativas dividiendo por el valor nominal de la relación, y luego convertir de nuevo las relativas en absolutas multiplicando por el valor nominal de la relación salida/entrada. De acuerdo con esto:

$$r_P = 1/R_P = 1/10,000 \text{ } 12 = 0,099 \text{ } 998 \text{ } 8$$

$$r_{Pnom} = 0,1$$

$$\delta r_{Pcal} = 0,099 \text{ } 998 \text{ } 8 - 0,1 = -1,2 \cdot 10^{-6}$$

$$u(\delta r_{Pcal})_{abs} = (u(\delta R_{Pcal})_{rel} \cdot R_P)/k = (4 \cdot 10^{-6} \cdot 10)/2 = 2 \cdot 10^{-5}$$

$$u(\delta r_{Pcal}) = (u(\delta R_{Pcal})/R_P^2) \approx (2 \cdot 10^{-5}/100) = 2 \cdot 10^{-7}$$

La corrección por deriva y su incertidumbre serán:

$$\delta r_{Pder} = (\delta r_{Pder}/r_P) \cdot r_P = (2 \cdot 10^{-6}/\text{año} \cdot 0,25 \text{ años}) \cdot r_P = 5 \cdot 10^{-8}$$

$$u(\delta r_{Pder}) = u(\delta r_{Pder}/r_P) \cdot r_P = (1 \cdot 10^{-6}/\text{año} \cdot 0,25 \text{ años}) \cdot r_P = 2,5 \cdot 10^{-8}$$

Análogamente las correcciones por temperatura de los dos divisores serán:

$$\delta r_{PT} = (\delta r_{PT}/r_P) \cdot r_P = (1 \cdot 10^{-6}/^\circ\text{C} \cdot 0,1 \text{ } ^\circ\text{C}) \cdot r_P = 1 \cdot 10^{-8}$$

$$\delta r_{CT} = (\delta r_{CT}/r_P) \cdot r_P = 0.$$

Las incertidumbres de estas correcciones se calculan considerando que el máximo error posible se daría cuando la temperatura alcanzase $23,2 \text{ } ^\circ\text{C}$. Aplicando la fórmula para la distribución rectangular:

$$u(\delta r_{PT}) = u(\delta r_{PT}/r_P) \cdot r_P / \sqrt{3} = (1 \cdot 10^{-6}/^\circ\text{C} \cdot 0,2 \text{ } ^\circ\text{C}) \cdot r_P / \sqrt{3} = 1,2 \cdot 10^{-8}$$

$$u(\delta r_{CT}) = u(\delta r_{CT}/r_C) \cdot r_C / \sqrt{3} = (2 \cdot 10^{-6}/^\circ\text{C} \cdot 0,2 \text{ } ^\circ\text{C}) \cdot r_C / \sqrt{3} = 2,4 \cdot 10^{-8}$$

Se realizaron cinco medidas de la tensión central V_a y de la tensión total V_C .

Los resultados obtenidos en las medidas de V_d y V_C fueron:

Medida	Lectura V_d	Lectura V_C
1	132,12 μV	10,000 334 5 V
2	132,15 μV	10,000 334 6 V
3	132,13 μV	10,000 334 5 V
4	132,17 μV	10,000 334 9 V
5	132,12 μV	10,000 335 2 V

Tabla VI. Resultados de las medidas de las tensiones V_d y V_C

de donde se obtiene:

$$\overline{V}_d = \frac{\sum_{i=1}^5 V_{di}}{5} = 132,138 \mu\text{V}; u^2(V_d) = \frac{\sum_{i=1}^5 (V_{di} - \overline{V}_d)^2}{20} = 10 \text{ nV}$$
$$\overline{V}_C = \frac{\sum_{i=1}^5 V_{Ci}}{5} = 10,000 334 74 \text{ V}; u^2(V_C) = \frac{\sum_{i=1}^5 (V_{Ci} - \overline{V}_C)^2}{20} = 78 \text{ nV}$$

La incertidumbre por calibración del voltímetro es, para V_d y V_C :

$$\delta V_{dcal} = 0; u(\delta V_{dcal}) = (10 \cdot 10^{-6} \cdot 132,138 \mu\text{V} + 60 \text{ nV})/2 = 31 \text{ nV}$$

$$\delta V_{Ccal} = 0; u(\delta V_{Ccal}) = (4 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \text{ V} + 1 \mu\text{V})/2 = 21 \mu\text{V}.$$

De acuerdo con el historial del voltímetro digital, su deriva máxima es de $(10 \cdot 10^{-6} \text{ V} + 50 \text{ nV})$ en la escala de 100 mV y de $(6 \cdot 10^{-6} \text{ V} + 1,5 \mu\text{V})$ en la escala de 10 V. Por tanto, las correcciones e incertidumbres por deriva serán:

$$\delta V_{d\text{der}} = 0; u(\delta V_{d\text{der}}) = (10 \cdot 10^{-6} \cdot 132,138 \mu\text{V} + 50 \text{ nV})/\sqrt{3} = 30 \text{ nV}$$

$$\delta V_{C\text{der}} = 0; u(\delta V_{C\text{der}}) = (6 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \text{ V} + 1,5 \mu\text{V})/\sqrt{3} = 36 \mu\text{V}.$$

De manera similar a como se hizo para los divisores, se calcula que el máximo error por temperatura se daría para una temperatura de 23,2 °C y se aplica la distribución rectangular:

$$\delta V_{dT} = 0; u(\delta V_{dT}) = (2 \cdot 10^{-6} \cdot 132,138 \mu\text{V})/\sqrt{3} = 0,18 \text{ nV}$$

$$\delta V_{CT} = 0; u(\delta V_{CT}) = (2 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \text{ V})/\sqrt{3} = 12 \mu\text{V}.$$

La incertidumbre debida a la resolución del voltímetro se calcula con la fórmula bien conocida:

$$\delta V_{dres} = 0; u(\delta V_{dres}) = (10 \text{ nV})/\sqrt{12} = 2,9 \text{ nV}$$

$$\delta V_{Cres} = 0; u(\delta V_{Cres}) = (100 \text{ nV})/\sqrt{12} = 29 \text{ nV}.$$

A partir de estos datos podemos dar las tablas parciales para las tres magnitudes de entrada r_P , V_C y V_d . Estas tablas son las siguientes:

Para la relación del divisor patrón la tabla es:

Magnitud X_i	Estimación x_i	Incertidumbre típica $u(x_i)$	Coefficiente sensibilidad c_i	Contribuc. incert. $u_i(V)$
r_{Pnom}	r_{Pnom}	0	1	0
δr_{Pcal}	$-1,2 \times 10^{-7}$	2×10^{-7}	1	2×10^{-7}
δr_{Pder}	5×10^{-8}	$2,5 \times 10^{-8}$	1	$2,5 \times 10^{-8}$
δr_{PT}	1×10^{-8}	$1,2 \times 10^{-8}$	1	$1,2 \times 10^{-8}$
r_P	0,099 999 4			2×10^{-7}

Tabla VII. Tabla parcial de contribuciones a la incertidumbre para r_P

Para las tensiones V_C y V_d las tablas correspondientes serán:

Magnitud X_i	Estimación x_i	Incertidumbre típica $u(x_i)$	Coefficiente sensibilidad c_i	Contribuc. incert. $u_i(V)$
V_C	10,000 334 74 V	78 nV	1	78 nV
δV_{Ccal}	0	21 μ V	1	21 μ V
δV_{Cder}	0	36 μ V	1	36 μ V
δV_{Cres}	0	29 nV	1	29 nV
δV_{CT}	0	12 μ V	1	12 μ V
V_C	10,000 334 74 V			52 μ V

Tabla VIII. Tabla parcial de contribuciones a la incertidumbre para V_C



Magnitud X_i	Estimación x_i	Incertidumbre típica $u(x_i)$	Coefficiente sensibilidad c_i	Contribuc. incert. $u_i(V)$
V_d	132,138 μV	10 nV	1	10 nV
δV_{dcal}	0	31 nV	1	31 nV
δV_{dder}	0	30 nV	1	30 nV
δV_{dres}	0	2,9 nV	1	2,9 nV
δV_{dT}	0	0,18 nV	1	0,18 nV
V_d	132,138 μV			44 nV

Tabla IX. Tabla parcial de contribuciones a la incertidumbre para V_d

Por último, con todos los datos de entrada determinados, podemos dar la tabla de incertidumbres general para este punto:

Magnitud X_i	Estimación x_i	Incertidumbre típica $u(x_i)$	Coefficiente sensibilidad c_i	Contribuc. incert. $u_i(c_i)$
r_P	0,099 999 4	2×10^{-7}	1	2×10^{-7}
V_d	132,138 μV	44 nV	$0,1 \text{ V}^{-1}$	$4,4 \times 10^{-9}$
V_C	10,000 334 74 V	52 μV	$4,4 \times 10^{-11} \text{ V}^{-1}$	despreciable
r_{Cnom}	0,1	0	-1	0
δr_{CT}	0	$2,4 \times 10^{-8}$	-1	$-2,4 \times 10^{-8}$
c_C	$1,26 \times 10^{-5}$			2×10^{-7}

Tabla X. Tabla general de valores de incertidumbre

De estos resultados se daría como valor de calibración para ese punto:

$$r_c = 0,100\ 001\ 26 \pm 4 \cdot 10^{-7} \ (k=2).$$

B) Comparación con divisor patrón (siguientes décadas)

Una vez calibrada la primera década del divisor de tensión Kelvin-Varley, se va a calibrar la segunda década por comparación con el mismo divisor patrón 10:1. Se describe sólo la calibración del punto 0,01000.. del divisor Kelvin-Varley.

Se utiliza el mismo divisor patrón y también el mismo voltímetro digital. Las medidas se realizaron en el mismo laboratorio y por tanto, con las mismas condiciones ambientales que en el apartado anterior. Por tanto se pueden utilizar los mismos resultados del apartado anterior para las variables de entrada que son comunes.

Se realizaron cinco medidas de la tensión diferencial V_d y de la tensión total en el divisor patrón V_P . La tensión de alimentación del divisor Kelvin-Varley V_C es la misma de antes y por lo tanto no es necesario repetir las medidas.

Los resultados obtenidos en las medidas de V_d y V_P fueron:

Medida	Lectura V_d	Lectura V_P
1	12,12 μV	0,999 999 25 V
2	12,15 μV	0,999 999 31 V
3	12,13 μV	0,999 999 27 V
4	12,17 μV	0,999 999 22 V
5	12,12 μV	0,999 999 26 V

Tabla XI. Tabla de resultados de las medidas de V_d y V_P

de donde se obtiene:

$$\overline{V_d} = \frac{\sum_{i=1}^5 V_{di}}{5} = 12,138 \mu\text{V}; u^2(\overline{V_d}) = \frac{\sum_{i=1}^5 (V_{di} - \overline{V_d})^2}{20} = 10 \text{ nV}$$

$$\overline{V_P} = \frac{\sum_{i=1}^5 V_{Pi}}{5} = 0,999 999 262 \text{ V}; u^2(\overline{V_P}) = \frac{\sum_{i=1}^5 (V_{Pi} - \overline{V_P})^2}{20} = 15 \text{ nV}$$

La incertidumbre por calibración del voltímetro es, para estas tensiones:

$$\delta V_{dcal} = 0; u(\delta V_{dcal}) = (10 \cdot 10^{-6} \cdot 12,138 \mu\text{V} + 60 \text{ nV})/2 = 30 \text{ nV}$$

$$\delta V_{Pcal} = 0; u(\delta V_{Pcal}) = (6 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \text{ V} + 200 \text{ nV})/2 = 3,1 \mu\text{V}.$$

De acuerdo con el historial del voltímetro digital, su deriva entre calibraciones es como máximo de $(10 \cdot 10^{-6} \text{ V} + 50 \text{ nV})$ en la escala de 100 mV, y en la escala de 1 V de $(8 \cdot 10^{-6} \text{ V} + 300 \text{ nV})$. Por tanto, las correcciones e incertidumbres por deriva serán:

$$\delta V_{dder} = 0; u(\delta V_{dder}) = (10 \cdot 10^{-6} \cdot 12,138 \mu\text{V} + 50 \text{ nV})/\sqrt{3} = 30 \text{ nV}$$

$$\delta V_{Pder} = 0; u(\delta V_{Pder}) = (8 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \text{ V} + 300 \text{ nV})/\sqrt{3} = 4,8 \mu\text{V}.$$

Igual que antes, se calcula que el máximo error se daría para una temperatura de 23,2 °C y se aplica la distribución rectangular:

$$\delta V_{dT} = 0; u(\delta V_{dT}) = (2 \cdot 10^{-6} \cdot 12,138 \mu\text{V}) / \sqrt{3} = 0,14 \text{ nV}$$

$$\delta V_{PT} = 0; u(\delta V_{PT}) = (2 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \text{ V}) / \sqrt{3} = 1,2 \mu\text{V}.$$

La incertidumbre debida a la resolución del voltímetro se calcula con la fórmula:

$$\delta V_{dres} = 0; u(\delta V_{eres}) = (10 \text{ nV}) / \sqrt{12} = 2,9 \text{ nV}$$

$$\delta V_{Pres} = 0; u(\delta V_{Pres}) = (10 \text{ nV}) / \sqrt{12} = 2,9 \text{ nV}.$$

Con estos datos se pueden dar las tablas de valores para las dos nuevas tensiones:

Magnitud X_i	Estimación x_i	Incertidumbre típica $u(x_i)$	Coefficiente sensibilidad c_i	Contribuc. incert. $u_i(V_i)$
V_P	0,999 999 262 V	15 nV	1	15 nV
δV_{Pcal}	0	3,1 μV	1	3,1 μV
δV_{Pder}	0	4,8 μV	1	4,8 μV
δV_{Pres}	0	2,9 nV	1	2,9 nV
δV_{PT}	0	1,2 μV	1	1,2 μV
V_P	0,999 999 262 V			6,5 μV

Tabla XII. Tabla de valores para V_P

Magnitud X_i	Estimación x_i	Incertidumbre típica $u(x_i)$	Coefficiente sensibilidad c_i	Contribuc. incert. $u_i(V_i)$
V_d	12,138 μV	10 nV	1	10 nV
δV_{dcal}	0	30 nV	1	31 nV
δV_{dder}	0	30 nV	1	30 nV
δV_{dres}	0	2,9 nV	1	2,9 nV
δV_{dT}	0	0,14 nV	1	0,18 nV
V_d	12,138 μV			44 nV

Tabla XIII. Tabla de valores para V_d

Con estos datos y con los datos útiles calculados en el apartado anterior, podemos dar la tabla para r_C .



Magnitud X_i	Estimación x_i	Incertidumbre típica $u(x_i)$	Coefficiente sensibilidad c_i	Contribuc. incert. $u(c_i)$
r_P	0,099 999 4	2×10^{-7}	$0,1 \text{ V}^{-1}$	2×10^{-8}
V_d	12,138 μV	44 nV	$0,1 \text{ V}^{-1}$	$4,4 \times 10^{-9}$
V_P	0,999 999 262 V	6,5 μV	$0,01 \text{ V}^{-1}$	$6,5 \times 10^{-8}$
V_C	10,000 334 74 V	52 μV	$0,001 \text{ V}^{-1}$	$5,2 \times 10^{-8}$
δr_{CT}	0	$2,4 \times 10^{-8}$	-1	$-2,4 \times 10^{-8}$
r_{Cnom}	0,01	0	-1	0
c_C	$8,1 \times 10^{-7}$			$8,5 \times 10^{-8}$

Tabla XIV. Tabla general de valores de incertidumbre

De estos resultados se daría como valor de calibración para ese punto:

$$r_C = 0,010\ 000\ 81 \pm 1,7 \cdot 10^{-7} \ (k=2)$$

C) Calibración por medida de tensiones

Este método consiste en medir las tensiones de salida del divisor Kelvin-Varley con un voltímetro digital.

Se tomaron 9 lecturas de tensión para cada relación, excepto para relación 1, que se tomaron 25 lecturas de la tensión, ya que afecta a todos los cálculos de relación. Los valores medios obtenidos fueron (para simplificar, no se dan las lecturas individuales):

Tensión	Tensión medida (V)
V_r	1,000 001 905
V_C	10,000 002 18

Tabla XV. Valores medidos obtenidos

Las incertidumbres por la dispersión de las lecturas son:

$$u(\bar{V}_r) = \frac{\sqrt{s_r^2}}{\sqrt{9}} = 15 \text{ nV} ; u(\bar{V}_1) = \frac{\sqrt{s_1^2}}{\sqrt{25}} = 100 \text{ nV} .$$

Las incertidumbres por calibración son:

$$\delta V_{r_{cal}} = 0 ; u(\delta V_{1_{cal}}) = U_{cal}(1 \text{ V})/k = (6 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \text{ V} + 200 \text{ nV})/2 = 3,1 \mu\text{V}$$

$$\delta V_{C_{cal}} = 0 ; u(\delta V_{1_{cal}}) = (4 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \text{ V} + 1 \mu\text{V})/2 = 21 \mu\text{V} .$$



Las incertidumbres por deriva son:

$$\delta V_{rder} = 0; u(\delta V_{rder}) = (8 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \text{ V} + 300 \text{ nV})/\sqrt{3} = 4,8 \mu\text{V}$$

$$\delta V_{Cder} = 0; u(\delta V_{Cder}) = (6 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \text{ V} + 1,5 \mu\text{V})/\sqrt{3} = 36 \mu\text{V}.$$

Las incertidumbres por resolución del medidor se calculan, como siempre, por la fórmula:

$$\delta V_{rres} = 0; u(\delta V_{rres}) = (10 \text{ nV})/\sqrt{12} = 2,9 \text{ nV}$$

$$\delta V_{Cres} = 0; u(\delta V_{Cres}) = (100 \text{ nV})/\sqrt{12} = 29 \text{ nV}.$$

Las incertidumbres por variación de la temperatura son, considerando que el máximo error se daría para $T=23,2 \text{ }^\circ\text{C}$:

$$\delta V_{rT} = 0; u(\delta V_{rT}) = (2 \cdot 10^{-6} \cdot 0,2 \cdot 1 \text{ V})/\sqrt{3} = 230 \text{ nV}$$

$$\delta V_{CT} = 0; u(\delta V_{CT}) = (2 \cdot 10^{-6} \cdot 0,2 \cdot 10 \text{ V})/\sqrt{3} = 1,2 \mu\text{V}.$$

Por último, la corrección de temperatura del divisor Kelvin-Varley a calibrar es la misma que en los apartados anteriores, por ser el mismo instrumento y medirse en las mismas condiciones ambientales.

$$\delta r_{CT} = 0; u(\delta r_{CT}) = 2,4 \cdot 10^{-8}.$$

Tenemos determinadas todas las correcciones a los valores de tensión V_r y V_C , y podemos dar las tablas parciales de incertidumbres correspondientes.

Magnitud X_i	Estimación x_i	Incertidumbre típica $u(x_i)$	Coefficiente sensibilidad c_i	Contribuc. incert. $u_i(V_r)$
V_r	1,000 001 905 V	15 nV	1	15 nV
δV_{rcal}	0	3,1 μV	1	3,1 μV
δV_{rder}	0	4,8 μV	1	4,8 μV
δV_{rres}	0	2,9 nV	1	2,9 nV
δV_{rT}	0	1,2 μV	1	1,2 μV
V_r	1,000 001 905 V			6,5 μV

Tabla XVI. Tabla parcial de incertidumbres para V_r



Magnitud X_i	Estimación x_i	Incertidumbre típica $u(x_i)$	Coficiente sensibilidad c_i	Contribuc. incert. $u_i(V_i)$
V_C	10,000 002 18 V	100 nV	1	100 nV
δV_{Ccal}	0	21 μ V	1	21 μ V
δV_{Cder}	0	36 μ V	1	36 μ V
δV_{Cres}	0	29 nV	1	29 nV
δV_{CT}	0	12 μ V	1	12 μ V
V_C	10,000 002 18 V			52 μ V

Tabla XVII. Tabla parcial de incertidumbres para V_C

A partir de estos datos se puede dar también, por último, la tabla general de incertidumbres para este método:

Magnitud X_i	Estimación x_i	Incertidumbre típica $u(x_i)$	Coficiente sensibilidad c_i	Contribuc. incert. $u_i(c_i)$
V_r	1,000 001 905 V	6,5 μ V	0,1 V ⁻¹	6,5 $\times 10^{-7}$
V_C	10,000 002 18 V	52 μ V	0,01 V ⁻¹	5,2 $\times 10^{-7}$
r_{Cnom}	0,1	0	-1	0
δr_{CT}	0	2,4 $\times 10^{-8}$	-1	2,4 $\times 10^{-8}$
c_C	1,7 $\times 10^{-7}$			8,3 $\times 10^{-7}$

Tabla XVIII. Tabla general de valores de incertidumbre

De estos resultados se daría como resultado final de calibración para ese punto:

$$r_c = 0,100\ 000\ 2 \pm 1,7 \cdot 10^{-6} \ (k=2).$$



Anexo II. Diagrama de un divisor kelvin-varley

