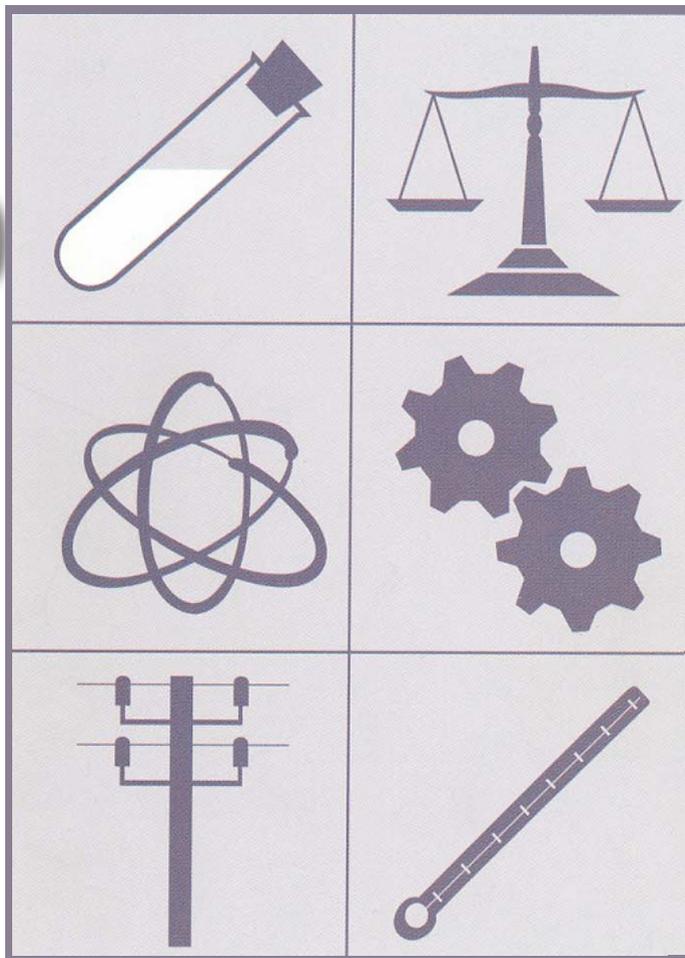


Metrología

PROCEDIMIENTO DE CALIBRACIÓN



PROCEDIMIENTO DI-010 PARA LA CALIBRACIÓN
DE COMPARADORES MECÁNICOS

ñ 13



La presente edición de este procedimiento se emite exclusivamente en formato digital y puede descargarse gratuitamente de nuestra página web (www.cem.es).

El procedimiento ha sido revisado, corregido y actualizado, respecto a la edición anterior en papel.

Este procedimiento de calibración es susceptible de modificación permanente a instancia de cualquier persona o entidad. Las propuestas de modificación se dirigirán por escrito, justificando su necesidad, a cualquiera de las siguientes direcciones:

Correo postal:

Centro Español de Metrología
C/ del Alfar, 2,
28760 Tres Cantos, Madrid

Correo electrónico:

cem@cem.es



ÍNDICE

	Página
1. OBJETO	4
2. ALCANCE.....	4
3. DEFINICIONES	4
4. GENERALIDADES	7
5. DESCRIPCIÓN.....	9
5.1 Equipos y materiales (calibración con bloques patrón)	10
5.2 Equipos y materiales (calibración con banco)	12
5.3 Operaciones previas (general).....	13
5.4 Operaciones previas (calibración con bloques patrón)	14
5.5 Operaciones previas (calibración con banco)	16
5.6 Proceso de calibración con bloques patrón	18
5.7 Proceso de calibración con banco	20
5.8 Toma y tratamiento de datos (calibración con bloques patrón)..	22
5.9 Toma y tratamiento de datos (calibración con banco).....	30
6. RESULTADOS	40
6.1 Cálculo de incertidumbres.....	40
6.2 Interpretación de resultados.....	51
7. REFERENCIAS	53
8. ANEXOS	54
8.1 Ejemplo numérico (calibración con bloques patrón).....	54
8.2 Ejemplo numérico (calibración con banco).....	62
8.3 Incertidumbre asociada a los bloques patrón	69
8.4 Incertidumbre del banco de calibración de comparadores.....	76



1. OBJETO

El presente documento tiene por objeto describir uno de los posibles métodos para realizar la calibración de "comparadores mecánicos", codificados como D.03.01 en la Clasificación de Instrumentos de Metrología Dimensional (ref. [5]) y denominados "comparadores de cuadrante" según la norma UNE 82-310 (ref. [7]).

Este método también puede ser utilizado para la calibración de comparadores electrónicos (analógicos o digitales) codificados como D.03.03 (ref. [5]) siempre que cumpla lo especificado en el apartado 2.

2. ALCANCE

Este documento es de aplicación a aquellos comparadores cuya división de escala E sea igual o superior a 0,0001 mm y cuyo alcance A (límite superior del intervalo de medida) sea igual o inferior a 10 000·E.

3. DEFINICIONES

Las definiciones que a continuación se presentan han sido extraídas del Vocabulario Internacional de Metrología (ref. [2]) salvo aquellas correspondientes a instrumentos de medida que se corresponden con las recomendadas en las correspondientes normas UNE o ISO, o en su defecto, las incluidas en la referencia [5].

Calibración [2] (2.39)

operación que bajo condiciones especificadas establece, en una primera etapa, una relación entre los valores y sus incertidumbres de medida asociadas obtenidas a partir de los patrones de medida, y las correspondientes indicaciones con sus incertidumbres asociadas y, en una segunda etapa, utiliza esta información para establecer una relación que permita obtener un resultado de medida a partir de una indicación.



NOTAS:

- 1 Una calibración puede expresarse mediante una declaración, una función de calibración, un diagrama de calibración, una curva de calibración o una tabla de calibración. En algunos casos puede consistir en una corrección aditiva o multiplicativa de la indicación con su incertidumbre correspondiente.
- 2 Conviene no confundir la calibración con el ajuste de un sistema de medida, a menudo llamado incorrectamente “autocalibración”, ni con una verificación de la calibración..
- 3 Frecuentemente se interpreta que únicamente la primera etapa de esta definición corresponde a la calibración.

Incertidumbre (de medida) [2] (2.26)

parámetro no negativo que caracteriza la dispersión de los valores atribuidos a un mensurando, a partir de la información que se utiliza.

NOTAS:

- 1 La incertidumbre de medida incluye componentes procedentes de efectos sistemáticos, tales como componentes asociadas a correcciones y a valores asignados a patrones, así como la incertidumbre debida a la definición. Algunas veces no se corrigen los efectos sistemáticos estimados y en su lugar se tratan como componentes de incertidumbre.
- 2 El parámetro puede ser, por ejemplo, una desviación típica, en cuyo caso se denomina incertidumbre típica de medida (o un múltiplo de ella), o una semiamplitud con una probabilidad de cobertura determinada.
- 3 En general, la incertidumbre de medida incluye numerosas componentes. Algunas pueden calcularse mediante una evaluación tipo A de la incertidumbre de medida, a partir de la distribución estadística de los valores que proceden de las series de mediciones y pueden caracterizarse por desviaciones típicas. Las otras componentes, que pueden calcularse mediante una evaluación tipo B de la incertidumbre de medida, pueden caracterizarse también por desviaciones típicas, evaluadas a partir de funciones de densidad de probabilidad basadas en la experiencia u otra información.



- 4 En general, para una información dada, se sobrentiende que la incertidumbre de medida está asociada a un valor determinado atribuido al mensurando. Por tanto, una modificación de este valor supone una modificación de la incertidumbre asociada.

Comparador mecánico [5] (D.03.01)

Instrumento para medir longitudes y formas mediante medida diferencial (por comparación).

Los pequeños desplazamientos de la punta del palpador son amplificados mecánicamente y se transmiten a una aguja indicadora (lectura analógica) o a un visualizador (lectura digital).

Según el sistema de amplificación utilizada existen comparadores de engranajes, de palanca y de deformación elástica.

Comparador electrónico [5] (D.03.03)

Instrumento para medir longitudes y formas mediante medida diferencial (por comparación).

Los movimientos de la punta del palpador se transforman en variaciones de una señal eléctrica mediante un transductor (los más usados son los inductivos y los capacitivos), la señal eléctrica se lleva a un equipo electrónico donde se amplifica convenientemente para ser registrada en un indicador analógico o digital; asimismo, la señal puede enviarse a un ordenador para su tratamiento posterior.

Resolución de un dispositivo visualizador [2] (4.15)

Mínima diferencia entre indicaciones visualizadas, que puede percibirse de forma significativa.

Intervalo de medida [2] (4.7)

Conjunto de los valores de magnitudes de una misma naturaleza que un instrumento o sistema de medida dado puede medir con una incertidumbre instrumental especificada, en unas condiciones determinadas.



NOTA: En ciertas magnitudes, se utilizan los términos "rango de medida" o "campo de medida".

Repetibilidad [2] (2.21)

Precisión de medida bajo un conjunto de condiciones de repetibilidad.

Las condiciones de repetibilidad incluyen el mismo procedimiento de medida, los mismos operadores, el mismo sistema de medida, las mismas condiciones de operación y el mismo lugar, así como mediciones repetidas del mismo objeto o de un objeto similar en un periodo corto de tiempo [2] (2.20)

4. GENERALIDADES

Los comparadores, como su propio nombre indica, son utilizados generalmente para realizar medidas por comparación. Así, la diferencia entre las dimensiones del elemento de referencia y el mensurado es medida a través del pequeño desplazamiento diferencial que el palpador del instrumento detecta al palpar sucesivamente sobre ambos.

El método básico de medida podría ser descrito de la forma siguiente (véase figura 1):

- El comparador, fijado a un soporte adecuado que a su vez se apoya sobre una mesa de planitud u otra superficie de referencia es puesto "a cero" sobre un elemento de referencia de dimensión h_0 conocida (usualmente un patrón).
- El elemento de referencia se retira y en su lugar se coloca la pieza cuya dimensión se desea medir, anotándose la lectura ℓ proporcionada por el comparador.
- Como dimensión de la pieza se toma $h = h_0 + \ell$

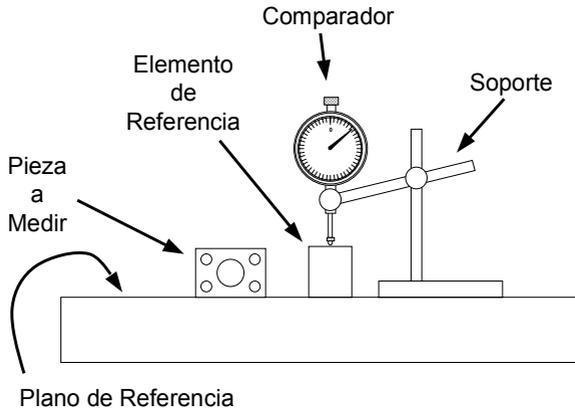


Figura 1

También pueden utilizarse los comparadores en la medida de defectos de forma. En la figura 2 puede observarse un montaje destinado a la medida del defecto de redondez de un cilindro apoyado sobre un soporte en V. En este tipo de aplicaciones la “puesta a cero” del comparador se realiza sobre la misma pieza a verificar.

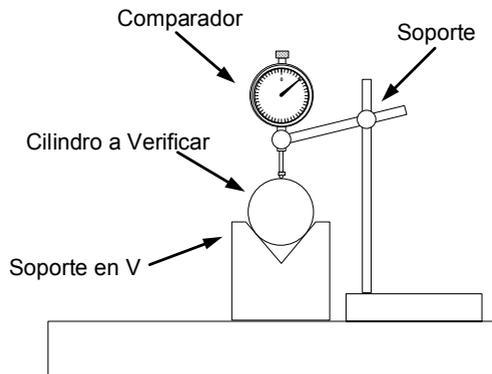


Figura 2



En este documento se describirán dos procedimientos alternativos de calibración de comparadores:

- a) con bloques patrón longitudinales (D.01.02),
- b) con banco calibrador de comparadores (D.03.08).

Ambos procedimientos son muy similares, consistiendo en la comparación de las indicaciones del comparador frente a aquellas de un patrón y distinguiéndose tan solo en los elementos de referencia utilizados (bloques patrón o banco calibrador) y en algunos detalles de tipo práctico.

Se desaconseja la calibración con bloques patrón para aquellos comparadores cuya relación A/E sea superior a 1000 (siendo A el alcance del comparador y E su división de escala) debido a la posibilidad de aparición de errores de coseno significativos (véase apartado 6.1.4).

5. DESCRIPCIÓN

En los procedimientos de calibración que a continuación se detallan, uno de ellos utiliza como patrones de referencia bloques patrón longitudinales (D.01.02) de acero. El segundo emplea un banco de calibración de comparadores (D.03.08) como instrumento de referencia. En este segundo caso, el banco puede ser sustituido por una máquina medidora horizontal (D.02.04). Por razones de espacio y de sencillez de presentación se han omitido las referencias específicas a la calibración frente a una medidora horizontal. En cualquier caso las diferencias son pequeñas y el lector interesado puede adaptar sin mucha dificultad el procedimiento descrito de forma que sea factible utilizar una medidora como instrumento de referencia.

Dada la sencillez de los comparadores mecánicos (extensible a los electrónicos con división de escala igual o superior a $0,1 \mu\text{m}$) no se ha considerado oportuno incluir controles entre calibraciones. Si ello se considerara necesario, quizá la solución más simple fuera la mera reducción del intervalo de calibración.



5.1. Equipos y materiales (calibración con bloques patrón)

NOTA:

Se recomienda no utilizar este procedimiento para aquellos comparadores cuyo alcance A sea superior a 1000-E, siendo E la división de escala del comparador (véase apartado 6.1.4).

Para la calibración de comparadores mecánicos utilizando como referencia bloques patrón longitudinales se utilizarán los siguientes elementos:

5.1.1 Bloques patrón longitudinales (código D.01.02) de acero cuyo número y valores nominales se indican en el párrafo 5.6.2. Las calidades de dichos bloques patrón (según norma UNE-EN ISO 3650) deberán adecuarse a la división de escala del comparador según la información recogida en la tabla 1:

División de Escala E (mm)	Calidades recomendadas (UNE-EN ISO 3650)
$E \geq 0,001$ mm	0, 1, 2 ó K
$0,0001$ mm < E < 0,001 mm	0, 1 ó K
$E = 0,0001$ mm	0 ó K

Tabla 1

Se desaconseja la utilización de bloques patrón longitudinales construidos en otros materiales distintos del acero (por ejemplo, cerámica o carburo) puesto que su uso requeriría la introducción de correcciones especiales con el fin de estimar la dilatación diferencial (véase apartado 6.1.5). El cálculo de dichas correcciones debería realizarse de forma muy cuidadosa y el cálculo de la incertidumbre asociada no es sencillo de llevar a cabo.



Nótese que cuando el material con el que está construido el comparador (acero) es el mismo que el de los bloques patrón dicha corrección (en las condiciones del apartado 6.1.5) es nula, siendo tan solo necesario estimar su incertidumbre.

- 5.1.2** Un patrón de planitud que podrá ser una mesa de planitud (D.06.05), patrones plano-paralelos de vidrio (D.06.15) o cualquier otra superficie de referencia cuyo defecto de planitud e incertidumbre asociada sean conocidos y se adecuen a la división de escala del comparador de acuerdo con los valores recomendados y recogidos en la tabla 2.

División de Escala E (mm)	Defecto de planitud de la superficie de referencia (incluyendo su incertidumbre) (*)
$E > 0,001 \text{ mm}$	$\leq 3,5 \text{ }\mu\text{m}$
$E = 0,001 \text{ mm}$	$\leq 1,0 \text{ }\mu\text{m}$
$0,0001 \text{ mm} < E < 0,001 \text{ mm}$	$\leq 0,35 \text{ }\mu\text{m}$
$E = 0,0001 \text{ mm}$	$\leq 0,10 \text{ }\mu\text{m}$

(*) En el caso de mesas de planitud el valor del defecto de planitud a considerar es el denominado defecto de planitud local (según UNE 82-309)

Tabla 2

En los casos en los que se decida utilizar patrones plano-paralelos como superficie de referencia, será asimismo necesario utilizar una segunda superficie de referencia auxiliar (ver figura 3) que deberá poseer un defecto de planitud (incluyendo su incertidumbre) no superior a $3,5 \text{ }\mu\text{m}$.

Para comparadores con división de escala $E = 0,1 \text{ }\mu\text{m}$ se recomienda la utilización de un patrón de vidrio plano-paralelo.

- 5.1.3** Un soporte de comparadores (D.03.05) de rigidez adecuada.
- 5.1.4** Un termómetro capaz de medir la temperatura ambiente con incertidumbre igual o inferior a $0,5 \text{ }^\circ\text{C}$.



- 5.1.5** Un dispositivo capaz de medir la humedad relativa del aire con incertidumbre igual o inferior a un 10 %.
- 5.1.6** Elementos auxiliares para la limpieza del comparador, bloques patrón, superficie de referencia y base del soporte de comparadores. Se pondrá especial cuidado en utilizar líquidos que no contengan agua (los bloques patrón están contruidos en aceros no inoxidable y los comparadores también pueden poseer componentes susceptibles de oxidarse) y de fácil evaporación o eliminación. Como ejemplo de líquido limpiador que cumple las condiciones anteriores puede mencionarse una mezcla al 50 % de éter y alcohol. Los paños, gamuzas o papeles absorbentes utilizados no deberán rayar las superficies a limpiar (algunas de ellas con acabado especular) ni generar residuos (pequeños hilos sueltos, bolitas, pequeños pedazos de papel, etc.).
- 5.1.7** Elementos auxiliares para la manipulación de los elementos que intervienen durante la calibración (especialmente los bloques patrón longitudinales) como pudieran ser guantes o pinzas que minimicen la transmisión de calor desde las manos del operador a estos elementos.

5.2. Equipos y materiales (calibración con banco)

Para la calibración de comparadores mecánicos, utilizando como referencia un banco de calibración de comparadores, (D.03.08) se utilizaran los siguientes elementos:

- 5.2.1** Banco calibrador de comparadores (D.03.08). El alcance del banco debe ser igual o superior al alcance del comparador a calibrar. Se recomienda que su incertidumbre sea igual o inferior al cincuenta por ciento de la división de escala del comparador a calibrar. En sustitución del banco calibrador de comparadores puede utilizarse una máquina medidora de



una coordenada horizontal (D.02.04) siempre y cuando ésta cumpla las condiciones anteriormente mencionadas.

- 5.2.2** En el caso de utilización de una máquina medidora es necesario disponer de un soporte de comparador adecuado que permita una correcta fijación del comparador a la máquina y que garantice el correcto alineamiento entre los ejes del comparador y de la medidora. La mayoría de los fabricantes de máquinas medidoras horizontales suelen incluir entre sus accesorios este tipo de soporte.
- 5.2.3** Un termómetro capaz de medir la temperatura ambiente con incertidumbre igual o inferior a 0,5 °C.
- 5.2.4** Un dispositivo capaz de medir la humedad relativa del aire con una incertidumbre igual o inferior a un 10 %.
- 5.2.5** Elementos auxiliares de limpieza (véase apartado 5.1.6)
- 5.2.6** Elementos auxiliares para la manipulación de elementos (véase apartado 5.1.7).

5.3 Operaciones previas (general)

- 5.3.1** Antes de proceder a la calibración de un comparador, se comprobará que es perfectamente identificable a través de su MARCA, MODELO y NÚMERO DE SERIE, los cuales deben aparecer marcados sobre el instrumento de forma permanente. Si no fuera así, se le asignará al instrumento un código de identificación único que se adherirá, fijará o grabará de forma permanente sobre él. Dicho identificador único puede ser, por ejemplo, el número de inventario que el propio usuario le hubiera asignado.
- 5.3.2** La calibración se realizará en un recinto que disponga de un sistema de control de la temperatura ambiente, que permita garantizar que ésta se encuentra en los intervalos que se incluyen en la tabla 3 en función de la división de escala del

comparador a calibrar. Asimismo se recomienda que la humedad relativa sea igual o inferior a un 60 %. Todos los elementos que intervengan en la calibración deberán haber pasado las 24 horas anteriores a ésta, aclimatándose en el recinto de calibración.

División de Escala E (mm)	Intervalo de temperatura ambiente recomendado
$E \geq 0,001$ mm	(20 ± 3) °C
$0,0001$ mm $< E < 0,001$ mm	(20 ± 2) °C
$E = 0,0001$ mm	(20 ± 1) °C

Tabla 3

- 5.3.3** Se realizará una limpieza del comparador seguida de inspección visual del instrumento, comprobando la posible presencia de arañazos, golpes u otros daños que pudieran afectar al correcto funcionamiento del instrumento.
- 5.3.4** Se comprobará manualmente el correcto funcionamiento de cada uno de los elementos móviles del comparador, en particular el movimiento del vástago móvil el cual debe realizarse de forma suave y generando una fuerza de palpado constante.
- 5.3.5** Si las inspecciones descritas en los apartados 5.3.3 y 5.3.4 hicieran sospechar que el funcionamiento del instrumento no fuera el correcto se procederá a realizar una reparación del mismo, bien por el propio usuario o por un experto. No deberá continuarse la calibración mientras el resultado de las inspecciones anteriormente citadas no sea satisfactorio.

5.4 Operaciones previas (calibración con bloques patrón)

Una vez realizadas las operaciones descritas en el apartado 5.3, se procederá del siguiente modo en el caso de recurrir a una calibración frente a bloques patrón longitudinales:

- 5.4.1** Se procederá a desengrasar y limpiar los bloques patrón que van a ser utilizados durante la calibración.
- 5.4.2** Se limpiará la superficie de referencia a utilizar (mesa de planitud o patrón plano-paralelo de vidrio o ambos).
- 5.4.3** En el caso de utilizar como superficie de referencia un patrón plano-paralelo de vidrio, los bloques patrón longitudinales se adherirán a éste a través de una de sus caras de medida formando una “escalera de bloques” (ver figura 3). Debe observarse un especial cuidado en el proceso de adherencia para evitar el rayado de los patrones.

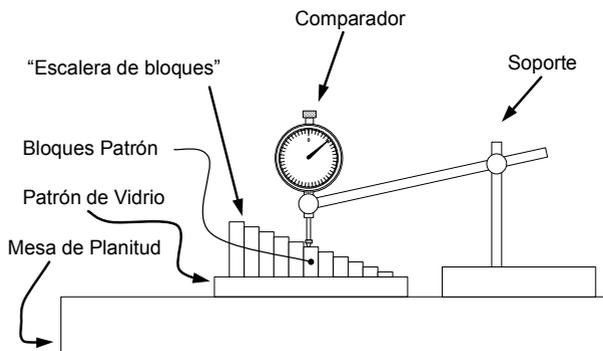


Figura 3

- 5.4.4** Se colocará el comparador en su soporte en posición vertical, comprobándose visualmente la verticalidad de éste desde dos puntos de vista situados a 90° (ver figura 4).
- 5.4.5** Se respetará un tiempo de estabilización no inferior a 15 minutos, con el fin de que todos los elementos que han sido objeto de manipulación por el usuario hasta este momento (bloques patrón, soporte, comparador, etc.), recuperen el equilibrio térmico con el aire, que probablemente hayan perdido debido a la transmisión de calor desde las manos del usuario. Con el fin de minimizar esta transmisión de calor se recomienda el uso de guantes.

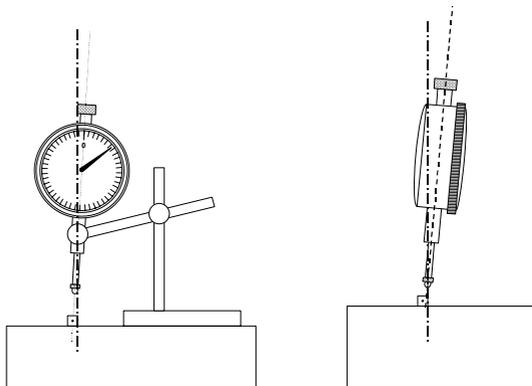


Figura 4

5.4.6 Transcurrido el tiempo de estabilización se tomará y anotará una medida de la temperatura ambiente. El valor de dicha temperatura deberá estar dentro del intervalo de temperaturas especificado en la tabla 3. Si no fuera así, se esperará hasta que la temperatura ambiente regrese a dicho intervalo de temperaturas. La toma y anotación de la temperatura se repetirá al menos una segunda vez al finalizar la calibración.

5.4.7 Se anotará asimismo el valor de la humedad relativa, comprobándose que se encuentra dentro de los límites especificados en el apartado 5.3.2. Esta operación deberá repetirse al menos una vez al finalizar la calibración.

Transcurrido el tiempo de estabilización y con la temperatura y humedad dentro de los límites especificados en el apartado 5.3.2, se puede proceder a la calibración propiamente dicha de acuerdo con lo especificado en el apartado 5.6.

5.5 Operaciones previas (calibración con banco)

Una vez realizadas las operaciones descritas en el apartado 5.3, se procederá del modo que a continuación se describe, en el caso

de recurrir a una calibración utilizando como referencia un banco calibrador de comparadores (por razones de espacio se omiten los aspectos concretos relativos a la calibración con una máquina medidora horizontal):

- 5.5.1** El comparador se fijará al banco, ajustándose ambos de forma que las lecturas de los dos instrumentos sean aproximadamente cero.

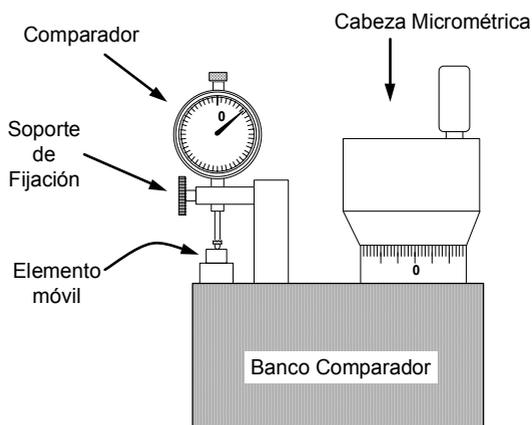


Figura 5

- 5.5.2** Se respetará un tiempo de estabilización no inferior a 15 minutos (ver apartado 5.4.5), salvo indicación al contrario de los respectivos manuales de usuario del comparador y del banco. Asimismo, si en estos manuales aparecieran referencias a operaciones auxiliares previas a la utilización de dichos instrumentos, se seguirán las indicaciones al respecto de los fabricantes de los mismos.

- 5.5.3** Transcurrido el tiempo de estabilización se tomará y anotará una medida de la temperatura ambiente. El valor de dicha temperatura deberá estar dentro del intervalo de temperaturas especificado en la tabla 3. Si no fuera así, se esperará hasta que la temperatura ambiente regrese a dicho

intervalo de temperaturas. La toma y anotación de la temperatura se repetirá al menos una segunda vez al finalizar la calibración.

- 5.5.4** Se anotará asimismo el valor de la humedad relativa, comprobándose que se encuentra dentro de los límites especificados en el apartado 5.3.2. Esta operación se repetirá al menos una vez al finalizar la calibración.

Transcurrido el tiempo de estabilización y con la temperatura y humedad dentro de los límites especificados en el apartado 5.3 se puede proceder a la calibración propiamente dicha de acuerdo con lo especificado en el apartado 5.7.

Todo el proceso de calibración ha sido diseñado de forma que no es necesario introducir correcciones en función de las magnitudes de influencia. En aquellos casos donde la influencia de éstas puede resultar significativa (por ejemplo, alineamiento y temperatura, ver apartados 6.1.4 y 6.1.5), su contribución se ha tendido en cuenta a través de un incremento en la incertidumbre.

5.6 Proceso de calibración con bloques patrón

- 5.6.1** La calibración incluye tres operaciones claramente diferenciadas:

- Determinación de las desviaciones de la escala del instrumento para desplazamientos ascendentes (valores crecientes de las lecturas del instrumento)
- Determinación de las desviaciones de la escala del instrumento para desplazamientos descendentes (valores decrecientes de las lecturas del instrumento)
- Determinación de la repetibilidad del instrumento

- 5.6.2** Se utilizarán, al menos, $N = 11$ bloques patrón longitudinales, que permitirán materializar N puntos de calibración, tanto para la escala ascendente como para la escala descendente. La diferencia entre las longitudes



máxima y mínima de dichos bloques no será inferior a $2/3 \cdot A$, siendo recomendable superar el valor $0,9 \cdot A$, donde A es el alcance del comparador. Los restantes bloques patrón deberán poseer unas longitudes tales que determinen puntos de calibración aproximadamente equidistantes. Se desaconseja la utilización de composiciones de bloques patrón.

- 5.6.3** Como bloque “cero” de la “escalera de bloques” se elegirá el de menor longitud. Sobre dicho bloque se ajustará el cero del comparador.
- 5.6.4** La determinación de las desviaciones de la escala para desplazamientos ascendentes se realizará partiendo de una posición muy cercana al extremo inferior de la escala para, a continuación, ir palpando los diferentes bloques patrón siempre de longitud menor a mayor. Para los comparadores con división de escala igual o superior a $0,001$ mm se realizará un único palpado ($n = 1$) en cada bloque. Para aquellos con división de escala inferior a $0,001$ mm se realizarán $n \geq 3$ palpados en cada bloque, para lo cual se repetirá n veces el proceso anterior sin volver a poner a cero el comparador.
- 5.6.5** La determinación de las desviaciones de la escala para desplazamientos descendentes se realiza de forma similar. Se partirá de una posición muy cercana al extremo superior para, posteriormente, ir palpando cada uno de los bloques ahora de longitud mayor a menor. No se realizará una puesta a cero intermedia entre el apartado 5.6.4 y el 5.6.5. Para los comparadores con división de escala igual o superior a $0,001$ mm se realizará un único palpado ($n = 1$) en cada bloque. Para aquellos con división de escala inferior a $0,001$ mm se realizarán $n \geq 3$ palpados en cada bloque, para lo cual se repetirá n veces el proceso anterior sin volver a poner a cero el comparador.
- 5.6.6** Para determinar la repetibilidad en los comparadores con división de escala igual o superior a $0,001$ mm se realizarán

dos series de medidas compuestas cada una de ellas por $m \geq 6$ lecturas. La primera de ellas se obtendrá palpando en el bloque de mayor longitud y la segunda en el bloque de menor longitud.

- 5.6.7** Para los comparadores con división de escala inferior a 0,0001 mm no es necesario realizar medidas adicionales para determinar la repetibilidad puesto que se ha realizado más de una medida en cada punto de calibración, pudiéndose estimar una repetibilidad s_i en cada punto. Se tomará como mejor estimación de la repetibilidad el valor medio cuadrático s_R de dichas s_i (véase 5.8.4.4 y 5.8.4.5).

5.7 Proceso de calibración con banco

- 5.7.1** La calibración incluye tres operaciones claramente diferenciadas, tal y como ya se describieran en el apartado 5.6.1 para el caso de calibración con bloques patrón:

- Determinación de las desviaciones de la escala del instrumento para desplazamientos ascendentes (valores crecientes de las lecturas del instrumento)
- Determinación de las desviaciones de la escala del instrumento para desplazamientos descendentes (valores decrecientes de las lecturas del instrumento)
- Determinación de la repetibilidad del instrumento

- 5.7.2** El comparador se calibrará en, al menos, $N = 11$ puntos de su escala aproximadamente equidistantes entre sí. La distancia entre el primer y el último punto de calibración debe ser, como mínimo, $(2/3) \cdot A$, siendo recomendable que supere el valor $0,9 \cdot A$, donde A es el alcance del comparador.

- 5.7.3** Se ajustarán el comparador y el banco de forma tal que ambos proporcionen lecturas muy próximas a cero. Si



alguno de los dos instrumentos posee una puesta a cero, ésta se realizará en este momento.

- 5.7.4** La determinación de las desviaciones de la escala para desplazamientos ascendentes, se realizará partiendo de una posición muy cercana al extremo inferior de la escala para, a continuación, ir recorriendo todos y cada uno de los puntos de calibración de menor a mayor. Para los comparadores con división de escala igual o superior a 0,001 mm el proceso anterior se repetirá una única vez ($n = 1$). Para aquellos con división de escala inferior a 0,001 mm el proceso anterior se repetirá $n \geq 3$ veces sin volver a realizar una puesta a cero.
- 5.7.5** La determinación de las desviaciones de la escala para desplazamientos descendentes se realiza de forma similar. Se partirá de una posición muy cercana al extremo superior para, posteriormente, ir recorriendo todos y cada uno de los puntos de calibración de mayor a menor. No se realizará una puesta a cero entre los apartados 5.7.4 y 5.7.5. Para los comparadores con división de escala igual o superior a 0,001 mm el proceso anterior se repetirá una única vez ($n = 1$) (Para aquellos con división de escala inferior a 0,001 mm el proceso se repetirá $n \geq 3$ veces sin volver a realizar una puesta a cero.
- 5.7.6** Para los comparadores con división de escala igual o superior a 0,001 mm se realizarán dos series de medidas compuestas cada una de ellas por $m \geq 6$ lecturas. La primera de ellas se obtendrá repitiendo medidas en el punto de calibración de mayor valor y la segunda en el de menor valor.
- 5.7.7** Para los comparadores con división de escala inferior a 0,0001 mm, no es necesario realizar medidas adicionales para determinar la repetibilidad puesto que se ha realizado más de una medida en cada punto de calibración, pudiéndose estimar una repetibilidad s_i para cada punto. Se



tomará como mejor estimación de la repetibilidad el valor medio cuadrático s_R de dichas s_i .

5.8 Toma y tratamiento de datos (calibración con bloques patrón)

5.8.1 Desviaciones de la escala para desplazamientos ascendentes

- 5.8.1.1 Se anotarán la temperatura y humedad relativa del aire.
- 5.8.1.2 Se ajustará el cero del comparador sobre el bloque “cero”.
- 5.8.1.3 Se llevará el comparador hasta un punto muy cercano al valor mínimo de su escala.
- 5.8.1.4 Se palpará sobre el bloque de longitud mínima, anotándose la lectura obtenida.
- 5.8.1.5 A continuación se procederá a palpar sobre el bloque de longitud inmediatamente superior, anotándose de nuevo la lectura obtenida.
- 5.8.1.6 Se repite el proceso anterior hasta alcanzar el bloque de mayor longitud.
- 5.8.1.7 Si el comparador objeto de la calibración posee división de escala inferior a 0,001 mm, se repetirá el bucle compuesto por los apartados 5.8.1.3 a 5.8.1.6, hasta obtener un mínimo de $n = 3$ lecturas para cada bloque patrón.
- 5.8.1.8 La información así recogida se organizará en forma de tabla, de manera similar a la que a continuación se presenta (tabla 4 para $E < 0,001$ mm y tabla 5 para $E \geq 0,001$ mm):



Desplazamientos ascendentes ($E < 0,001$ mm)			
Pto. de calibración	Longitud del bloque	Lecturas del comparador	Lecturas medias del comparador
1	X_{01}	X_{11} X_{12} \cdots X_{1n}	X_1
2	X_{02}	X_{21} X_{22} \cdots X_{2n}	X_2
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
i	X_{0i}	X_{i1} X_{i2} \cdots X_{in}	X_i
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
N	X_{0N}	X_{N1} X_{N2} \cdots X_{Nn}	X_N

Tabla 4

Desplazamientos ascendentes ($E \geq 0,001$ mm)		
Pto. de calibración	Longitud del bloque	Lecturas del comparador
1	X_{01}	X_1
2	X_{02}	X_2
\vdots	\vdots	\vdots
i	X_{0i}	X_i
\vdots	\vdots	\vdots
N	X_{0N}	X_N

Tabla 5

donde:

i Índice relativo al punto de calibración (toma valores de 1 a N para los puntos de calibración correspondientes al desplazamiento ascendente)

x_{0i} Longitud real del bloque patrón correspondiente al punto de calibración i . Es la suma de la longitud

nominal del bloque $x_{0,nom,i}$ más su corrección de calibración c_{0i} :

$$x_{0i} = x_{0,nom,i} + c_{0i}$$

x_{ij} (Tabla 4) lectura j -ésima del comparador (obtenida en el bucle j -ésimo) correspondiente al i -ésimo punto de calibración.

x_i (Tabla 4) valor medio de las lecturas del comparador correspondiente al i -ésimo punto de calibración.

$$x_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ij}$$

x_i (Tabla 5) lectura del comparador correspondiente al punto de calibración i -ésimo.

5.8.2. Desviaciones de la escala para desplazamientos descendentes

- 5.8.2.1** Se llevará el comparador hasta un punto muy cercano al valor máximo de su escala, sin reajustar el “cero” del instrumento obtenido en el párrafo 5.8.1.1.
- 5.8.2.2** Se palpará sobre el bloque de longitud máxima, anotándose la lectura obtenida.
- 5.8.2.3** A continuación se procederá a palpar sobre el bloque de longitud inmediatamente inferior, anotándose de nuevo la lectura obtenida.
- 5.8.2.4** Se repite el proceso anterior hasta alcanzar el bloque de menor longitud.



- 5.8.2.5** Si el comparador objeto de la calibración posee división de escala inferior a 0,001 mm, se repetirá el bucle compuesto por los apartados 5.8.2.1 a 5.8.2.5 hasta obtener un mínimo de $n = 3$ lecturas para cada bloque patrón.
- 5.8.2.6** La información así recogida se organizará en forma de tabla de manera similar a la que a continuación se presenta (tabla 6 para $E < 0,001$ mm y tabla 7 para $E \geq 0,001$ mm).
- 5.8.2.7** Se anotarán de nuevo la temperatura y humedad relativa del aire.

Desplazamientos descendentes ($E < 0,001$ mm)							
Pto. de calibración	Longitud del bloque	Lecturas del comparador					Lecturas medias del comparador
N+1	$X_{0,N+1}$	$X_{N+1,1}$	$X_{N+1,2}$...	$X_{N+1,n}$	X_{N+1}	
N+2	$X_{0,N+2}$	$X_{N+2,1}$	$X_{N+2,2}$...	$X_{N+2,n}$	X_{N+2}	
⋮	⋮				⋮	⋮	
N+i	$X_{0,N+i}$	$X_{N+i,1}$	$X_{N+i,2}$...	$X_{N+i,n}$	X_{N+i}	
⋮	⋮				⋮	⋮	
N+N=2N	$X_{0,2N}$	$X_{2N,1}$	$X_{2N,2}$...	$X_{2N,n}$	X_{2N}	

Tabla 6



Desplazamientos descendentes ($E \geq 0,001$ mm)		
Pto. de calibración	Longitud del bloque	Lecturas del comparador
N+1	$X_{0,N+1}$	X_{N+1}
N+2	$X_{0,N+2}$	X_{N+2}
⋮	⋮	⋮
N+i	$X_{0,N+i}$	X_{N+i}
⋮	⋮	⋮
N+N=2N	$X_{0,2N}$	X_{2N}

Tabla 7

donde:

i Índice relativo al punto de calibración (toma valores de N+1 a 2N para los puntos de calibración correspondientes al desplazamiento descendente).

x_{0i} Longitud real del bloque patrón correspondiente al punto de calibración i . Es la suma de la longitud nominal del bloque $x_{0,nom,i}$ más su corrección de calibración c_{0i} :

$$x_{0i} = x_{0,nom,i} + c_{0i}$$

x_{ij} (Tabla 6) lectura j -ésima del comparador (obtenida en el bucle j -ésimo) correspondiente al i -ésimo punto de calibración.

x_i (Tabla 6) valor medio de las lecturas del comparador correspondiente al i -ésimo punto de calibración.



$$x_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ij}$$

x_i (Tabla 7) lectura del comparador correspondiente al punto de calibración i -ésimo.

5.8.3 Determinación de las correcciones de calibración

A partir de los valores obtenidos en los apartados 5.8.1 y 5.8.2 se determinarán los siguientes parámetros para cada punto de calibración i :

- Diferencias: $\Delta x_i = x_{0i} - x_i$
- Corrección de calibración: $c_i = \Delta x_i - \Delta x_1$

Nótese que el “cero” del comparador se reajusta matemáticamente con el fin de asegurar que la corrección de calibración c_1 , correspondiente al “cero” del comparador (desplazamientos ascendentes), sea nula.

5.8.4. Repetibilidad

Los puntos 5.8.4.1 a 5.8.4.3 son de aplicación únicamente a los comparadores con división de escala igual o superior a 0,001 mm. Para los comparadores con división de escala inferior a 0,001 mm se seguirán las indicaciones de los puntos 5.8.4.4 y 5.8.4.5.

Como ya se comentó en el párrafo 5.6.7, para los comparadores con división de escala inferior a 0,001 mm, la estimación de la repetibilidad puede realizarse a partir de las lecturas obtenidas durante la determinación de las desviaciones de la escala, puesto que éstas involucran más de una repetición en cada punto de calibración.

- 5.8.4.1** Se palpará $m \geq 6$ veces sobre el bloque de mayor longitud obteniéndose una serie de lecturas $x_1^{(1)} \ x_2^{(1)} \ \dots \ x_m^{(1)}$ a partir de la cual puede obtenerse la siguiente desviación típica:

$$s^{(1)} = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m \left(x_k^{(1)} - \bar{x}^{(1)}\right)^2}, \text{ donde } \bar{x}^{(1)} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m x_k^{(1)}$$

- 5.8.4.2** Se palpará $m \geq 6$ veces sobre el bloque de menor longitud, obteniéndose la serie de lecturas $x_1^{(2)} \ x_2^{(2)} \ \dots \ x_m^{(2)}$ a partir de la cual puede obtenerse la siguiente desviación típica:

$$s^{(2)} = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m \left(x_k^{(2)} - \bar{x}^{(2)}\right)^2}, \text{ donde } \bar{x}^{(2)} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m x_k^{(2)}$$

- 5.8.4.3** Para los comparadores con división de escala igual o superior a 0,001 mm, se tomará como repetibilidad s_R del instrumento el siguiente valor:

$$s_R = \sqrt{\frac{\left[s^{(1)}\right]^2 + \left[s^{(2)}\right]^2}{2}}$$

Los grados de libertad ν_R de esta estimación son:

$$\nu_R = \nu[s^{(1)}] + \nu[s^{(2)}] = (m-1) + (m-1) = 2m-2$$

Nótese que $\nu_R \geq 10$, puesto que $m \geq 6$. Por tanto, s_R cumple las condiciones expuestas en el apartado 5.3 de la Guía CEA-ENAC-LC/02 (ref. [4]) para ser considerada una estimación tipo A “fiable”: sus grados de libertad son iguales o superiores a 9.

5.8.4.4 Para los comparadores con división de escala inferior a 0,001 mm se obtendrán las siguientes desviaciones típicas:

$$s_i = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_{ij} - x_i)^2}$$

Los grados de libertad de s_i son $\nu(s_i) = n - 1$

5.8.4.5 Para los comparadores con división de escala inferior a 0,001 mm se tomará como repetibilidad s_R del instrumento el siguiente valor:

$$s_R = \sqrt{\frac{1}{2N} \sum_{i=1}^{2N} s_i^2}$$

Este procedimiento de estimación de la repetibilidad se apoya en la hipótesis razonable de que ésta no sufre variaciones apreciables a lo largo del corto campo de medida del comparador. Si se observara que la desviación típica de repetibilidad es claramente superior en alguno de los puntos de calibración, representaría un indicio claro de mal funcionamiento del instrumento, lo que obligaría a posponer la calibración hasta el momento en el que éste haya sido reparado o ajustado.

Los grados de libertad ν_R de s_R son:

$$\nu_R = 2N \cdot \nu(s_i) = 2N \cdot (n - 1)$$

Nótese que $\nu_R \geq 44$, puesto que $N \geq 11$ (número de puntos de calibración) y $n \geq 3$ (número de repeticiones en cada punto). Por tanto, s_R cumple las condiciones expuestas en



el apartado 5.3 de la Guía CEA-ENAC-LC/02 (ref. [4]) para ser considerada una estimación tipo A “fiable”: sus grados de libertad son iguales o superiores a 9.

No se recomienda la utilización de ningún procedimiento en concreto para la aceptación y rechazo de datos. Dada la sencillez de la instrumentación involucrada, el propio sentido común del usuario puede servirle para rechazar aquellos valores que considere aberrantes o extraños de acuerdo con su experiencia.

5.9 Toma y tratamiento de datos (calibración con banco)

5.9.1 Desviaciones de la escala para desplazamientos ascendentes

- 5.9.1.1** Se ajustará el comparador o el banco calibrador (o medidora de una coordenada horizontal) de forma que las lecturas de ambos instrumentos coincidan y sean iguales a cero.
- 5.9.1.2** Se desplazará el elemento móvil del banco (o el carro de la medidora) de forma que se alcance un punto muy cercano al valor mínimo de la escala del comparador.
- 5.9.1.3** A continuación se generará un desplazamiento adicional de forma que se alcance un valor próximo al punto de calibración de menor valor nominal. El acercamiento a dicho punto de calibración se realizará de forma ascendente, sin invertir en ningún momento el sentido del movimiento. Si por cualquier causa el sentido se invirtiera se deberá retroceder de nuevo hasta una posición cercana al valor mínimo de la escala del comparador. No es necesario que se alcance de manera exacta el valor nominal del punto de calibración. Se considerará que se ha alcanzado dicho punto cuando la distancia a dicho valor



nominal sea inferior a un décimo de la distancia media entre puntos de calibración. Una vez alcanzado el punto de calibración se anotarán la lectura del banco (o de la máquina medidora) y la lectura del comparador.

- 5.9.1.4** A continuación se procede con el punto de calibración inmediatamente superior de forma análoga a la descrita en el párrafo 5.9.1.3 anotándose de nuevo las lecturas del banco (o máquina) y del comparador.
- 5.9.1.5** Se repite el proceso anterior hasta alcanzar el punto de calibración de mayor valor nominal.
- 5.9.1.6** Si el comparador objeto de la calibración posee división de escala inferior a 0,001 mm se repetirá el bucle compuesto por los apartados 5.9.1.2 a 5.9.1.5 hasta obtener un mínimo de $n = 3$ lecturas en cada punto de calibración.
- 5.9.1.7** La información así recogida se organizará en forma de tabla de manera similar a la que a continuación se presenta (tabla 8 para $E < 0,001$ mm y tabla 9 para $E \geq 0,001$ mm):

Desplazamientos ascendentes ($E < 0,001 \text{ mm}$)									
Pto. de calibración	Lecturas del banco				Lecturas del comparador				Diferencias medias
1	X_{011}	X_{012}	...	X_{01n}	X_{11}	X_{12}	...	X_{1n}	Δx_1
2	X_{021}	X_{022}	...	X_{02n}	X_{21}	X_{22}	...	X_{2n}	Δx_2
⋮		⋮				⋮			⋮
i	X_{0i1}	X_{0i2}	...	X_{0in}	X_{i1}	X_{i2}	...	X_{in}	Δx_i
⋮		⋮				⋮			⋮
N	X_{0N1}	X_{0N2}	...	X_{0Nn}	X_{N1}	X_{N2}	...	X_{Nn}	Δx_N

Tabla 8

Desplazamientos ascendentes ($E \geq 0,001 \text{ mm}$)				
Pto. de calibración	Lecturas del banco		Lecturas del comparador	Diferencias
1	X_{01}		x_1	Δx_1
2	X_{02}		x_2	Δx_2
⋮	⋮		⋮	⋮
i	X_{0i}		x_i	Δx_i
⋮	⋮		⋮	⋮
N	X_{0N}		x_N	Δx_N

Tabla 9

donde:

i Índice relativo al punto de calibración (toma valores de 1 a N para los puntos de calibración correspondientes al desplazamiento ascendente)

x_{0ij} (Tabla 8) lectura j -ésima del banco (o de la medidora) en el punto de punto de calibración i -ésimo.



x_{0i} (Tabla 9) lectura del banco (o de la medidora) en el punto de punto de calibración i -ésimo.

x_{ij} (Tabla 8) lectura j -ésima del comparador en el i -ésimo punto de calibración.

x_i (Tabla 9) lectura del comparador en el i -ésimo punto de calibración.

Δx_i (Tabla 8) diferencia media en el i -ésimo punto de calibración.

$$\Delta x_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_{0ij} - x_{ij})$$

Δx_i (Tabla 9) diferencia en el i -ésimo punto de calibración.

$$\Delta x_i = x_{0ij} - x_{ij}$$

5.9.2. Desviaciones de la escala para desplazamientos descendentes

5.9.2.1 Se desplazará el elemento móvil del banco (o el carro de la medidora), de forma que se alcance un punto muy cercano al valor máximo de la escala del comparador, sin reajustar los “ceros” de los instrumentos obtenidos en el párrafo 5.9.1.1.

5.9.2.2 A continuación se generará un desplazamiento adicional de forma que se alcance un valor próximo al punto de calibración de mayor valor nominal. El acercamiento a dicho punto de calibración se realizará de forma descendente, sin invertir en ningún momento el sentido del



movimiento. Si por cualquier causa el sentido se invirtiera, se deberá retroceder de nuevo hasta una posición cercana al valor máximo de la escala del comparador. No es necesario que se alcance de manera exacta el valor nominal del punto de calibración. Se considerará que se ha alcanzado dicho punto cuando la distancia a dicho valor nominal sea inferior a un décimo de la distancia media entre puntos de calibración. Una vez alcanzado el punto de calibración, se anotarán la lectura del banco (o de la máquina medidora) y la lectura del comparador.

- 5.9.2.3** A continuación se procede con el punto de calibración inmediatamente inferior, de forma análoga a la descrita en el párrafo 5.9.2.2 anotándose de nuevo las lecturas del banco (o máquina) y del comparador.
- 5.9.2.4** Se repite el proceso anterior hasta alcanzar el punto de calibración de menor valor nominal.
- 5.9.2.5** Si el comparador objeto de la calibración posee división de escala inferior a 0,001 mm, se repetirá el bucle compuesto por los apartados 5.9.2.1 a 5.9.2.4 hasta obtener un mínimo de $n = 3$ lecturas en cada punto de calibración.
- 5.9.2.6** La información así recogida se organizará en forma de tabla, de manera similar a la que a continuación se presenta (tabla 10 para $E < 0,001$ mm y tabla 11 para $E \geq 0,001$ mm):

Desplazamientos descendentes ($E < 0,001$ mm)			
Pto.	Lecturas del banco	Lecturas del comparador	Dif. medias
N+1	$x_{0,N+1,1} \ x_{0,N+1,2} \ \cdots \ x_{0,N+1,n}$	$x_{N+1,1} \ x_{N+1,2} \ \cdots \ x_{N+1,n}$	Δx_{N+1}
N+2	$x_{0,N+2,1} \ x_{0,N+2,2} \ \cdots \ x_{0,N+2,n}$	$x_{N+2,1} \ x_{N+2,2} \ \cdots \ x_{N+2,n}$	Δx_{N+2}
⋮	⋮	⋮	⋮
N+i	$x_{0,N+i,1} \ x_{0,N+i,2} \ \cdots \ x_{0,N+i,n}$	$x_{N+i,1} \ x_{N+i,2} \ \cdots \ x_{N+i,n}$	Δx_{N+i}
⋮	⋮	⋮	⋮
2N	$x_{0,2N,1} \ x_{0,2N,2} \ \cdots \ x_{0,2N,n}$	$x_{2N,1} \ x_{2N,2} \ \cdots \ x_{2N,n}$	Δx_{2N}

Tabla 10

Desplazamientos descendentes ($E \geq 0,001$ mm)			
Punto	Lectura del banco	Lecturas del comparador	Diferencias
N+1	$x_{0,N+1}$	x_{N+1}	Δx_{N+1}
N+2	$x_{0,N+2}$	x_{N+2}	Δx_{N+2}
⋮	⋮	⋮	⋮
N+i	$x_{0,N+i}$	x_{N+i}	Δx_{N+i}
⋮	⋮	⋮	⋮
N+N=2N	$x_{0,2N}$	x_{2N}	Δx_{2N}

Tabla 11

donde:

i Índice relativo al punto de calibración (toma valores de N+1 a 2N para los puntos de calibración correspondientes al desplazamiento descendente)

x_{0ij} (Tabla 10) lectura j -ésima del banco (o de la medidora) en el punto de punto de calibración i -ésimo.



x_{0i} (Tabla 11) lectura del banco (o de la medidora) en el punto de punto de calibración i -ésimo.

x_{ij} (Tabla 10) lectura j -ésima del comparador en el i -ésimo punto de calibración.

x_i (Tabla 11) lectura del comparador en el i -ésimo punto de calibración.

Δx_i (Tabla 10) diferencia media en el i -ésimo punto de calibración.

$$\Delta x_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_{0ij} - x_{ij})$$

Δx_i (Tabla 9) diferencia en el i -ésimo punto de calibración.

$$\Delta x_i = x_{0i} - x_i$$

5.9.3 Determinación de las correcciones de calibración

A partir de los valores obtenidos en los apartados 5.9.1 y 5.9.2 se determinarán correcciones de calibración c_i para cada punto de calibración i , de acuerdo con la siguiente expresión:

$$c_i = \Delta x_i - \Delta x_1$$

Nótese que el “cero” del comparador se reajusta matemáticamente con el fin de asegurar que la corrección de calibración c_1 , correspondiente al “cero” del comparador (desplazamientos ascendentes), sea nula.



5.9.4 Repetibilidad

Los puntos 5.9.4.1 a 5.9.4.3 son de aplicación únicamente a los comparadores con división de escala igual o superior a 0,001 mm. Para los comparadores con división de escala inferior a 0,001 mm se seguirán las indicaciones de los puntos 5.9.4.4 y 5.9.4.5.

Como ya se comentó en el párrafo 5.6.7 para los comparadores con división de escala inferior a 0,001 mm, la estimación de la repetibilidad puede realizarse a partir de las lecturas obtenidas durante la determinación de las desviaciones de la escala, puesto que éstas involucran más de una repetición en cada punto de medida.

5.9.4.1 Se realizarán $m \geq 6$ medidas en el punto de calibración de mayor valor nominal. Dichas medidas se realizarán del siguiente modo:

- a) Se desplazará el elemento móvil del banco (o el carro de la medidora), hasta alcanzar el cero del comparador.
- b) En este punto se pondrán simultáneamente a cero el banco (o medidora) y el comparador.
- c) Se desplazará el elemento móvil del banco (o el carro de la medidora), hasta alcanzar el punto de calibración de mayor valor nominal.
- d) Se anotarán la lectura $x_{0i}^{(1)}$ del banco (o de la medidora) y la lectura $x_i^{(1)}$ del comparador evaluándose la diferencia $\Delta x_i^{(1)} = x_{0i}^{(1)} - x_i^{(1)}$.
- e) Se repite el proceso hasta completar las $m \geq 6$ medidas.

Se obtiene así una serie de diferencias $\Delta x_1^{(1)} \Delta x_2^{(1)} \dots \Delta x_m^{(1)}$ a partir de la cuales puede obtenerse la siguiente desviación típica:

$$s^{(1)} = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (\Delta x_k^{(1)} - \Delta \bar{x}^{(1)})^2}$$

donde $\Delta \bar{x}^{(1)} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m x_k^{(1)}$ y $\Delta x_i^{(1)} = x_{0i}^{(1)} - x_i^{(1)}$

5.9.4.2 En el punto de calibración de menor valor nominal se realizarán $m \geq 6$ medidas de acuerdo con el procedimiento equivalente al descrito en el apartado 5.9.4.1. Se obtendrán así una serie de lecturas $x_{0i}^{(2)}$ del banco (o medidora) y $x_i^{(2)}$ del comparador a partir de las cuales puede generarse una serie de diferencias $\Delta x_1^{(2)} \Delta x_2^{(2)} \dots \Delta x_m^{(2)}$ que permiten determinar la siguiente desviación típica:

$$s^{(2)} = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (\Delta x_k^{(2)} - \Delta \bar{x}^{(2)})^2}$$

donde $\Delta \bar{x}^{(2)} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m x_k^{(2)}$ y $\Delta x_i^{(2)} = x_{0i}^{(2)} - x_i^{(2)}$

5.9.4.3 Para los comparadores con división de escala igual o superior a 0,001 mm se tomará como repetibilidad s_R del instrumento el siguiente valor:

$$s_R = \sqrt{\frac{[s^{(1)}]^2 + [s^{(2)}]^2}{2}}$$

Los grados de libertad ν_R de esta estimación son:

$$\nu_R = \nu[s^{(1)}] + \nu[s^{(2)}] = (m-1) + (m-1) = 2m-2$$

Nótese que $\nu_R \geq 10$ puesto que $m \geq 6$. Por tanto, s_R cumple las condiciones expuestas en el apartado 5.3 de la Guía CEA-ENAC-LC/02 (ref. [4]) para ser considerada una estimación tipo A “fiable”: que sus grados de libertad sean iguales o superiores a 9.

5.9.4.4 Para los comparadores con división de escala inferior a 0,001 mm se obtendrán las siguientes desviaciones típicas:

$$s_i = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (\Delta x_{ij} - \Delta x_i)^2}$$

donde $\Delta x_{ij} = x_{0ij} - x_{ij}$ y $\Delta x_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_{0ij} - x_{ij})$.

Los grados de libertad de s_i son $\nu(s_i) = n-1$.

5.9.4.5 Para los comparadores con división de escala inferior a 0,001 mm se tomará como repetibilidad s_R del instrumento el siguiente valor:

$$s_R = \sqrt{\frac{1}{2N} \sum_{i=1}^{2N} s_i^2}$$

Este procedimiento de estimación de la repetibilidad se apoya en la hipótesis razonable de que ésta no sufre variaciones apreciables a lo largo del corto campo de medida del comparador. Si se observara que la repetibilidad es claramente superior en alguno de los puntos de calibración, ello representaría un indicio claro de mal funcionamiento del instrumento, lo que obligaría a posponer

su calibración hasta el momento en el que éste haya sido reparado o ajustado.

Los grados de libertad ν_R de s_R son:

$$\nu_R = 2N \cdot \nu(s_i) = 2N \cdot (n - 1)$$

Nótese que $\nu_R \geq 44$ puesto que $N \geq 11$ (número de puntos de calibración) y $n \geq 3$ (número de repeticiones en cada punto). Por tanto, s_R cumple las condiciones expuestas en el apartado 5.3 de la Guía CEA-ENAC-LC/02 (ref. [4]) para ser considerada una estimación tipo A “fiable”: que sus grados de libertad sean iguales o superiores a 9.

No se recomienda la utilización de ningún procedimiento en concreto para la aceptación y rechazo de datos. Dada la sencillez de la instrumentación involucrada, el propio sentido común del usuario puede servirle para rechazar aquellos valores que considere aberrantes o extraños de acuerdo con su experiencia.

6. RESULTADOS

6.1 Cálculo de incertidumbres

La estimación y expresión de las incertidumbres de los resultados de la calibración (correcciones de calibración c_i), se realizará siguiendo los criterios de la guías ISO-GUM y CEA-ENAC-LC/02 (referencias [3] y [4]).

Se consideran como contribuciones significativas a la incertidumbre final (de todas y cada una de las $2N$ correcciones de calibración c_i) las siguientes:

- Incertidumbre de la referencia (bloques patrón, banco o medidora).
- División de escala del comparador.
- Repetibilidad durante el proceso de calibración.
- Alineamiento del comparador frente a la referencia.
- Efectos térmicos (dilatación diferencial del comparador respecto de la referencia).

Las siguientes fuentes de incertidumbre se consideran despreciables, o bien su posible contribución es directamente estimada a través de su contribución a la repetibilidad del proceso de calibración:

- Defecto de planitud de las superficies de referencia utilizadas (mesas de planitud o patrones de vidrio).
- Inestabilidad térmica o mecánica del soporte comparador.
- Defectos de planitud en las superficies de contacto de bloques patrón o de los palpadores del instrumento de referencia (banco o medidora).
- Variaciones en la presión de contacto de la punta del palpador con el bloque patrón o palpador del instrumento de referencia.

En consecuencia, la “función modelo” (según el apartado 4.1.1 de la Guía ISO-GUM, ref. [3]) correspondiente a la corrección de calibración c_i sería:

$$\begin{aligned}c_i &= \left(x_{0i} - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ij} \right) - \left(x_{01} - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{1j} \right) + c_E + c_A + c_T = \\ &= r_i - \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ij} - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{1j} \right) + c_E + c_A + c_T\end{aligned}$$

donde $r_i = x_{0i} - x_{01}$, c_E es la corrección asociada a la división de escala del comparador, c_A es la corrección por desalineamiento y c_T es la corrección por dilatación diferencial. Tal y como se comentará a continuación, dichas correcciones tomarán, en

general, un valor nulo. Sin embargo, sus incertidumbres no serán nulas.

La incertidumbre de la corrección de calibración c_i , de acuerdo con la ley de propagación de las varianzas (ver ref. [3]), sería:

$$u^2(c_i) = u^2(r_i) + \frac{2}{n}u^2(x_{ij}) + u^2(c_E) + u^2(c_A) + u^2(c_T)$$

donde se han supuesto implícitamente coeficientes de correlación nulos entre las variables implicadas. Asimismo, se ha aceptado que las varianzas de las lecturas x_{ij} son todas idénticas e iguales al término correspondiente a la repetibilidad (s_R^2).

NOTA: obsérvese que se ha utilizado el símbolo c_i para representar las correcciones de calibración. En la Guía ISO-GUM (ref. [3]) y en la Guía CEA-ENAC-LC/02 (ref. [4]) se utiliza este mismo símbolo para representar los coeficientes de sensibilidad. Por ello, en este procedimiento de calibración se utiliza el símbolo γ_k para hacer referencia a dichos coeficientes de sensibilidad.

Seguidamente se describe la forma de estimar todas y cada una de las componentes de la incertidumbre consideradas significativas, junto con sus correspondientes grados de libertad.

6.1.1 Incertidumbre de la referencia. Es la componente de la incertidumbre correspondiente al término $r_i = x_{0i} - x_{01}$. Nótese que para los puntos de calibración distintos del “cero” ($i = 1$ ó “cero ascendente” e $i = 2N$ ó “cero descendente”) en la incertidumbre $u(r_i)$ aparecen dos componentes de incertidumbre asociadas a los patrones: la correspondiente al punto x_{0i} y la correspondiente al “cero” x_{01} . Sin embargo, para los puntos de calibración $i = 1$ e $i = 2N$, esta incertidumbre es nula.

El cálculo detallado de esta componente de la incertidumbre y sus grados de libertad se realiza en los anexos 8.3 (bloques patrón longitudinales) y 8.4 (banco calibrador de comparadores).

Debe hacerse notar que la componente de la incertidumbre asociada a la posible dilatación de la referencia por efecto de la temperatura, no ha sido tomada en cuenta en $u(r_i)$. Esta componente se analizará conjuntamente con la correspondiente al propio comparador (ver apartado 6.1.5)

- 6.1.2** División de escala del comparador: Dado que el comparador no es capaz de apreciar desplazamientos inferiores a su división de escala E , sería necesario introducir una corrección adicional c_E , que compensara la desviación que este hecho introduce. Se aceptará que c_E se distribuye uniformemente entre los valores límite $-\frac{1}{2}E$ y $+\frac{1}{2}E$ (se supone implícitamente que se toma como lectura del comparador la correspondiente a la división de escala más próxima a la posición de la aguja indicadora). Por tanto, el valor medio de c_E es nulo y su incertidumbre típica sería:

$$u(c_E) = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{E}{2}$$

Los grados de libertad ν_E de esta estimación se pueden considerar infinitos.

- 6.1.3** Repetibilidad: La repetibilidad, de acuerdo con los apartados 5.8.4 y 5.9.4 se estima utilizando la desviación típica s_R obtenida en ellos. Su contribución a la incertidumbre de las correcciones de calibración c_i es la correspondiente al término:

$$\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ij} - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{1j}$$

La incertidumbre típica asociada a dicho término es:

$$\sqrt{\frac{2}{n}} \cdot s_R$$

Los grados de libertad de s_R pueden estimarse como sigue (ver apartados 5.8.4 y 5.9.4):

- Para comparadores con $E > 0,0001$ mm, $\nu_R = 2m - 2$, donde m es el número de repeticiones realizadas en los dos ensayos de repetibilidad llevados a cabo (ver apartados 5.8.4.1, 5.8.4.2, 5.9.4.1 y 5.9.4.2).
- Para comparadores con $E > 0,0001$ mm, $\nu_R = 2N \cdot (n - 1)$, donde N es el número de puntos de calibración y n el número de repeticiones realizadas en cada punto de calibración. Nótese que en cada punto de calibración se han realizado dos series de medidas: una para desplazamientos ascendentes y otra para descendentes.

6.1.4 Alineamiento: el posible desalineamiento entre el eje del comparador y el eje de la referencia (bloque, banco o medidora), introduce un error de coseno cuya adecuada compensación obligaría a introducir la siguiente corrección en las lecturas del comparador:

$$c_A = (\cos \theta - 1) \cdot x_i$$

donde θ es el ángulo de desalineamiento. En general, la única información de la que dispondrá el usuario es que el



método por él seguido para realizar el alineamiento le permite asegurar que $\theta \leq \theta_{\text{máx}}$.

Si se utiliza un banco comparador o una medidora, (junto con el accesorio suministrado por el fabricante para realizar la calibración de comparadores), el valor de dicho ángulo máximo será, en general, muy pequeño. Por tanto, la contribución a la incertidumbre será despreciable.

Sin embargo, si se utiliza un procedimiento visual (como el seguido en las calibraciones con bloques patrón) para la realización del alineamiento, $\theta_{\text{máx}}$ puede rondar el valor de 2° . Consiguientemente, el valor máximo de c_A sería:

$$c_{A,\text{máx}} = (\cos \theta_{\text{máx}} - 1) \cdot x_i = -6,1 \times 10^{-4}$$

Suponiendo que $A \leq 1000 E$ (siendo A el alcance del comparador y E su división de escala), el valor de dicha corrección es siempre inferior a una división de escala y, por tanto, es razonable aceptar que dicha corrección no se aplique. Esta es la razón por la que no se recomienda utilizar procedimientos de alineamiento visual en comparadores con alcance A superior a 1000 E.

Si se considera que c_A se distribuye uniformemente entre los valores $-(1 - \cos \theta_{\text{máx}}) \cdot x_i$ y $+(1 - \cos \theta_{\text{máx}}) \cdot x_i$ entonces, su valor medio sería nulo (igual por tanto a la corrección que hemos aplicado) y su incertidumbre típica:

$$u(c_A) = \frac{1 - \cos \theta_{\text{máx}}}{\sqrt{3}} \cdot x_i$$

Particularizando para $\theta_{\text{máx}} = 2^\circ$ (alineamiento visual):

$$u(c_A) = 3,5 \times 10^{-4} \cdot x_i$$



Nótese, sin embargo, que la discusión anterior no es del todo correcta. Concretamente la corrección c_A no puede tomar valores positivos y consiguientemente su distribución no estaría centrada respecto de $c_A = 0$. Un tratamiento riguroso de este problema se presenta en el apartado F.2.4.4 de la Guía ISO-GUM [3].

Los grados de libertad de la anterior estimación de $u(c_A)$ pueden considerarse infinitos.

- 6.1.5 Dilatación diferencial:** si la referencia (bloque, banco o medidora) y el comparador, se encuentran a temperaturas diferentes entre sí y distintas de la temperatura de referencia de 20 °C sería necesario introducir la siguiente corrección por dilatación diferencial:

$$c_T = [\alpha_0 \cdot (T_0 - 20^\circ\text{C}) - \alpha \cdot (T - 20^\circ\text{C})] \cdot x_i$$

donde α y α_0 son, respectivamente, los coeficientes de dilatación del comparador y de la referencia y las temperaturas T y T_0 son las del comparador y la referencia. La corrección c_T también puede expresarse de la siguiente forma:

$$c_T = [(\alpha + \Delta\alpha) \cdot (T + \Delta T - 20^\circ\text{C}) - \alpha(T - 20^\circ\text{C})] \cdot x_i$$

donde ahora $\Delta\alpha = \alpha_0 - \alpha$ y $\Delta T = T_0 - T$.

Se aceptará que tanto el comparador como la referencia poseen, aproximadamente, el mismo coeficiente de dilatación (ambos están contruidos en acero). Por tanto, la mejor estimación de $\Delta\alpha$ es el valor nulo aun cuando su valor real pudiera oscilar en el intervalo $\pm \Delta\alpha_{\text{máx}}$.



Suponiendo que en dicho intervalo $\Delta\alpha$ se distribuyera uniformemente, su incertidumbre típica sería:

$$u(\Delta\alpha) = \frac{\Delta\alpha_{\text{máx}}}{\sqrt{3}}$$

Como estimación de α se tomará el valor usual del coeficiente de dilatación del acero: $11,5 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ (ver, por ejemplo, ref. [8]). Su incertidumbre típica se estimará como $u(\alpha) = 0,5 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

Si la temperatura de la sala donde se realiza la calibración puede garantizarse que se encuentra en el intervalo $20 \text{ }^\circ\text{C} \pm \Delta T_{\text{máx}}$ y se admite que el comparador se encuentra, aproximadamente, en equilibrio térmico con el ambiente, entonces la mejor estimación para T es $20 \text{ }^\circ\text{C}$ y su incertidumbre típica (aceptando distribución uniforme en el intervalo $20 \text{ }^\circ\text{C} \pm \Delta T_{\text{máx}}$):

$$u(T) = \frac{\Delta T_{\text{máx}}}{\sqrt{3}}$$

En cuanto a la diferencia de temperaturas ΔT entre la referencia y el comparador, se estimará que $\Delta T = 0$ puesto que se acepta que ambos se encuentran en equilibrio térmico con el ambiente. En cuanto a su incertidumbre se realizará la siguiente suposición:

- La diferencia máxima entre referencia y comparador se aceptará que sea igual a $2\Delta T_{\text{máx}}$.
- Se aceptará como más probable $\Delta T = 0$ frente a $\Delta T = \pm 2\Delta T_{\text{máx}}$ puesto que como se ha comentado antes, referencia y comparador se encuentran en equilibrio térmico con el ambiente.

- c) Por estas razones se aceptará que ΔT posee una función de densidad de probabilidad triangular, con su máximo en $\Delta T = 0$ y sus extremos en $\Delta T = \pm 2\Delta T_{\text{máx}}$

En las condiciones anteriores, la incertidumbre típica de ΔT es:

$$u(\Delta T) = \frac{(2\Delta T_{\text{máx}})}{\sqrt{6}}$$

Por tanto, la mejor estimación de c_T es:

$$c_T = [(\alpha + 0) \cdot (20^\circ\text{C} + 0 - 20^\circ\text{C}) - \alpha(20^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C})] \cdot x_i = 0$$

Es decir, en la práctica no es necesario aplicar corrección alguna (la corrección es nula). Los coeficientes de sensibilidad de α , $\Delta\alpha$, T y ΔT en c_T son:

$$\frac{\partial c_T}{\partial T} = 0, \quad \frac{\partial c_T}{\partial \alpha} = 0, \quad \frac{\partial c_T}{\partial \Delta T} = \alpha \cdot x_i, \quad \frac{\partial c_T}{\partial \Delta\alpha} = 0$$

Consiguientemente, la incertidumbre de c_T es:

$$u(c_T) = \alpha \cdot \frac{2\Delta T_{\text{máx}}}{\sqrt{6}} \cdot x_i$$

Recordando los requerimientos en temperatura incluidos en el apartado 5.3.2 se obtendrían los siguientes resultados:

División de Escala E (mm)	Intervalo de temperatura	$u(c_T)$
$E \geq 0,001$ mm	(20 ± 3) °C	$2,8 \times 10^{-5} \cdot x_i$
$0,0001$ mm < E < 0,001 mm	(20 ± 2) °C	$1,9 \times 10^{-5} \cdot x_i$
$E = 0,0001$ mm	(20 ± 1) °C	$9,4 \times 10^{-6} \cdot x_i$

Tabla 12

Los grados de libertad de estas estimaciones de $u(c_T)$ pueden considerarse infinitos.

6.1.6 Balance de incertidumbres: la información generada en los apartados 6.1.1 a 6.1.5 puede resumirse en el balance de incertidumbres que se presenta en la tabla 13. De acuerdo con dicho balance, la incertidumbre combinada $u(c_i)$ de la corrección de calibración c_i , correspondiente al punto de calibración i , es la siguiente:

$$u(c_i) = \sqrt{u^2(r_i) + x_i^2 \cdot \left[\frac{(1 - \cos \theta_{\max})^2}{3} + \frac{(2\Delta T_{\max} \cdot \alpha)^2}{6} \right] + \frac{E^2}{12} + \frac{2}{n} \cdot s_R^2}$$

Los grados de libertad de la estimación anterior se obtienen aplicando la ecuación de Welch-Satterthwaite:

$$\nu(c_i) = \frac{u^4(c_i)}{\sum (u_k^4/\nu_k)} = \frac{u^4(c_i)}{\frac{u^4(r_i)}{\nu(r_i)} + \frac{4}{n^2} \cdot \frac{s_R^4}{\nu_R}}$$

En general, se darán las condiciones descritas en el apartado 5.2 de la Guía CEA-ENAC-LC/02 [4] para la aplicación práctica del Teorema Central del Límite:



- ❑ tres o más componentes de la incertidumbre poseen funciones de distribución “razonables” (por ejemplo, distribuciones normales, uniformes, triangulares, etc...).
- ❑ dichas componentes contribuyen de forma mayoritaria a la incertidumbre combinada.
- ❑ además, poseen contribuciones (pesos) similares.

razón por la cual podrá aceptarse que c_i posee una función de distribución normal.

Asimismo, en la mayoría de los casos, los grados de libertad $\nu(c_i)$ suelen ser elevados. Así pues, podrá aceptarse que la estimación $u(c_i)$ de la incertidumbre es suficientemente “fiable” y, por tanto, podrá utilizarse un coeficiente de recubrimiento $k = 2$ para la obtención de la incertidumbre expandida $U(c_i)$. En estas condiciones, el intervalo de incertidumbre obtenido se corresponde, muy aproximadamente, con un intervalo de confianza del 95 %.

El valor obtenido para la incertidumbre expandida $U(c_i)$ siempre se redondeará, por exceso, a la división de escala del instrumento.



Magnitud de entrada	Incertidumbre típica	Función de distribución	Coefficiente de sensibilidad	Contribución a la Incertidumbre	Grados de Libertad
z_k	$u(z_k)$		$\gamma_k = \frac{\partial c_i}{\partial z_k}$	$u_k = \gamma_k \cdot u(z_k)$	ν_k
Referencia	$u(r_i)$	normal	1	$u(r_i)$	$\nu(r_i)$
División de Escala	$\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{E}{2}$	uniforme	1	$\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{E}{2}$	∞
Repetibilidad	S_R	normal	$\sqrt{\frac{2}{n}}$	$\sqrt{\frac{2}{n}} \cdot S_R$	ν_R
Alineamiento	$\frac{1 - \cos \theta_{\max}}{\sqrt{3}} \cdot x_i$	procede de una F.D. uniforme (1)	1	$\frac{1 - \cos \theta_{\max}}{\sqrt{3}} \cdot x_i$	∞
Dilatación Diferencial	$\frac{2\Delta T_{\max}}{\sqrt{6}}$	triangular (2)	$\alpha \cdot x_i$	$\frac{2\Delta T_{\max}}{\sqrt{6}} \cdot \alpha \cdot x_{0i}$	∞
Incertidumbre Combinada $u(c_i)$				$u(c_i) = \sqrt{\sum u_k^2}$	
Grados de Libertad $\nu(c_i)$				$\nu(c_i) = u^4(c_i) / \sum (u_k^4 / \nu_k)$	
Incertidumbre Expandida $U(c_i)$				$U(c_i) = k \cdot u(c_i)$	

(1) véase apartado 6.1.1.4 y Anexo 8.3.

(2) véase apartado 6.1.5

Tabla 13

6.2 Interpretación de resultados

La corrección c_i obtenida en apartados anteriores para el punto de calibración i es el valor que debería adicionarse a las lecturas ℓ del comparador cuando éste esté trabajando en un entorno del punto de calibración i , para obtener así la lectura corregida $y = \ell + c_i$



Cada corrección c_i lleva asociada una incertidumbre de calibración $U(c_i)$, obtenida según el procedimiento descrito en el apartado 6.1.

Es habitual asignar tolerancias a algunos de los parámetros metroológicos determinados (básicamente las correcciones c_i), con el fin de determinar la aptitud o no del instrumento para realización de diversas labores metroológicas, o con el fin de facilitar la decisión de cuándo debe ser reparado o dado de baja. La declaración de conformidad con dichas especificaciones deberá realizarse teniendo en cuenta las incertidumbres de las correcciones de calibración c_i .

Aún cuando la fijación del periodo de recalibración es siempre responsabilidad del usuario del instrumento, en la tabla 14 se incluyen algunos valores orientativos en función de la división de escala del instrumento:

División de Escala E (mm)	Periodo de recalibración recomendado
$E \geq 0,001$ mm	6 a 24 meses
$E < 0,001$ mm	6 a 12 meses

Tabla 14

Estos valores son válidos para un uso normal del comparador en una sala de metrología. Si el comparador va a soportar una carga de trabajo elevada o va a ser utilizado en entornos de trabajo más agresivos, (por ejemplo, en un taller o en una planta de fabricación), es conveniente reducir su periodo de recalibración incluso por debajo de los valores mínimos indicados en la tabla 14.



7. REFERENCIAS

- [1] Procedimiento para la elaboración de procedimientos de calibración. Grupo de Trabajo MINER-CEM. Ed. 2, Tres Cantos, Madrid. Año 2000.
- [2] Vocabulario Internacional de Metrología. Conceptos fundamentales y generales y términos asociados. 3ª ed. en español (traducción de 3ª ed. en inglés), Centro Español de Metrología, 2009, NIPO 706-09-001-0.
- [3] Evaluación de datos de medición. Guía para la expresión de la incertidumbre de medida., 3ª ed. en español (traducción de 1ª ed. 2008 en inglés), Centro Español de Metrología, 2009, NIPO: 706-09-002-6.
- [4] CEA-ENAC-LC/02, Expresión de la incertidumbre de medida en las calibraciones, 22 págs., Rev. 1, Enero 98.
- [5] Clasificación de Instrumentos de Metrología Dimensional. 1ª ed. Centro Español de Metrología, 2005, NIPO: 165-02-003-4.
- [6] Proceso de Calibración D-006 para Comparadores Mecánicos D-03.01. MINER. Dirección General de Innovación Industrial y Tecnología. Sistema de Calibración Industrial (SCI). 2ª Edición. Enero 1993.
- [7] UNE – 82-310:1985. Comparadores de cuadrante.
- [8] UNE-EN ISO 3650:2000. Especificación geométrica de productos (GPS) – Patrones de longitud – Bloques patrón (ISO 3650:1998).
- [9] UNE – 82309-1:1999. Mesas de Planitud. Parte 1: Acero Fundido (equivalente a ISO 8512 –1:1990).
- [10] UNE – 82309-2:1997. Mesas de Planitud. Parte 2: Granito (equivalente a ISO 8512 – 2:1990).



8. ANEXOS

8.1. Ejemplo numérico (calibración con bloques patrón)

Se ha procedido a la calibración de un comparador con $E = 0,01$ mm y campo de medida $C = (0 - 10)$ mm, con bloques patrón de calidad 1, para lo cual se han elegido los bloques patrón longitudinales cuyos nominales, correcciones de calibración e incertidumbres de calibración se incluyen a continuación (véase también apartado 8.3.5):

Nominal	Corrección	Incertidumbre ($k=2$)
1 mm	-0,12 μm	0,07 μm
1,5 mm	-0,13 μm	0,07 μm
2 mm	-0,11 μm	0,07 μm
3 mm	+0,03 μm	0,07 μm
4 mm	+0,02 μm	0,07 μm
5 mm	-0,06 μm	0,07 μm
6 mm	-0,13 μm	0,07 μm
7 mm	-0,09 μm	0,07 μm
8 mm	-0,20 μm	0,07 μm
9 mm	-0,13 μm	0,07 μm
10 mm	-0,13 μm	0,07 μm

Tabla 15

Puede comprobarse que se verifica lo especificado en el párrafo 5.6.2 acerca de la diferencia de longitudes entre los bloques de mayor y menor longitud y el espaciado de los nominales intermedios. Asimismo se comprueba que $A \leq 1000 \cdot E$, verificándose por tanto la recomendación del apartado 6.1.4 para procedimientos de calibración que involucren alineamientos visuales.

Obsérvese que, aún cuando se aplicaran las correcciones de calibración de los bloques patrón, su efecto no se haría notar en los resultados, puesto que al redondear a la división de escala del comparador (incluso si se mantuviera la cifra correspondiente a la milésima de milímetro el resultado sería el mismo) su contribución



desaparece. Por tanto, se considerará que se han aplicado las correcciones de calibración aun cuando en la práctica diaria estas realmente no se apliquen.

8.1.1 Toma de datos:

De acuerdo con lo descrito en los apartados 5.8.1, 5.8.2 y 5.8.3 se han obtenido los conjuntos de datos incluidos en la tabla 16.

Desplazamientos ascendentes				
Pto. de calibración	Longitud del bloque	Lecturas del comparador	Diferencias $\Delta x_i = x_{0i} - x_i$	Correcciones $c_i = \Delta x_i - \Delta \bar{x}$
1	$x_{0,1} = 1 \text{ mm}$	$x_1 = -0,02 \text{ mm}$	$\Delta x_1 = +1,02 \text{ mm}$	$c_1 = 0,00 \text{ mm}$
2	$x_{0,2} = 1,5 \text{ mm}$	$x_2 = 0,48 \text{ mm}$	$\Delta x_2 = +1,02 \text{ mm}$	$c_2 = 0,00 \text{ mm}$
3	$x_{0,3} = 2 \text{ mm}$	$x_3 = 0,98 \text{ mm}$	$\Delta x_3 = +1,02 \text{ mm}$	$c_3 = 0,00 \text{ mm}$
4	$x_{0,4} = 3 \text{ mm}$	$x_4 = 1,98 \text{ mm}$	$\Delta x_4 = +1,02 \text{ mm}$	$c_4 = 0,00 \text{ mm}$
5	$x_{0,5} = 4 \text{ mm}$	$x_5 = 2,97 \text{ mm}$	$\Delta x_5 = +1,03 \text{ mm}$	$c_5 = +0,01 \text{ mm}$
6	$x_{0,6} = 5 \text{ mm}$	$x_6 = 3,97 \text{ mm}$	$\Delta x_6 = +1,03 \text{ mm}$	$c_6 = +0,01 \text{ mm}$
7	$x_{0,7} = 6 \text{ mm}$	$x_7 = 4,97 \text{ mm}$	$\Delta x_7 = +1,03 \text{ mm}$	$c_7 = +0,01 \text{ mm}$
8	$x_{0,8} = 7 \text{ mm}$	$x_8 = 5,98 \text{ mm}$	$\Delta x_8 = +1,02 \text{ mm}$	$c_8 = 0,00 \text{ mm}$
9	$x_{0,9} = 8 \text{ mm}$	$x_9 = 6,98 \text{ mm}$	$\Delta x_9 = +1,02 \text{ mm}$	$c_9 = 0,00 \text{ mm}$
10	$x_{0,10} = 9 \text{ mm}$	$x_{10} = 7,98 \text{ mm}$	$\Delta x_{10} = +1,02 \text{ mm}$	$c_{10} = 0,00 \text{ mm}$
11	$x_{0,11} = 10 \text{ mm}$	$x_{11} = 8,99 \text{ mm}$	$\Delta x_{11} = +1,01 \text{ mm}$	$c_{11} = -0,01 \text{ mm}$

Desplazamientos descendentes				
Pto. de calibración	Longitud del bloque	Lecturas del comparador	Diferencias $\Delta x_i = x_{0i} - x_i$	Correcciones $C_i = \Delta x_i - \Delta \bar{x}$
12	$x_{0,12} = 10$ mm	$x_{12} = 8,98$ mm	$\Delta x_{12} = +1,02$ mm	$C_{17} = 0,00$ mm
13	$x_{0,13} = 9$ mm	$x_{13} = 7,98$ mm	$\Delta x_{13} = +1,02$ mm	$C_{13} = 0,00$ mm
14	$x_{0,14} = 8$ mm	$x_{14} = 6,98$ mm	$\Delta x_{14} = +1,02$ mm	$C_{14} = 0,00$ mm
15	$x_{0,15} = 7$ mm	$x_{15} = 5,98$ mm	$\Delta x_{15} = +1,02$ mm	$C_{15} = 0,00$ mm
16	$x_{0,16} = 6$ mm	$x_{16} = 4,97$ mm	$\Delta x_{16} = +1,03$ mm	$C_{16} = +0,01$ mm
17	$x_{0,17} = 5$ mm	$x_{17} = 3,97$ mm	$\Delta x_{17} = +1,03$ mm	$C_{17} = +0,01$ mm
18	$x_{0,18} = 4$ mm	$x_{18} = 2,97$ mm	$\Delta x_{18} = +1,03$ mm	$C_{18} = +0,01$ mm
19	$x_{0,19} = 3$ mm	$x_{19} = 1,97$ mm	$\Delta x_{19} = +1,03$ mm	$C_{19} = +0,01$ mm
20	$x_{0,20} = 2$ mm	$x_{20} = 0,97$ mm	$\Delta x_{20} = +1,03$ mm	$C_{20} = +0,01$ mm
21	$x_{0,21} = 1,5$ mm	$x_{21} = 0,48$ mm	$\Delta x_{21} = +1,02$ mm	$C_{21} = +0,00$ mm
22	$x_{0,22} = 1$ mm	$x_{22} = -0,22$ mm	$\Delta x_{22} = +1,02$ mm	$C_{22} = +0,00$ mm

Tabla 16

De acuerdo con el apartado 5.8.4 se han obtenido dos series de 6 medidas cada una, una en el bloque de menor longitud (1 mm) y otra en el bloque de mayor longitud (10 mm), obteniéndose las desviaciones típicas $s^{(1)}$ y $s^{(2)}$ de cada una ellas y su valor medio cuadrático s_R :

Repetibilidad	
$x_0 = 1 \text{ mm}$	$x_0 = 10 \text{ mm}$
$x_1^{(1)} = -0,02 \text{ mm}$	$x_1^{(2)} = 8,99 \text{ mm}$
$x_2^{(1)} = -0,02 \text{ mm}$	$x_2^{(2)} = 8,98 \text{ mm}$
$x_3^{(1)} = -0,02 \text{ mm}$	$x_3^{(2)} = 8,98 \text{ mm}$
$x_4^{(1)} = -0,02 \text{ mm}$	$x_4^{(2)} = 8,98 \text{ mm}$
$x_5^{(1)} = -0,02 \text{ mm}$	$x_5^{(2)} = 8,99 \text{ mm}$
$x_6^{(1)} = -0,02 \text{ mm}$	$x_6^{(2)} = 8,99 \text{ mm}$
$s^{(1)} = 0,000 \text{ mm}$	$s^{(2)} = 0,006 \text{ mm}$
$s_R = \sqrt{\frac{[s^{(1)}]^2 + [s^{(2)}]^2}{2}} = 0,004 \text{ mm}$	

Tabla 17

Se ha anotado la temperatura ambiente al comienzo y al final de la calibración, ($T_{\text{comienzo}} = 19,2 \text{ °C}$, $T_{\text{final}} = 19,6 \text{ °C}$) comprobándose que en ambos casos no se superan los límites establecidos ($20 \pm 3 \text{ °C}$, ver tabla 3). Dichas temperaturas han sido proporcionadas por un termómetro de mercurio con división de escala de $0,2 \text{ °C}$ e incertidumbre ($k=2$) de $0,4 \text{ °C}$.

Asimismo se han anotado las lecturas (48 % y 46 %) proporcionadas por un higrómetro electrónico (con incertidumbre ($k=2$) del 5 %), obtenidas también al inicio y al



final de la calibración, comprobándose que se encuentran por debajo del límite máximo especificado para la humedad relativa en el apartado 5.3.

8.1.2 Incertidumbres de las correcciones de calibración:

De acuerdo con el apartado 6.1 las componentes de la incertidumbre y sus respectivos grados de libertad son los siguientes:

- a) Incertidumbre de la referencia: véase apartado 8.3 en general y 8.3.5 en particular.

$$u(r_1) = u(r_{22}) = 0$$

$$u(r_i) = 0,15 \mu\text{m} \text{ (para } i \neq 1 \text{ e } i \neq 22)$$

$$\nu[u(r_i)] = \infty$$

La distribución de r_i será una distribución cuasi-uniforme.

- b) División de escala del comparador:

$$u(c_{DE}) = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{E}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{0,01 \text{ mm}}{2} = 0,003 \text{ mm} , y$$

$$\nu_E = \infty$$

- c) Repetibilidad:

$$\sqrt{\frac{2}{n}} \cdot s_R = \sqrt{\frac{2}{1}} \cdot 0,004 \text{ mm} = 0,006 \text{ mm} , y$$

$$\nu_R = 2 \times 6 - 2 = 10$$

- d) Alineamiento:

$$u(c_A) = \frac{1 - \cos \theta_{\text{máx.}}}{\sqrt{3}} \cdot x_i = \frac{1 - \cos 2^\circ}{\sqrt{3}} \cdot x_i = 3,5 \times 10^{-4} \cdot x_i \text{ y}$$

$$v_A = \infty$$

e) Dilatación diferencial (ver tabla 12 para $E \geq 0,001 \text{ mm}$):

$$u(c_T) = 2,8 \times 10^{-5} \cdot x_i \text{ y } v_T = \infty$$

El balance de incertidumbres que permite obtener las incertidumbres combinadas $u(c_i)$ de las correcciones c_i se presenta en la tabla 18.

Los grados de libertad de $u(c_i)$ se pueden obtener de acuerdo con la expresión:

$$\begin{aligned} v(c_i) &= \frac{u^4(c_i)}{\sum (u_k^4/v_k)} = \frac{u^4(c_i)}{\frac{u^4(r_i)}{v(r_i)} + \frac{4}{n^2} \cdot \frac{s_R^4}{v_R}} = \frac{u^4(c_i)}{0 + \frac{4}{1} \cdot \frac{s_R^4}{v_R}} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{u(c_i)}{s_R} \right)^4 \cdot v_R = \\ &= \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{u(c_i)}{4 \mu\text{m}} \right)^4 \cdot 10 > \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{7 \mu\text{m}}{4 \mu\text{m}} \right)^4 \cdot 10 = 23 \end{aligned}$$

Nótese que el número de grados de libertad de $u(c_i)$ es suficientemente alto como para considerar “fiable”, en el sentido de la Guía CEA-ENAC-LC/02 (ref. [4]), la estimación anterior.

Se observa, en este caso, que la contribución debida a la repetibilidad es dominante. Sin embargo, dado que para ésta última se ha supuesto una distribución normal, podremos aceptar que la distribución de las c_i sea también muy cercana a una distribución normal.



Por tanto, en las condiciones anteriores se puede utilizar un coeficiente de recubrimiento $k = 2$ para la obtención de la incertidumbre expandida $U(c_i) = k \cdot u(c_i)$, lo que conduciría a un intervalo de confianza prácticamente equivalente a un 95 %.

Las correcciones obtenidas junto con sus incertidumbres pueden presentarse de forma conjunta, tal y como se muestra en la tabla 19. Nótese que en esta tabla las incertidumbres, de acuerdo con el párrafo 6.1.6, se han redondeado por exceso a la división de escala del comparador.

Magnitud de Influencia	Incertidumbre Típica	Función de Distribución	Coefficiente de Sensibilidad	Contribución a la Incertidumbre	g.d.i.
Referencia	$u(r_1) = u(u_{2N}) = 0$ $u(r_2) = 0,15 \mu\text{m}$ (°)	Cuasi - uniforme	1	0,05 μm	∞
División de Escala	$u(C_{DE}) = 0,003 \text{ mm}$	Uniforme	1	0,003 mm	∞
Repetibilidad	$S_R = 0,004 \text{ mm}$	Normal	$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{n}}$	0,006 mm	10
Alineamiento	$u(C_A) = 3,5 \times 10^{-4} \cdot x_i$	Uniforme	1	$3,5 \times 10^{-4} \cdot x_i$	∞
Dilatación Diferencial	$u(C_T) = 2,8 \times 10^{-5} \cdot x_i$	Triangular	1 (°)	$2,8 \times 10^{-5} \cdot x_i$	∞
Incertidumbre Combinada $u(C_1) = \sqrt{\sum u_k^2} = \sqrt{(0,007 \text{ mm})^2 + (3,5 \times 10^{-4} \cdot x_1)^2} < 0,007 \text{ mm} + 9 \times 10^{-5} \cdot x_1$ (°)					
Grados de Libertad					
$v(C_1) > 23$					
Incertidumbre Expandida $U(C_1) = k \cdot u(C_1) = 2 \cdot \sqrt{(0,007 \text{ mm})^2 + (3,5 \times 10^{-4} \cdot x_1)^2} < 0,014 \text{ mm} + 18 \times 10^{-5} \cdot x_1$ (°)					

(1) El valor proporcionado por la tabla 12 es directamente la contribución a la incertidumbre de la dilatación diferencial (ya se ha multiplicado por el coeficiente de sensibilidad $\alpha \cdot x_i$ incluido en el balance de incertidumbres de la tabla 13). Por ello el coeficiente de sensibilidad es 1.

(2) Puede demostrarse fácilmente que la curva de incertidumbre $u = f_1(x) = \sqrt{a^2 + b^2 \cdot x^2}$ definida en el intervalo $[x_1, x_N]$ se encuentra siempre por debajo de la recta $u' = f_2(x) = f_1(x_1) + [f_1(x_N) - f_1(x_1)] / (x_N - x_1) \cdot (x - x_1)$.

(3) Para $i \neq 1$ e $i \neq 2N$.

Tabla 18.

Nominal (mm)	Correcciones c_i (mm)	Incertidumbres $U(c_i)$ ($k = 2$) (mm)
Desplazamientos ascendentes		
1 mm	0,00 mm	0,02 mm
1,5 mm	0,00 mm	0,02 mm
2 mm	0,00 mm	0,02 mm
3 mm	0,00 mm	0,02 mm
4 mm	+0,01 mm	0,02 mm
5 mm	+0,01 mm	0,02 mm
6 mm	+0,01 mm	0,02 mm
7 mm	0,00 mm	0,02 mm
8 mm	0,00 mm	0,02 mm
8 mm	0,00 mm	0,02 mm
10 mm	-0,01 mm	0,02 mm
Desplazamientos descendentes		
10 mm	0,00 mm	0,02 mm
9 mm	0,00 mm	0,02 mm
8 mm	0,00 mm	0,02 mm
7 mm	0,00 mm	0,02 mm
6 mm	+0,01 mm	0,02 mm
5 mm	+0,01 mm	0,02 mm
4 mm	+0,01 mm	0,02 mm
3 mm	+0,01 mm	0,02 mm
2 mm	+0,01 mm	0,02 mm
1,5 mm	0,00 mm	0,02 mm
1 mm	0,00 mm	0,02 mm

Tabla 19

8.2. Ejemplo numérico (calibración con banco)

Se ha procedido a la calibración de un comparador mecánico de división de escala $E = 0,0005$ mm y campo de medida $C = (0 \div 5)$ mm en un banco de calibración de comparadores con división de escala $E_0 = 0,0001$ mm y campo de medida $C_0 = (0 \div 5)$ mm (véase apartado 8.4).



Obsérvese que la relación alcance-división de escala es $A/E = 10\ 000$, comprobándose que se cumple lo especificado en el apartado 2. Nótese que debido a que dicha relación supera el valor límite de 1000 no puede llevarse a cabo la calibración con bloques patrón longitudinales, debido a la posible presencia de errores de coseno importantes (véase apartado 6.1.4).

8.2.1 Toma de datos:

De acuerdo a lo descrito en el apartado 5.9 se han obtenido $n=3$ series de medidas que incluyen, cada una de ellas, $N=11$ medidas en $N=11$ puntos de calibración para los desplazamientos ascendentes y otras tantas para los desplazamientos descendentes. Los resultados obtenidos se presentan en la tabla 21 en un formato equivalente al presentado en las tablas 8 y 10.

Se ha anotado la temperatura ambiente al comienzo y al final de la calibración ($T_{\text{comienzo}} = 20,1\text{ °C}$, $T_{\text{final}} = 19,5\text{ °C}$) comprobándose que en ambos casos no se superan los límites establecidos ($20 \pm 2\text{ °C}$, ver tabla 3). Dichas temperaturas han sido proporcionadas por un termómetro de mercurio con división de escala de $0,2\text{ °C}$ e incertidumbre ($k=2$) de $0,4\text{ °C}$.

Asimismo se han anotado las lecturas (46 % y 54 %) proporcionadas por un higrómetro electrónico (con incertidumbre ($k=2$) del 5 %) obtenidas también al inicio y al final de la calibración, comprobándose que se encuentran por debajo del límite máximo especificado para la humedad relativa en el apartado 5.3.



Punto de calibración	Lecturas banco x_{0ij} (mm)			Lecturas comparador x_{ij} (mm)		
Desplazamientos ascendentes						
1	0,0005	0,0013	0,0001	0,0000	0,0010	0,0000
2	0,5017	0,5006	0,4993	0,5010	0,5005	0,4995
3	1,0010	1,0003	0,9998	1,0005	1,0000	0,9995
4	1,5005	1,5027	1,5008	1,5005	1,5015	1,5005
5	2,0021	2,0009	2,0013	2,0010	2,0000	2,0000
6	2,5011	2,5002	2,5014	2,5005	2,4995	2,5000
7	3,0009	3,0021	3,0027	3,0000	3,0005	3,0005
8	3,5011	3,5011	3,5015	3,5005	3,5005	3,5000
9	4,0011	4,0025	4,0023	4,0005	4,0005	4,0005
10	4,5012	4,5004	4,5008	4,5005	4,4995	4,4995
11	5,0014	5,0013	5,0016	5,0000	5,0000	5,0005
Desplazamientos descendentes						
12	5,0013	5,0011	5,0014	5,0005	5,0000	5,0005
13	4,5017	4,5000	4,5004	4,5010	4,4995	4,5000
14	4,0008	4,0010	4,0011	4,0005	4,0000	4,0000
15	3,5007	3,5009	3,5001	3,5005	3,5005	3,4995
16	2,9993	3,0008	3,0004	2,9995	3,0005	3,0005
17	2,4992	2,5007	2,5005	2,4995	2,5000	2,5005
18	2,0000	1,9991	1,9996	2,0005	1,9995	1,9990
19	1,4997	1,5011	1,5003	1,5000	1,5010	1,5005
20	0,9997	1,0003	1,0001	1,0000	1,0010	1,0005
21	0,4995	0,4993	0,4983	0,5000	0,5005	0,4990
22	0,0005	-0,0002	-0,0005	0,0010	0,0005	0,0005

Tabla 21

A partir de los datos contenidos en la tabla anterior pueden generarse los parámetros de la tabla 22 de acuerdo con las expresiones siguientes:

$$\Delta x_{ij} = x_{0ij} - x_{ij} \qquad \Delta x_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \Delta x_{ij}$$



$$s_i = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (\Delta x_{ij} - \Delta x_i)^2}, \quad s_R = \sqrt{\frac{1}{2N} \sum_{i=1}^{2N} s_i^2}, \quad c_i = \Delta x_i - \Delta x_1$$

Punto de calibración	Diferencias Δx_{ij}			Δx_i	s_i	c_i
Desplazamientos ascendentes						
1	+0,0005	+0,0003	+0,0001	+0,0003	0,0002	0,0000
2	+0,0007	+0,0001	-0,0002	+0,0002	0,0005	-0,0001
3	+0,0005	+0,0003	+0,0003	+0,0004	0,0001	+0,0001
4	+0,0000	+0,0012	+0,0003	+0,0005	0,0006	+0,0002
5	+0,0011	+0,0009	+0,0013	+0,0011	0,0002	+0,0009
6	+0,0006	+0,0007	+0,0014	+0,0009	0,0004	+0,0006
7	+0,0009	+0,0016	+0,0022	+0,0016	0,0007	+0,0013
8	+0,0006	+0,0006	+0,0015	+0,0009	0,0005	+0,0006
9	+0,0006	+0,0020	+0,0018	+0,0015	0,0008	+0,0012
10	+0,0007	+0,0009	+0,0013	+0,0010	0,0003	+0,0007
11	+0,0014	+0,0013	+0,0011	+0,0013	0,0002	+0,0010
Desplazamientos descendentes						
12	+0,0008	+0,0011	+0,0009	+0,0009	0,0002	+0,0006
13	+0,0007	+0,0005	+0,0004	+0,0005	0,0002	+0,0002
14	+0,0003	+0,0010	+0,0011	+0,0008	0,0004	+0,0005
15	+0,0002	+0,0004	+0,0006	+0,0004	0,0002	+0,0001
16	-0,0002	+0,0003	-0,0001	-0,0000	0,0003	-0,0003
17	-0,0003	+0,0007	+0,0000	+0,0001	0,0005	-0,0002
18	-0,0005	-0,0004	+0,0006	-0,0001	0,0006	-0,0004
19	-0,0003	+0,0001	-0,0002	-0,0001	0,0002	-0,0004
20	-0,0003	-0,0007	-0,0004	-0,0005	0,0002	-0,0008
21	-0,0005	-0,0012	-0,0007	-0,0008	0,0004	-0,0011
22	-0,0005	-0,0007	-0,0010	-0,0007	0,0003	-0,0010
					s_R	
					0,00040	

Todos los datos en mm

Tabla 22



8.2.2 Incertidumbres de las correcciones de calibración:

De acuerdo con el apartado 6.1, las componentes de incertidumbre a considerar son las siguientes:

- a) Incertidumbre de la referencia: (ver apartado 8.4 en general y subapartado 8.4.6 en particular):

$$\begin{aligned}u(r_i) &= u(r_{22}) = 0 \\u(r_i) &= 0,000\ 45\ \text{mm} \quad (\text{para } i \neq 1 \text{ e } i \neq 22) \\v[u(r_i)] &= \infty\end{aligned}$$

- b) División de escala del comparador:

$$\begin{aligned}u(c_E) &= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{E}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{0,0005\ \text{mm}}{2} = 0,000\ 14\ \text{mm}, \text{ y} \\v_E &= \infty\end{aligned}$$

- c) Repetibilidad:

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{2}{n}} \cdot s_R &= \sqrt{\frac{2}{3}} \times 0,000\ 40\ \text{mm} = 0,000\ 33\ \text{mm}, \text{ y} \\v_R &= 2N \cdot (n-1) = 2 \times 11 \times (3-1) = 44\end{aligned}$$

- d) Alineamiento: dado que el banco posee un soporte especial para acoplar el comparador, se considerará despreciable esta componente.

- e) Dilatación diferencial (ver tabla 12 para $0,0001\ \text{mm} < E < 0,001\ \text{mm}$):

$$u(c_T) = 1,9 \times 10^{-5} \cdot x_i$$

8.2.3. Balance de incertidumbres

El balance de incertidumbres que permite obtener las incertidumbres combinadas $u(c_i)$ de las correcciones c_i se presenta en la tabla 23.

Los grados de libertad de $u(c_i)$ se pueden obtener de acuerdo con la expresión:

$$\begin{aligned}v(c_i) &= \frac{u^4(c_i)}{\sum (u_k^4/\nu_k)} = \frac{u^4(c_i)}{\frac{u^4(r_i)}{\nu(r_i)} + \frac{4}{n^2} \cdot \frac{s_R^4}{\nu_R}} = \frac{u^4(c_i)}{0 + \frac{4}{n^2} \cdot \frac{s_R^4}{\nu_R}} = \frac{n^2}{4} \cdot \left(\frac{u(c_i)}{s_R} \right)^4 \cdot \nu_R = \\ &= \frac{3^2}{4} \cdot \left(\frac{u(c_i)}{0,40 \mu\text{m}} \right)^4 \cdot 44 > \frac{3^2}{4} \cdot \left(\frac{0,35 \mu\text{m}}{0,40 \mu\text{m}} \right)^4 \cdot 44 = 58\end{aligned}$$

Nótese que el número de grados de libertad de $u(c_i)$ es elevado, por lo que esta incertidumbre típica puede considerarse fiable en el sentido de la Guía CEA-ENAC-LC/02 (ref. [4]).

Asimismo, se puede comprobar que se verifican las condiciones enumeradas en el apartado 5 de la misma Guía CEA-ENAC-LC/02 (ver apartado 6.1.6) que permiten aceptar una función de distribución normal para c_i .

Por tanto, en las condiciones anteriores se puede utilizar un coeficiente de recubrimiento $k = 2$ para la obtención de la incertidumbre expandida $U(c_i) = k \cdot u(c_i)$, lo que conduciría a una incertidumbre con un intervalo de confianza de prácticamente el 95 %.

Las correcciones obtenidas junto con sus incertidumbres expandidas pueden presentarse de forma conjunta tal y como se muestra en la tabla 24. Nótese que en esta tabla las correcciones c_i se han redondeado a la división de escala del comparador.

El valor absoluto de la diferencia entre la corrección antes de redondear y ya redondeada se ha adicionado a la incertidumbre expandida. Posteriormente, el nuevo valor obtenido se ha redondeado por exceso a la división de escala del comparador.

Magnitud de entrada	Incertidumbre típica	Función de Distribución	Coefficiente de Sensibilidad	Contribución a la Incertidumbre	g.d.l.
Referencia	$u(r_1) = u(r_{2N}) = 0$ $u(r_i) = 0,000\ 45$ (°)	Triangular (°)	1	0 ó 0,000 45 mm	∞
División de Escala	$u(c_{DE}) = 0,000\ 14$ mm	Uniforme	1	0,000 14 mm	∞
Repetibilidad	$s_R = 0,000\ 40$ mm	normal	$\sqrt{\frac{2}{3}}$	0,000 33 mm	44
Alineamiento	$s(c_A) \approx 0$	-	-	-	-
Dilatación Diferencial	$u(c_T) = 1,9 \times 10^{-5} \cdot x_i$	triangular	1 (¹)	$1,9 \times 10^{-5} \cdot x_i$	∞
Incertidumbre Combinada					
$u(c_i) = u(c_{N+1}) = \sqrt{\sum u_k^2} = 0,000\ 35$ $u(c_i) = \sqrt{\sum u_k^2} = \sqrt{(0,000\ 58\ \text{mm})^2 + (1,9 \times 10^{-5} \cdot x_i)^2} < 0,000\ 59\ \text{mm}$ (³)					
Grados de Libertad					
$v(c_i) = u^4(c_i) / \sum (u_k^4 / v_k) > 58$					
Incertidumbre Expandida					
$U(c_i) = U(c_{N+1}) = k \cdot u(c_i) = 2 \cdot 0,0035\ \text{mm} = 0,000\ 70\ \text{mm}$ $U(c_i) = k \cdot u(c_i) = 2 \cdot \sqrt{(0,000\ 58\ \text{mm})^2 + (1,9 \times 10^{-5} \cdot x_i)^2} < 0,0012\ \text{mm}$ (³)					

(¹) El valor proporcionado por la tabla 12 es directamente la contribución a la incertidumbre de la dilatación diferencial (ya se ha multiplicado por el coeficiente de sensibilidad $\alpha \cdot x_i$ incluido en el balance de incertidumbres de la tabla 13).

Por ello el coeficiente de sensibilidad es 1.

(²) Véase apartado 8.4.6.

(³) Para $i \neq 1$ e $i \neq 2N$

Tabla 23

Nominal (mm)	Correcciones c_i (mm)	Incertidumbres $U(c_i)$ ($k = 2$) (mm)
Desplazamientos ascendentes		
0,0 mm	0,0000 mm	0,0010 mm
0,5 mm	0,0000 mm	0,0015 mm
1,0 mm	0,0000 mm	0,0015 mm
1,5 mm	0,0000 mm	0,0015 mm
2,0 mm	+0,0010 mm	0,0015 mm
2,5 mm	+0,0005 mm	0,0015 mm
3,0 mm	+0,0015 mm	0,0015 mm
3,5 mm	+0,0005 mm	0,0015 mm
4,0 mm	+0,0010 mm	0,0015 mm
4,5 mm	+0,0005 mm	0,0015 mm
5,0 mm	+0,0010 mm	0,0015 mm
Desplazamientos descendentes		
5,0 mm	+0,0005 mm	0,0015 mm
4,5 mm	+0,0000 mm	0,0015 mm
4,0 mm	+0,0005 mm	0,0015 mm
3,5 mm	0,0000 mm	0,0015 mm
3,0 mm	-0,0005 mm	0,0015 mm
2,5 mm	0,0000 mm	0,0015 mm
2,0 mm	-0,0005 mm	0,0015 mm
1,5 mm	-0,0005 mm	0,0015 mm
1,0 mm	-0,0010 mm	0,0015 mm
0,5 mm	-0,0010 mm	0,0015 mm
0,0 mm	-0,0010 mm	0,0010 mm

Tabla 24

8.3 Incertidumbre asociada a los bloques patrón

En este apartado se estimará la incertidumbre correspondiente al término $r_i = x_{0i} - x_{01}$ que aparece en la “función modelo” del apartado 6.1 cuando se utilizan como referencia bloques patrón longitudinales. Se considerarán explícitamente las siguientes contribuciones a la incertidumbre:



- Incertidumbres de las correcciones de calibración de los bloques patrón.
- Deriva en el tiempo.

La incertidumbre asociada a efectos térmicos sobre los bloques patrón es considerada de manera conjunta en el apartado 6.1.5 (dilatación diferencial) por lo que no se tendrá en cuenta en este apartado.

Lo mismo puede decirse acerca de posibles desviaciones debidas al desalineamiento entre el comparador y los bloques patrón. Esta contribución se ha estimado de forma conjunta en el apartado 6.1.4.

El resto de posibles fuentes de incertidumbre se consideran, o bien despreciables, o bien que han sido aleatorizadas convenientemente y que por tanto su posible contribución se recoge a través de su presencia en la repetibilidad del proceso (apartado 6.1.3). Entre ellas se incluyen implícitamente las asociadas a los defectos de planitud y paralelismo de las caras de medida de los bloques patrón empleados.

8.3.1 "Función modelo"

La "función modelo" (según el apartado 4.1.1 de la Guía ISO-GUM, ref. [3]) correspondiente al término r_i sería:

$$r_i = (x_{0i} + c_{Di}) - (x_{01} + c_{D1})$$

donde c_{Di} representa la corrección por deriva en el tiempo. Se estimará como corrección nula, aún cuando su incertidumbre no lo sea.

Nótese, sin embargo, que para $i = 1$ ("cero ascendente") e $i = 2N$ ("cero descendente") $r_1 = r_{2N} = 0$ y su incertidumbre es también nula.

8.3.2 Incertidumbre asociada a la deriva

De acuerdo con la norma ISO-3650 (ref. [8], apartado 6.2.1) la estabilidad dimensional de los bloques patrón longitudinales debe garantizar que la posible variación de su longitud a lo largo del tiempo no supere los valores recogidos en la tabla 25.

Calidad	Máxima variación de longitud permisible por año
K 0	$\pm (0,02 \mu\text{m} + 0,25 \times 10^{-6} l_n)$
1 2	$\pm (0,05 \mu\text{m} + 0,5 \times 10^{-6} l_n)$
l_n es la longitud nominal del bloque patrón	

Tabla 25

Por tanto, un bloque de longitud x_{0i} y calidad K ó 0, cuyo periodo de recalibración sea t_i años, no debería sufrir una deriva superior a:

$$D_{\text{máx},i} = (0,02 \mu\text{m} \cdot \text{año}^{-1} + 0,25 \times 10^{-6} \text{año}^{-1} \cdot x_{0i}) \cdot t_i$$

Análogamente, si el bloque fuera de calidad 1 ó 2 el límite máximo para la deriva sería:

$$D_{\text{máx},i} = (0,05 \mu\text{m} \cdot \text{año}^{-1} + 0,5 \times 10^{-6} \text{año}^{-1} \cdot x_{0i}) \cdot t_i$$

Con el fin de simplificar al máximo el cálculo y dado que esta contribución a la incertidumbre es muy pequeña, se podrá considerar que la deriva de uno cualquiera de los bloques utilizados se distribuye uniformemente en el intervalo $[-D_{\text{máx}}, +D_{\text{máx}}]$, donde $D_{\text{máx}}$ es el máximo de las derivas permitidas para los bloques implicados en la calibración:

$$D_{\text{máx}} = \text{máx}_i \{ D_{\text{máx},i} \}$$

En estas condiciones la incertidumbre asociada a las correcciones por deriva c_{D_i} sería:

$$u_D = u(c_{D_i}) = \frac{D_{\text{máx}}}{\sqrt{3}}$$

Los grados de libertad ν_D de esta estimación se pueden considerar infinitos.

8.3.3 Incetidumbre asociada a la calibración de los bloques patrón

Es la componente correspondiente a los términos x_{0i} . Ésta podrá obtenerse a partir de la información contenida en el certificado de calibración del juego de bloques utilizado. Así, si para el bloque correspondiente al punto de calibración i , aparece recogido un valor certificado x_{0i} para su longitud con una incertidumbre expandida $U(x_{0i})$ para un coeficiente de recubrimiento k , la incertidumbre típica correspondiente sería:

$$u(x_{0i}) = \frac{U(x_{0i})}{k}$$

Los grados de libertad $\nu[u(x_{0i})]$ correspondientes a la estimación anterior serán infinitos salvo mención en sentido contrario contenida en el certificado de calibración de acuerdo con lo expuesto en los apartados 5.1 y 6.1 de la Guía CEA-ENAC-LC/02 (ref. [4]).

8.3.4 Incertidumbre combinada

A partir de la “función modelo” descrita en 8.3.1, la incertidumbre combinada de r_i sería:

$$u^2(r_i) = u^2(x_{0i}) + u^2(c_{Di}) + u^2(x_{01}) + u^2(c_{D1})$$

La expresión anterior puede escribirse también del siguiente modo:

$$u^2(r_i) = u^2(x_{0i}) + u^2(x_{01}) + 2u_D^2$$

Si, como suele ser usual, para bloques patrón de similar longitud nominal, las incertidumbres contenidas en el certificado de calibración son iguales ($u(x_{0i}) = u_0$), entonces la expresión anterior aún se puede simplificar más:

$$u^2(r_i) = 2u_0^2 + 2u_D^2$$

Los grados de libertad $u(r_i)$ serían:

$$\nu[u(r_i)] = \frac{u^4(r_i)}{\frac{u^4(x_{0i})}{\nu[u(x_{0i})]} + \frac{u^4(x_{01})}{\nu[u(x_{01})]} + \frac{u_D^4}{\nu_D}}$$

Dado que $\nu_D = \infty$ (ver apartado 8.3.2), si además los grados de libertad $\nu[u(x_{0i})]$ son también infinitos (ver apartado 8.3.2), entonces los grados de libertad $\nu[u(r_i)]$ son igualmente infinitos.

8.3.5 Ejemplo

Se han utilizado $N = 11$ bloques patrón de calidad 1 para realizar la calibración de un comparador con $E = 0,01$ mm y campo de medida $C = (0 \div 10)$ mm (véase apartado 8.1).

En la tabla 26 se incluyen las desviaciones certificadas al nominal junto con las correspondientes incertidumbres expandidas, datos todos ellos incluidos en el certificado de calibración del juego de bloques al que pertenecen. En dicho certificado se indica que el coeficiente de recubrimiento utilizado ha sido $k = 2$, no dándose más información al respecto. Por tanto, se aceptará que los grados de libertad de dichas incertidumbres son todos ellos infinitos.

El periodo de recalibración del juego de bloques utilizado es de tres años.

Nominal	Corrección	Incertidumbre ($k=2$)
1 mm	-0,12 μm	0,07 μm
1,5 mm	-0,13 μm	0,07 μm
2 mm	-0,11 μm	0,07 μm
3 mm	+0,03 μm	0,07 μm
4 mm	+0,02 μm	0,07 μm
5 mm	-0,06 μm	0,07 μm
6 mm	-0,13 μm	0,07 μm
7 mm	-0,09 μm	0,07 μm
8 mm	-0,20 μm	0,07 μm
9 mm	-0,13 μm	0,07 μm
10 mm	-0,13 μm	0,07 μm

Tabla 26

Teniendo en cuenta que:

- son bloques de calidad 1

- la máxima longitud nominal de los bloques utilizados es $x_{0,11} = 10 \text{ mm}$
- el periodo de recalibración es de 3 años.

la componente de la incertidumbre asociada a la deriva será, de acuerdo con el apartado 8.3.2:

$$\begin{aligned}u_D = u(c_{Di}) &= \frac{D_{\text{máx}}}{\sqrt{3}} = \frac{(0,05 \mu\text{m} \cdot \text{año}^{-1} + 0,5 \times 10^{-6} \text{año}^{-1} \cdot x_{0,11}) \cdot t_{11}}{\sqrt{3}} = \\&= \frac{(0,05 \mu\text{m} \cdot \text{año}^{-1} + 0,5 \times 10^{-6} \text{año}^{-1} \cdot 10000 \mu\text{m}) \cdot 3 \text{ años}}{\sqrt{3}} = \frac{0,165 \mu\text{m}}{\sqrt{3}} = \\&= 0,10 \mu\text{m}\end{aligned}$$

La incertidumbre típica de calibración será:

$$u(x_{0i}) = \frac{U(x_{0i})}{k} = \frac{0,07 \mu\text{m}}{\sqrt{3}} = 0,04 \mu\text{m}$$

Los grados de libertad de ambas componentes de la incertidumbre se considerarán infinitos:

$$\nu_D = \infty, \quad \nu[u(x_{0i})] = \infty$$

La incertidumbre combinada será (para $i \neq 1$ e $i \neq 2N$, recuérdese que en estos dos casos $u(r_i) = u(r_{2N}) = 0$):

$$u(r_i) = \sqrt{2u_0^2 + 2u_D^2} = \sqrt{2 \cdot (0,04 \mu\text{m})^2 + 2 \cdot (0,10 \mu\text{m})^2} = 0,15 \mu\text{m}$$

y poseerá también infinitos grados de libertad:

$$\nu[u(r_i)] = \infty$$

Dada la preponderancia de la contribución asociada a la deriva, la función de distribución de r_i será relativamente



similar a la distribución uniforme considerada para el efecto de dicha deriva.

8.4 Incertidumbre del banco de calibración de comparadores

En este apartado se estimará la incertidumbre correspondiente al término $r_i = x_{0i} - x_{01}$, que aparece en la “función modelo” del apartado 6.1 cuando se utiliza como referencia un banco de calibración de comparadores. El esquema descrito en este apartado puede ser adaptado de manera relativamente sencilla para el caso en que se utilice una máquina medidora de una coordenada horizontal.

Se considerarán explícitamente las siguientes contribuciones a la incertidumbre:

- Incertidumbres de las correcciones de calibración del banco.
- Deriva en el tiempo del banco.
- Resolución del banco.
- Componente asociada a la aplicación de una corrección global de calibración del banco.

La incertidumbre asociada a efectos térmicos sobre los bloques patrón es considerada de manera conjunta en el apartado 6.1.5, (dilatación diferencial) por lo que no se tendrá en cuenta en este apartado.

La componente asociada al desalineamiento entre comparador y banco es, en general, despreciable y en cualquier caso sería evaluada de forma conjunta de acuerdo con lo descrito en el apartado 6.1.4.

El resto de posibles fuentes de incertidumbre se considera que han sido aleatorizadas convenientemente y que por tanto, su posible contribución se recoge a través de su presencia en la repetibilidad del proceso (apartado 6.1.3). Entre ellas se incluye la propia repetibilidad del banco.

8.4.1 "Función modelo"

La "función modelo" (según el apartado 4.1.1 de la Guía ISO-GUM, ref. [3]) correspondiente al término r_i sería:

$$r_i = (x_{0i} + c_{0i} + c_{Di} + c_{E0i}) - (x_{01} + c_{01} + c_{D1} + c_{E01})$$

donde c_{0i} es la corrección de calibración, c_{Di} la corrección por deriva y c_{E0i} la corrección por división de escala, todas ellas correspondientes al punto de calibración x_{0i} ;

En la práctica, se estimarán como correcciones nulas c_{Di} y c_{E0i} , aun cuando posean incertidumbres no nulas.

Obsérvese que para $i = 1$ ("cero ascendente") y para $i = 2N$ ("cero descendente"), r_1 y r_{2N} toman un valor nulo y poseen también incertidumbre nula.

8.4.2 Modelo de corrección global

Nótese que los puntos en los que se calibra el comparador (x_{0i}), en general no coincidirán con aquellos otros x_{0k} donde fue calibrado el banco. Por tanto, no se conocerán las correcciones c_{0i} . Su estimación a partir del ajuste de una curva de calibración, además de costosa y difícil de aplicar en la práctica, puede plantear dificultades graves a la hora de realizar la estimación de su incertidumbre. Por ello, se recurrirá al procedimiento descrito en el apartado F.2.4.5 de la Guía ISO-GUM (ref. [3]).

Así pues, se utilizará una corrección de calibración constante, denominada "corrección global", que se denotará

por la variable c_G , y que será la media aritmética de las correcciones de calibración c_{0k} obtenidas durante la calibración del banco:

$$c_{0i} \approx c_G = \frac{1}{N_0} \sum_{k=1}^{N_0} c_{0k}$$

donde N_0 es el número de puntos donde fue calibrado el banco. Su incertidumbre se determina a partir de la media cuadrática de las incertidumbres de las c_{0k} :

$$u_G = u(c_G) = \sqrt{\frac{1}{N_0} \sum_{k=1}^{N_0} u^2(c_{0k})}$$

La obtención de las incertidumbres típicas de calibración $u(c_{0k})$ se realizará a partir de los valores incluidos en el certificado de calibración del banco. Así, si para el punto de calibración k , aparece recogida una corrección de calibración c_{0k} con una incertidumbre expandida $U(c_{0k})$ para un coeficiente de recubrimiento k , la incertidumbre típica correspondiente sería:

$$u(c_{0k}) = \frac{U(c_{0k})}{k}$$

c_G realiza el papel de las correcciones de calibración c_{0i} desconocidas; sin embargo, el uso de una única c_G supone que las c_{0i} fueran todas iguales; es decir, aceptar que las correcciones $c_{1Ei} = c_{0i} - c_G$ fueran todas nulas. Esta situación, en general, no es cierta. Por tanto, dicha simplificación debe traducirse en un incremento de la

incertidumbre que, de acuerdo con el apartado F.2.4.5 de la Guía ISO-GUM (ref. [3]), sería equivalente a incluir la siguiente nueva componente:

$$u_{IE} = \sqrt{\frac{1}{N_0 - 1} \sum_{k=1}^{N_0} (c_{0k} - c_G)^2}$$

A esta componente, que de alguna manera mide la dispersión de las c_{0k} alrededor de su valor medio c_G se la denominará “irregularidad de la escala”.

La incertidumbre total de las c_{0i} , cuando éstas se estiman a través de la corrección global c_G , será la suma cuadrática de u_G y u_{IE} :

$$u(c_{0i}) = \sqrt{u_G^2 + u_{IE}^2}$$

Nótese que la estimación de la diferencia $c_{0i} - c_{01}$ es una corrección nula cuando se trabaja con el modelo de “corrección global”. Por tanto, en la práctica diaria, la aplicación de dicho modelo es equivalente a no aplicar corrección de calibración alguna.

Los grados de libertad de u_G son:

$$\nu_G = \nu(u_G) = \frac{u_G^4}{\sum_{k=1}^{N_0} \frac{u^4(c_{0k})}{\nu[u(c_{0k})]}}$$

donde $\nu[u(c_{0k})]$ representa los grados de libertad de la incertidumbre típica $u(c_{0k})$ o de la incertidumbre expandida $U(c_{0k})$.

Sin embargo, habitualmente, los grados de libertad $\nu[u(c_{0k})]$ son infinitos. En efecto, si en el correspondiente certificado de calibración no se dice nada al respecto, debe asumirse que la estimación de la incertidumbre $U(c_{0k})$ es suficientemente “fiable” y por tanto lleva asociado un número de grados de libertad infinito (ver apartados 5.1 y 6.1 de la Guía CEA-ENAC-LC/02, ref. [4]). Por tanto, en estas condiciones los grados de libertad de u_G son también infinitos.

Por su parte, los grados de libertad de u_{IE} son $\nu_{IE} = \nu(u_{IE}) = N_0 - 1$.

8.4.3 Incertidumbre asociada a la deriva

Se supondrá que el banco calibrador de comparadores posee una tolerancia, bien fijada por el fabricante o bien fijada por el propio usuario, que limita la deriva del comparador entre dos calibraciones sucesivas. Es decir, si $c_{0k}^{(p-1)}$ y $c_{0k}^{(p)}$ son las correcciones de calibración obtenidas para el punto de calibración x_{0k} en dos calibraciones sucesivas $p-1$ y p , entonces deberá verificarse, para todos los puntos de calibración, lo siguiente:

$$\left| c_{0k}^{(p)} - c_{0k}^{(p-1)} \right| \leq D_{\text{máx}}$$

Si el instrumento no verifica la especificación anterior, debería ser dado de baja, o bien, sometido a un estudio que



determine la causa de su inestabilidad temporal con el fin de corregirla.

Si el instrumento verifica la especificación anterior podrá aceptarse que la componente de la incertidumbre asociada a la deriva es la siguiente:

$$u(c_{D_i}) = u(c_{D_1}) = u_D = \frac{D_{\text{máx}}}{\sqrt{3}}$$

donde se ha aceptado que las correcciones asociadas a la deriva se distribuyen uniformemente en el intervalo $[-D_{\text{máx}}, +D_{\text{máx}}]$.

Los grados de libertad ν_D se pueden considerar infinitos.

8.4.4 Incertidumbre asociada a la división de escala del banco

Análogamente a lo comentado en el apartado 6.1.2 para el comparador, la división de escala E_0 del banco haría necesario introducir una corrección c_{E_0} que compensara la desviación que este hecho introduce. Se aceptará que c_{E_0} se distribuye uniformemente entre los valores límite $-\frac{1}{2}E_0$ y $+\frac{1}{2}E_0$. Por tanto, el valor medio de c_{E_0} es nulo y su incertidumbre típica sería:

$$u(c_{E_0}) = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{E_0}{2}$$

Los grados de libertad ν_{E_0} de esta estimación se pueden considerar infinitos.

8.4.5 Incertidumbre combinada

A partir de la “función modelo” descrita en 8.4.1, la incertidumbre combinada de r_i sería (para $i \neq 1$ e $i \neq 2N$, recuérdese que en estos dos casos $u(r_1) = u(r_{2N}) = 0$):

$$u^2(r_i) = u^2(c_{0i}) + u^2(c_{Di}) + u^2(c_{E0i}) + u^2(c_{01}) + u^2(c_{D1}) + u^2(c_{E01})$$

Nótese que no se ha incluido la repetibilidad del banco (componentes $u^2(x_{0i})$ y $u^2(x_{01})$), puesto que su contribución aparece de forma conjunta a través de la repetibilidad del proceso (ver apartado 6.1.3). La expresión anterior puede escribirse también del siguiente modo:

$$u^2(r_i) = 2 \cdot \left[u_G^2 + u_{IE}^2 + u_D^2 + u_{E0}^2 \right]$$

Los grados de libertad de $u(r_i)$ serían:

$$\nu[u(r_i)] = \frac{u^4(r_i)}{\frac{u_G^4}{\nu_G} + \frac{u_{IE}^4}{\nu_{IE}}}$$

Si los grados de libertad de u_G son infinitos (ver apartado 8.4.2) entonces la expresión anterior puede simplificarse;

$$\nu[u(r_i)] = \left(\frac{u(r_i)}{u_{IE}} \right)^4 \nu_{IE} = \left(\frac{u(r_i)}{u_{IE}} \right)^4 \cdot (N_0 - 1)$$

Nótese que siempre se verifica que $u(r_i) > u_{IE}$. Por tanto, el cociente $u(r_i)/u_{IE}$ es superior a la unidad y su cuarta potencia será, muy probablemente, mucho mayor que uno. Por tanto, los grados de libertad de $u(r_i)$ serán, en general,

elevados siendo factible en la mayoría de las ocasiones suponer $v[u(r_i)] = \infty$.

8.4.6 Ejemplo

Se ha utilizado en la calibración de un comparador mecánico un banco calibrador con división de escala $E_0=0,0001$ mm y campo de medida $C_0 = (0 \div 5)$ mm (el mismo del ejemplo 8.2). Los resultados de su última calibración aparecen en la siguiente tabla:

	Punto de Calibración	Corrección	Incertidumbre
k	x_{0k}	c_{0k}	$U(c_{0k})$
1	0,0000 mm	0,0000 mm	0,0001 mm
2	0,1000 mm	- 0,0001 mm	0,0001 mm
3	0,2000 mm	+ 0,0001 mm	0,0001 mm
4	0,4000 mm	0,0000 mm	0,0001 mm
5	0,8000 mm	0,0000 mm	0,0001 mm
6	1,2000 mm	+ 0,0001 mm	0,0001 mm
7	1,6000 mm	-0,0001 mm	0,0001 mm
8	2,0000 mm	-0,0001 mm	0,0002 mm
9	3,0000 mm	-0,0002 mm	0,0002 mm
10	4,0000 mm	-0,0001 mm	0,0002 mm
11	5,0000 mm	-0,0002 mm	0,0002 mm

Tabla 27

Las incertidumbres, según consta en el certificado de calibración, son incertidumbres expandidas correspondientes a un coeficiente de recubrimiento $k = 2$, equivalente aproximadamente a un intervalo de confianza del 95 %.

Además, para dicho instrumento se ha establecido un intervalo de tolerancia igual a $\pm 0,0005$ mm en lo que respecta a las derivas entre calibraciones, habiéndose



comprobado que en las últimas 4 calibraciones dicha especificación siempre se ha cumplido.

Las distintas componentes de la incertidumbre resultan ser en este caso:

$$u_G = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N_0} [U(c_{0k})/k]^2}{N_0}} = 0,07 \mu\text{m}$$

$$c_G = \frac{1}{N_0} \sum_{k=1}^{N_0} c_{0k} = -0,054 \mu\text{m}$$

$$u_{IE} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N_0} (c_{0k} - c_G)^2}{N_0 - 1}} = 0,10 \mu\text{m}$$

$$u_D = \frac{D_{\text{máx}}}{\sqrt{3}} = \frac{0,5 \mu\text{m}}{\sqrt{3}} = 0,29 \mu\text{m}$$

$$u_E = \frac{E_0}{\sqrt{3}} = \frac{0,1 \mu\text{m}}{\sqrt{3}} = 0,06 \mu\text{m}$$

Por tanto, la incertidumbre típica $u(r_i)$ será (para $i \neq 1$ e $i \neq 2N$, recuérdese que en estos dos casos $u(r_1) = u(r_{2N}) = 0$):

$$u(r_i) = \sqrt{2 \cdot [u_G^2 + u_{IE}^2 + u_D^2 + u_E^2]} = 0,45 \mu\text{m}$$

Los grados de libertad de $u(r_i)$ serán:



$$v[u(r_i)] = \frac{u^4(r_i)}{\frac{u_G^4}{v_G} + \frac{u_{IE}^4}{v_{IE}}} = \frac{0,45^4}{\frac{0,07^4}{\infty} + \frac{0,10^4}{10}} = 4101 \approx \infty$$

Nótese que al no mencionarse nada al respecto en el certificado de calibración, se asume que los grados de libertad de $u(c_{0k})$ son infinitos, lo que trae consigo $v_G = \infty$.

Dada la preponderancia de las componentes asociadas a la deriva en el tiempo, la forma de la función de distribución de r_i vendrá condicionada por la forma de la distribución asociada a la diferencia $c_{Di} - c_{D1}$. Por tanto, no es descabellado suponer una distribución triangular (la convolución de dos distribuciones uniformes iguales) para r_i .

