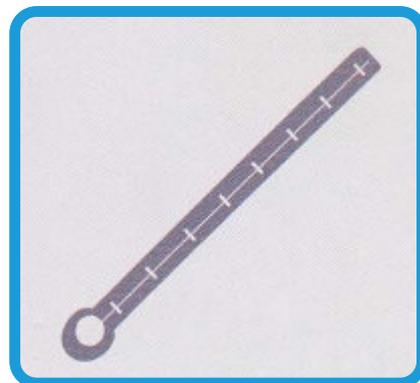
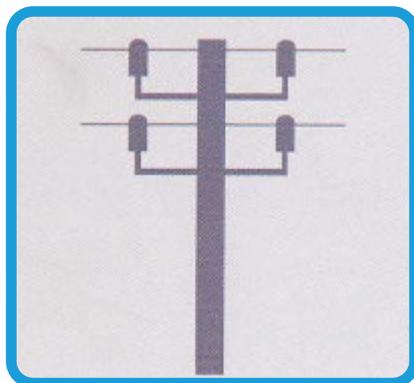
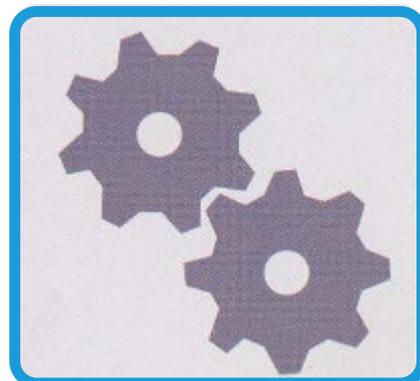
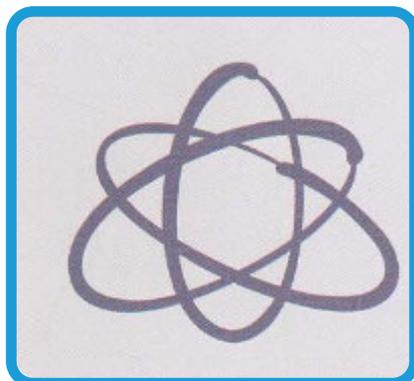
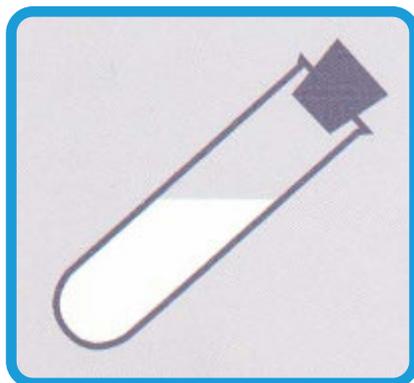
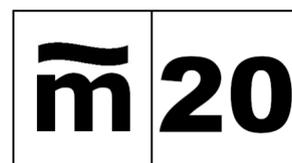


# Metrología



PROCEDIMIENTO ME-006 PARA LA  
CALIBRACIÓN DE BALANZAS DE  
BRAZOS IGUALES



## **PROCEDIMIENTO ME006**

### **CALIBRACIÓN DE BALANZAS DE BRAZOS IGUALES**

La presente edición de este procedimiento se emite exclusivamente en formato digital y puede descargarse gratuitamente de nuestra página web ([www.cem.es](http://www.cem.es)).

El procedimiento ha sido revisado, corregido y actualizado, respecto a la edición digital anterior.

Los procedimientos editados por el CEM presentan modelos de calibración, en línea con documentos clave universales como son el Sistema Internacional de unidades (SI), el Vocabulario internacional de metrología (VIM) o la Guía para la expresión de la incertidumbre de medida (GUM). Como modelos que son, los usuarios de los mismos pueden, bajo su responsabilidad, modificarlos para adecuarlos a sus necesidades específicas (instrumentación, condiciones ambientales, etc.). En tal caso, siempre deberá primar el sentido crítico y la ética profesional.

El CEM no acepta ninguna responsabilidad derivada de la interpretación y/o uso de este procedimiento.

El CEM no mantiene correspondencia sobre el contenido de los procedimientos.

## ÍNDICE

	Página
1. OBJETO.....	3
2. ALCANCE .....	3
3. DEFINICIONES .....	3
4. GENERALIDADES .....	5
4.1. Antecedentes e introducción teórica .....	5
4.2. Símbolos y abreviaturas .....	6
5. DESCRIPCIÓN .....	8
5.1. Equipos materiales .....	8
5.2. Operaciones previas .....	9
5.3. Proceso de calibración .....	9
5.4. Toma y tratamiento de datos .....	12
6. RESULTADOS.....	13
6.1. Cálculo de incertidumbres.....	14
6.2. Interpretación de resultados.....	18
7. REFERENCIAS .....	18
8. ANEXOS.....	19

## 1. OBJETO

El presente procedimiento tiene por objeto describir un posible método para la calibración de balanzas de brazos iguales con dos platos.

## 2. ALCANCE

El presente procedimiento es de aplicación a los instrumentos de pesaje no automático denominados balanzas con dos platos de brazos iguales.

## 3. DEFINICIONES

Son de aplicación las definiciones generales de las referencias [1] y [2], además de las específicas que se indican a continuación:

### Balanza de brazos iguales con dos platos:

Balanza para la determinación del equilibrio de la fuerza gravitatoria creadas por dos masas, que cuelgan a la misma distancia del punto de palanca de la balanza, por lo que dispone de dos brazos de palanca de idénticas longitudes y dos platos para la colocación de los objetos, uno de masa conocida y otro con la masa a determinar. La medición se realiza leyendo las indicaciones analógicas o digitales de la inclinación del brazo producida por el desequilibrio que origina la masa a determinar, empleando para pasar a unidades de masa el factor de transformación o de sensibilidad para la indicación de la inclinación (división de escala a masa), determinado en su calibración.

### Brazos:

Son los elementos de la balanza que materializan los brazos de la palanca donde reposan los platos donde se situarán las pesas.

### Cuchillas:

Son los elementos de la balanza cuya función es materializar las líneas de giro del brazo y de la suspensión de los platos.

### Platos:

Son los elementos de la balanza para la colocación de las masas que intervienen en la medida (mensurando y/o patrón).

### Fiel/Sistema de indicación de la inclinación:

Es la aguja que indica la inclinación del brazo de la balanza producida por un desequilibrio, durante las oscilaciones y finalmente en su detención en el punto de reposo. Este índice se puede mover en una escala analógica o puede ser sustituido por un sensor electrónico (óptico, inductivo,...), con divisiones sin unidades, que se relacionan con la masa mediante la sensibilidad de la balanza.

### Sistema de amortiguación:

Es el dispositivo de la balanza cuya función es disminuir la oscilación del brazo y que se detenga después de un número de oscilaciones razonable.

### Mecanismos de bloqueo:

Es el dispositivo de la balanza encargado de toda la parte oscilante de la balanza (brazos y platos).

### Cámara contracorrientes:

Es la vitrina en la que se encierran las balanzas para disminuir la influencia del ambiente en su medida.

#### Sensibilidad:

Es la relación entre la variación de la indicación de una balanza y la variación de masa que la origina. Se expresa en forma de cociente, y se emplea como factor de transformación de las indicaciones de la balanza a unidades de masa; por tanto, define la división de escala de la balanza.

Se determina como paso fundamental en la calibración de la balanza, y puede variar en función del punto de medida de la misma.

#### Campo de medida:

El campo de medida es la zona de medida definida por el valor mínimo y el máximo de la diferencia entre masas, que puede medir la balanza.

#### Alcance máximo

Valor máximo de la carga que se puede colocar en los platos de la balanza sin que ésta pierda sus características metroológicas.

#### Alcance mínimo

Valor mínimo de la carga que se puede colocar en los platos de la balanza de forma que ésta funcione de acuerdo a sus características metroológicas.

#### Masas patrón:

Objetos que se emplean para materializar valores de masa y que se emplean en la calibración de balanzas como patrones. Poseen un nominal, una forma y son de un material, que se encuentran especificados en la normativa de aplicación [3], en la que también se clasifican en función de la desviación máxima al nominal.

Los nominales se escalonan en  $1 \times 10n$ ,  $2 \times 10n$  y  $5 \times 10n$  con el superíndice adecuado al nominal a definir (múltiplos y submúltiplos del gramo).

#### Pesa de sensibilidad:

Pesa de valor en masa convencional conocido que se utiliza conjuntamente con el resto de patrones para conseguir la conversión de las unidades eléctricas o mecánicas a unidades de masa obteniendo el factor de sensibilidad.

#### Pesa de impulso:

Pesa con nominal del orden del rango de la escala diferencial de la balanza que permite bloquear las oscilaciones situada en un plato de la balanza y una vez retirada libera la balanza permitiéndola oscilar libremente.

#### Tara:

Carga que se deposita externamente sobre un plato o brazo de la balanza, y cuyo valor no es necesario determinar, ya que se mantiene constante durante toda la operación de medida de la calibración.

#### Oscilación:

Movimiento transitorio del brazo producido por una diferencia de carga respecto a la situación de equilibrio.

#### Bloquear:

Operación de impedir el movimiento de oscilación del brazo de la balanza.

Liberar:

Operación de dejar el brazo(s) de la balanza en disposición de oscilar en función de la(s) carga(s) colocada(s) en su(s) plato(s).

Equilibrar, punto de reposo:

En el sentido dado en el presente procedimiento, acción cuyo efecto es lograr la parada de las oscilaciones de la balanza, dentro del campo de medida de sus indicaciones. Esta parada, por tanto se puede producir en una indicación de la balanza distinta del cero, es decir con una inclinación de sus brazos, que permita obtener la diferencia de masa entre las cargas de los dos platos empleando el valor conocido de la masa o masas sobre sus platos y el de la sensibilidad. El punto de la escala en el que se detiene la oscilación se denomina punto de reposo.

#### 4. GENERALIDADES

##### 4.1. Antecedentes e introducción teórica

Teniendo en cuenta las definiciones anteriores podemos describir las principales características metroológicas de la balanza de brazos iguales:

- Realiza medidas diferenciales.
- Tiene un campo de medida generalmente reducido (estrictamente el necesario para la máxima diferencia a medir entre las masas situadas en sus platos).

En base a estas características el fundamento de este procedimiento será esencialmente la calibración del instrumento midiendo diferencias materializadas con masas patrón conocidas. Para ello hay que tener en cuenta que es bastante probable que la balanza pueda tener una escala sin unidades o que dichas unidades no se correspondan con la realidad (unidades de masa) y este hecho condiciona que nuestro objetivo principal sea la obtención de la relación entre la indicación de la balanza y las unidades de masa correspondientes a través de la sensibilidad de la balanza.

Para ello necesitamos en primer lugar un método para la obtención del punto de reposo anteriormente definido sin necesidad de esperar al equilibrio en cada medida que realicemos. Un método para determinar el punto de reposo en una balanza de brazos iguales sin esperar a que se detenga se describe a continuación.

Cada vez que se colocan las pesas en sus platos correspondientes se deposita en uno de los brazos la pesa de impulso, con objeto de inmovilizar balanza. Una vez comenzadas las oscilaciones, después de retirar la pesa de sensibilidad, se debe esperar un tiempo de estabilización establecido por el operador y se captan 5 valores de oscilación de la balanza -  $O_1$ ,  $O_2$ ,  $O_3$ ,  $O_4$ ,  $O_5$  - a partir de los cuales se determina el punto hipotético de reposo  $I$  que corresponde al equilibrio de las pesas en los platos de la balanza, mediante la ecuación:

$$I = \frac{\frac{O_1 + O_3 + O_5}{3} + \frac{O_2 + O_4}{2}}{2} \quad (1)$$

La sensibilidad no sólo es uno de los factores más cruciales en la balanza de brazos iguales, sino que además es el único que se puede caracterizar de forma fiable de modo que el manejo de la balanza sea óptimo.

Para obtener la sensibilidad de la balanza necesitaremos seleccionar un conjunto de pesas patrón de clase de exactitud apropiada para la calibración de la balanza y las pesas que posteriormente se vayan a calibrar con ella de acuerdo con [3], y un conjunto de pesas que ejerzan de tara y que materialicen los puntos de calibración que se vayan a realizar.

Tanto las taras, que materialicen los puntos de calibración, como las pesas, que materialicen los puntos de la escala diferencial, deberán estar necesariamente calibradas. Se requiere que sean dos taras de igual nominal que se equilibren en cada punto de calibración deseado; es decir, si se va a evaluar la sensibilidad de la balanza en el punto de 50 kg necesitaremos dos taras de 50 kg, una para cada plato de la balanza. Se deben comprobar las oscilaciones de la balanza una vez situadas las taras en los platos y que éstos no golpeen la base en la que se sustenta la misma; en caso de que esto suceda deberemos ajustar las taras con lastre hasta que ambos platos estén equilibrados en el rango de la balanza.

El conjunto de patrones será un juego de pesas de la misma clase de exactitud y materializarán unos valores de masa que cubrirán al menos los puntos correspondientes al 40% y al 80% de la escala de la balanza (recordemos que estamos hablando de medidas diferenciales) y que nos permitirán generar diferencias perceptibles, tanto en las oscilaciones de los brazos de la balanza como en el indicador de la misma, que nos permitan a su vez obtener un valor más preciso de la sensibilidad.

#### 4.2. Símbolos y abreviaturas

$C_i$	Coficiente de sensibilidad
$d$	Escalón de la balanza
$\theta_{mc}$	Suma de errores máximos permitidos de las pesas patrón empleadas en la calibración
$f$	Factor de sensibilidad de la balanza
$l$	Punto de reposo de la balanza, indicación
$l_P$	Indicación de la balanza para la pesa diferencial junto con la tara
$l_{Pn}$	Indicación de la balanza para la pesa diferencial en el ensayo de repetibilidad
$l_{Pn+S_n}$	Indicación de la balanza para la pesa diferencial con la pesa de sensibilidad en el ensayo de repetibilidad
$l_{Pn+1}$	Indicación de la pesa diferencial medida al final del ensayo de repetibilidad para eliminar efectos de deriva
$\bar{l}_{Pn}$	Valor medio de la pesa diferencial en el ensayo de repetibilidad
$l_{P+S}$	Indicación de la balanza para la pesa diferencial con la pesa de sensibilidad
$l'_P$ e $l''_P$	Indicación de la balanza para la pesa diferencial en los ensayos de influencia del punto de escala, del plato y del brazo de la balanza medida antes y después de combinarla con la pesa de sensibilidad
$l'_{P'}$ e $l''_{P'}$	Indicación de la balanza para la pesa diferencial en el ensayo de influencia del punto de escala, medida antes y después de medirla combinada con la de sensibilidad
$\bar{l}_S$	Valor medio de la pesa de sensibilidad obtenido del ensayo de repetibilidad en unidades de la balanza
$l_{Sn}$	Valor de la pesa de sensibilidad de la balanza en cada punto del ensayo de repetibilidad en unidades de la balanza

$l_s$	Valor de la pesa de sensibilidad en los ensayos de punto de escala, influencia del plato e influencia del brazo
$l'_s$	Valor de la pesa de sensibilidad en el ensayo de punto de escala
$k$	Factor de cobertura de la calibración
$k_c$	Factor de cobertura de la incertidumbre de la pesa de sensibilidad
$k_D$	Factor de clase de la pesa de sensibilidad
$m_c$	Valor de masa convencional de la pesa de sensibilidad
$m_s$	Valor nominal de la pesa de sensibilidad
$M_j$	Nominal de cada uno de los patrones empleados en el cálculo del factor de sensibilidad
$O$	Oscilaciones de la balanza
$x_i$	Estimación de la corrección i-ésima
$u(\delta m_E)$	Incertidumbre de la corrección por empuje del aire
$u(\delta m_c)$	Incertidumbre del valor en masa la pesa de sensibilidad obtenida del certificado
$u(\delta m_D)$	Incertidumbre debida a la corrección por deriva del patrón
$u(\delta l_{desv})$	Incertidumbre debida a la desviación de los valores obtenidos de la pesa de sensibilidad
$u(\delta l_d)$	Incertidumbre debida al error de redondeo de la indicación
$u(\Delta l_{Se})$	Incertidumbre debida a la influencia del factor de escala
$u(\Delta l_{Sp})$	Incertidumbre debida a la influencia del plato de la balanza
$u(\Delta l_{Sb})$	Incertidumbre debida a la influencia del brazo de la balanza
$u(f)$	Incertidumbre típica del factor de sensibilidad de la balanza
$u(x_i)$	Incertidumbre de la corrección $x_i$
$u_i(f)$	Incertidumbre de cada una de las magnitudes que contribuyen a la incertidumbre de $f$ combinadas con su correspondiente coeficiente de sensibilidad $c_i$
$U(m_c)$	Incertidumbre expandida del patrón empleado como pesa de sensibilidad
$U(f)$	Incertidumbre expandida del factor de sensibilidad
$\delta l_{desv}$	Corrección debida a la desviación de las indicaciones para la pesa de sensibilidad
$\delta l_d$	Corrección del error de redondeo de la indicación

$\delta m_c$	Corrección del valor de masa convencional de la pesa de sensibilidad
$\delta m_D$	Corrección por posible deriva de la pesa de sensibilidad
$\delta m_B$	Corrección por empuje del aire
$\Delta I_{Se}$	Corrección debida al punto de la escala diferencial
$\Delta I_{Sp}$	Corrección debida a la posible diferencia de indicación entre la medida de la sensibilidad en uno u otro plato
$\Delta I_{Sb}$	Corrección debida a la posible diferencia de indicación por la flexión del brazo de la balanza
$\rho$	Densidad de las pesas patrón
$\rho_a$	Densidad de aire durante los ensayos
$\rho_{ac}$	Densidad de referencia del acero
$\rho_i$	Densidad de cada una de las pesas empleadas como patrón en el cálculo del factor de sensibilidad
$\rho_0$	Densidad de referencia del aire
$V_{eff}$	Número de grados de libertad de la calibración
$V_i$	Número de grados de libertad de cada una de las magnitudes que contribuyen en la incertidumbre

## 5. DESCRIPCIÓN

### 5.1. Equipos y materiales

La balanza estará situada en su lugar de utilización habitual, de otro modo la calibración quedaría invalidada en caso de que la balanza se cambiase de ubicación después de la calibración; a no ser que se haya demostrado claramente que la balanza es insensible a los efectos producidos por un cambio de ubicación.

Los equipos y materiales necesarios para la calibración serán los siguientes:

• Patrones de trabajo

Han de ser pesas OIML que cumplan con los errores máximos permitidos según su clase. Lo ideal, para que el efecto del empuje del aire no influya mucho en la incertidumbre, es que la suma de los errores máximos permitidos correspondientes a la carga máxima sea menor que 100 veces la masa correspondiente a la división de escala.

• Útiles de uso y limpieza

No se usará, a no ser que sea imprescindible, agua destilada, alcohol o ninguna otra sustancia para limpiar las pesas o la balanza; sólo se utilizarán brochas de cerdas suaves para eliminar motas de polvo u otro material que haya quedado sobre la superficie, o una gamuza seca que no deje pelusilla, restos de hilos, etc.

• Pesa de sensibilidad

Patrón de valor de masa convencional conocido y nominal próximo a la masa correspondiente a la división de escala de la balanza.

## • Medidores de condiciones ambientales

Es necesario disponer de instrumentos que permitan la medida de las condiciones ambientales que nos va a dar los valores de temperatura presión y humedad entre los que se realiza la calibración, además de utilizarse para el cálculo de la densidad del aire en caso de que fuese necesario.

Será suficiente para la medida de las condiciones ambientales instrumentos con incertidumbre de uso de al menos 0,2°C en la medida de temperatura, 5% en la medida de humedad relativa y 1 hPa en la de presión.

## • Equipos auxiliares

Útiles de manipulación de las pesas que permiten su colocación en el interior de las balanzas.

## 5.2. Operaciones previas

Antes de realizar la calibración se tendrán en cuenta una serie de consideraciones generales:

- a) La balanza de brazos iguales deberá encontrarse perfectamente identificada en lo referente a MARCA, MODELO Y NÚMERO DE SERIE. En caso de que no exista alguno de estos datos, se procederá a la identificación del instrumento de la mejor forma posible (por ejemplo mediante una etiqueta fuertemente adherida al instrumento) de forma que no surja duda alguna en cuanto a la correspondencia entre el instrumento calibrado y el certificado emitido.
- b) Deberá leerse el manual de instrucciones de la balanza si se dispone de él, y en cualquier caso estar familiarizado con el uso de la balanza y sus opciones.
- c) Se comprobará, en el caso de balanzas con componentes eléctricos, que han sido alimentadas eléctricamente para su calentamiento y estabilización durante el tiempo establecido en el manual o el descrito en el procedimiento del cliente.
- d) Se comprobará que funcionan todos los sistemas mecánicos eléctricos y ópticos de la balanza.
- e) Tanto los patrones de masa utilizados como la propia balanza deberán permanecer en el laboratorio o recinto de calibración el tiempo necesario para su estabilización térmica, no menos de 24 horas antes de comenzar la calibración, de modo que se puedan despreciar los efectos de convección.
- f) El manejo de las pesas debe efectuarse de forma que éstas resulten lo menos dañadas posibles y no reciban golpes, mediante los útiles de manipulación adecuados.
- g) Para cargar las pesas en la balanza hay que asegurarse que la balanza está bloqueada.
- h) Todos los equipos utilizados para la calibración, tanto pesas como instrumentos de medida de condiciones ambientales, deberán tener en vigor su correspondiente certificado de calibración.
- i) Las balanzas se calibrarán “in situ” siempre que la exactitud del equipo lo requiera y bajo las condiciones de uso del cliente, aunque en muchas ocasiones éstas no sean las más adecuadas. Por ejemplo, estando situadas cerca de fuentes de vibración, focos de calor, mesas o bancadas no adecuadas, etc.

## 5.3. Proceso de Calibración

### Ensayo de repetibilidad:

El objetivo de este ensayo será el de obtener la repetibilidad de las indicaciones de la balanza. Seleccionaremos para ello al menos un punto de calibración (taras) que se encuentre entre

$0,5 \cdot \text{Max} \leq L_M \leq \text{Max}$  del alcance máximo de la balanza y posteriormente una o varias pesas que representen un punto de la escala diferencial que se encuentre entre el 40 % y el 80 % de la misma; además necesitaremos la pesa de sensibilidad.

Mediremos de esta manera las diferencias entre el patrón seleccionado y la pesa de sensibilidad elegida. Para ello, con la balanza bloqueada situamos las pesas que materializan el punto de calibración (taras) en los platos de la balanza de modo que se equilibren. Posteriormente situamos la pesa o pesas diferenciales que representan el punto de la escala diferencial señalado en uno de los platos de la balanza, en donde también situaremos la pesa de sensibilidad seleccionada según el esquema propuesto. Todas las medidas se realizarán situando siempre tanto las pesas diferenciales como la de sensibilidad en el mismo plato durante todo el ensayo de repetibilidad.

Realizaremos al menos 10 medidas, y el esquema será el siguiente:

Tara + pesa diferencial -----  $I_{P1}$

Tara + pesa diferencial + sensibilidad -----  $I_{P1+S1}$

Tara + pesa diferencial -----  $I_{P2}$

Tara + pesa diferencial + sensibilidad -----  $I_{P2+S2}$

Tara + pesa diferencial -----  $I_{P3}$

Tara + pesa diferencial + sensibilidad -----  $I_{P3+S3}$

...

Tara + pesa diferencial -----  $I_{Pn}$

Tara + pesa diferencial + sensibilidad -----  $I_{Pn+Sn}$

Tara + pesa diferencial -----  $I_{Pn+1}$

con  $n$  igual a 10 para completar las medidas que nos permitirán obtener la repetibilidad y el valor de la sensibilidad de la balanza. Nótese que en la última indicación se repetirá la medición de la pesa de la escala diferencial para eliminar efectos de deriva.

**Ensayo de la influencia del punto de escala:**

En este ensayo evaluaremos la influencia del punto de la escala en la indicación de la balanza. Para ello seleccionamos un punto (tara) próximo al alcance máximo de la balanza, dos pesas que materialicen los puntos del 40 % y 80 % aproximadamente de la escala diferencial y la pesa de sensibilidad. Realizaremos entonces una medida en cada uno de los dos puntos de la escala situando las pesas de la escala diferencial y la de sensibilidad siempre en el mismo plato de la balanza y sobre la misma tara siguiendo el esquema siguiente:

Tara + pesa diferencial' -----  $I'_P$

Tara + pesa diferencial' + sensibilidad -----  $I'_{P+S}$

Tara + pesa diferencial' -----  $I'_{P'}$

Tara + pesa diferencial'' -----  $I''_P$

Tara + pesa diferencial'' + sensibilidad ----- $I''_{P+S}$

Tara + pesa diferencial'' ----- $I''_P$

Nótese que para cada punto medimos la pesa de la escala diferencial antes y después de medirla junto con la pesa de sensibilidad para eliminar posibles efectos de deriva ( $I'_P$  y  $I''_P$ ). Considerando  $I'_P$  y  $I'_{P+S}$  las indicaciones de la pesa de la escala diferencial y de esta misma con la de sensibilidad en el punto del 40 % de la escala y  $I''_P$  y  $I''_{P+S}$  con la pesa diferencial que materializa el punto del 80 %.

#### **Ensayo de la influencia del plato:**

Para evaluar la influencia del plato en la indicación de la balanza realizamos el siguiente ensayo. Se trata de obtener la indicación de la sensibilidad de nuevo pero esta vez cambiando las pesas de plato, es decir, en una primera disposición ( $I_P$  y  $I_{P+S}$ ) de las pesas tendremos la tara1 en el primer plato y la tara2 en el segundo plato junto con la pesa que representa el punto de la escala diferencial y posteriormente junto con la de sensibilidad; y en una segunda disposición ( $I'_P$  y  $I'_{P+S}$ ) la situación inversa, en el 1er plato tendremos la tara2 con la pesa diferencial y con la de sensibilidad y en el 2º plato la tara1. Seleccionaremos para ello dos taras que se equilibren en el punto medio del alcance máximo de la balanza, una pesa diferencial que materialice un punto entre el 40% y el 80% de la escala diferencial. El esquema de medida será el siguiente:

Tara + pesa diferencial ----- $I_P$

Tara + pesa diferencial + sensibilidad ----- $I_{P+S}$

Tara + pesa diferencial ----- $I'_P$

Tara + pesa diferencial ----- $I'_P$

Tara + pesa diferencial + sensibilidad ----- $I'_{P+S}$

Tara + pesa diferencial ----- $I'_P$

Entendiéndose por cada  $I_P$  e  $I_{P+S}$  las indicaciones tomadas con la pesa de sensibilidad, la pesa que materializa el punto de la escala y una de las taras en un plato y por  $I'_P$  e  $I'_{P+S}$  las indicaciones tomadas con éstas en el plato contrario. Nótese además que se medirá de nuevo, después de cada medida con la pesa de sensibilidad, la pesa diferencial para eliminar efectos de deriva.

#### **Ensayo de la influencia de la flexión del brazo:**

Para evaluar la influencia de la flexión del brazo se realizará el mismo punto de la escala (se seleccionará una pesa que materialice un punto de la escala diferencial entre el 40 % y el 80 %) para dos puntos o taras del alcance de la balanza, alcance máximo y alcance mínimo. Se procederá situando unas taras próximas al alcance mínimo en los platos de la balanza con ésta bloqueada y una pesa que materialice el punto de la escala diferencial y la pesa de sensibilidad se situarán siempre sobre la misma tara en el mismo plato de la balanza. Se procederá del mismo modo empleando esta vez dos patrones que ejerzan de taras en un punto próximo al alcance máximo de la balanza y de nuevo con el mismo patrón y la pesa de sensibilidad para la escala diferencial. El esquema será el siguiente:

Tara + pesa diferencial ----- $I_P$

Tara + pesa diferencial + sensibilidad -----/P+S

Tara + pesa diferencial -----/P'

Tara + pesa diferencial -----/P

Tara + pesa diferencial + sensibilidad -----/P+S

Tara + pesa diferencial -----/P'

Siendo  $I_P$  e  $I_{P+S}$  las indicaciones relativas a la tara de menor nominal y  $I'_P$  e  $I'_{P+S}$  las indicaciones relativas a la tara de mayor nominal. Nótese además que se medirá de nuevo, después de la medida con la pesa de sensibilidad, la pesa diferencial para eliminar efectos de deriva.

**Nota:** no se debe elegir en ningún caso el valor extremo de diferencia máxima entre las cargas en ambos platos porque se podrían producir efectos no deseados en el proceso de pesada.

#### 5.4. Toma y tratamiento de datos

##### Ensayo de repetibilidad y obtención del factor de sensibilidad:

Al medirse las oscilaciones a través de un dispositivo electrónico o mecánico las indicaciones obtenidas al colocar los patrones, estarán expresadas en unidades eléctricas o mecánicas. Mediante el factor  $f$ , denominado factor de sensibilidad, las indicaciones se transforman en unidades de masa mediante la relación:

$$f = \frac{m_s}{I_s} \quad (2)$$

donde  $m_s$  representa el mejor valor conocido de masa del patrón empleado como carga de sensibilidad e  $\bar{I}_s$  es la media de los valores dados por la balanza de la pesa de sensibilidad obtenidos por medio de la siguiente expresión:

$$\bar{I}_s = \frac{\sum_{n=1}^{10} I_{Sn}}{n} \quad (3)$$

donde:

$$I_{Sn} = (I_{Pn+S_n} - I_{\bar{P}_n}) \quad (4)$$

donde:

$$I_{\bar{P}_n} = \frac{I_{P_{n+1}} + I_{P_n}}{2} \quad (5)$$

con  $n$  desde 1 hasta 10.

La repetibilidad la obtendremos como la desviación de  $I_{Sn}$  respecto a la media  $\bar{I}_s$  a través de la siguiente expresión:

$$s(I_{Sn}) = \sqrt{\frac{\left(\sum_{n=1}^{10} I_{Sn} - \bar{I}_s\right)^2}{n-1}} \quad (6)$$

donde  $n$  es igual a 10.

### Ensayo de la influencia del punto de escala:

Para obtener la influencia del punto de escala calculamos la diferencia obtenida en las indicaciones resultantes de la pesa de sensibilidad en distintos puntos de la escala diferencial para una tara próxima al alcance máximo. Para ello realizamos los siguientes cálculos a partir de los datos del ensayo:

$$\Delta I_{Se} = I'_S - I''_S \quad (7)$$

con:

$$I'_S = I'_{P+S} - \bar{I}'_P \quad \text{y} \quad I''_S = I''_{P+S} - \bar{I}''_P \quad (8a) \text{ y } (8b)$$

donde:

$$\bar{I}'_P = \frac{I'_P + I'_{P'}}{2} \quad \text{y} \quad \bar{I}''_P = \frac{I''_P + I''_{P'}}{2} \quad (9a) \text{ y } (9b)$$

### Ensayo de la influencia del plato:

El objeto de este ensayo es estimar la diferencia de indicación que se produce al realizar la medida de la indicación con las pesas situadas en uno u otro plato, por tanto calcularemos:

$$\Delta I_{Sp} = I_S - I'_S \quad (10)$$

con:

$$I_S = I_{P+S} - \bar{I}_P \quad \text{y} \quad I'_S = I'_{P+S} - \bar{I}'_P \quad (11a) \text{ y } (11b)$$

donde:

$$\bar{I}_P = \frac{I_P + I_{P'}}{2} \quad \text{y} \quad \bar{I}'_P = \frac{I'_P + I'_{P'}}{2} \quad (12a) \text{ y } (12b)$$

### Ensayo de la influencia de la flexión del brazo:

Para evaluar la influencia de la flexión del brazo de la balanza en las indicaciones de la misma calculamos:

$$\Delta I_{Sb} = I_S - I'_S \quad (13)$$

con:

$$I_S = I_{P+S} - \bar{I}_P \quad \text{y} \quad I'_S = I'_{P+S} - \bar{I}'_P \quad (14a) \text{ y } (14b)$$

donde:

$$\bar{I}_P = \frac{I_P + I_{P'}}{2} \quad \text{y} \quad \bar{I}'_P = \frac{I'_P + I'_{P'}}{2} \quad (15a) \text{ y } (15b)$$

## 6. RESULTADOS

Una vez finalizados los ensayos de calibración, y obtenidos los valores necesarios para la calibración del instrumento, es necesario analizar los resultados finales y asignar unos valores de incertidumbre. Estos resultados se darán de una forma clara, indicando los valores encontrados de los errores o de las correcciones y sus respectivas incertidumbres.

### 6.1. Cálculo de incertidumbres

Aplicando la ley de propagación de incertidumbres [4] a la ecuación (2) obtenemos la expresión de la incertidumbre del factor de sensibilidad:

$$u^2(f) = \frac{1}{\bar{I}_s^2} \cdot u^2(m_s) + \frac{m_s^2}{\bar{I}_s^4} \cdot u^2(\bar{I}_s) \quad (16)$$

El valor del patrón de referencia  $m_s$  que empleamos como pesa de sensibilidad viene corregido por los siguientes términos:

$$m_s = m_c + \delta m_c + \delta m_D + \delta m_B \quad (17)$$

donde:

$m_c$ : es el valor de masa convencional de la pesa de sensibilidad.

$\delta m_c$ : es la corrección a  $m_c$  para obtener la masa convencional de la pesa y que se obtendrá del certificado de calibración a partir de la incertidumbre expandida  $U(m_c)$ .

Su incertidumbre típica será:

$$u(\delta m_c) = \frac{U(m_c)}{k} \quad (18)$$

$\delta m_D$ : es la corrección por posible deriva del patrón desde la última calibración. Si no es posible obtener este dato, se aconseja no aplicar corrección, estimando su valor como 0 y su incertidumbre típica se calculará de la siguiente forma:

$$u(\delta m_D) = \frac{k_D \cdot U(m_c)}{\sqrt{3}} \quad (19)$$

donde  $k_D$  es un factor entre 1 y 3 que se elegirá en función de la clase de la pesa y la frecuencia y cuidado de uso.

$\delta m_B$ : es la corrección por empuje del aire que se estimará como 0 y su incertidumbre vendrá dada según [3] por la siguiente expresión:

$$u(\delta m_B) = \frac{-2e_{m_c}(\rho_a - \rho_0) \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_{ac}} \right)}{\sqrt{3}} \quad (20)$$

donde:

$e_{m_c}$  es la suma de los errores máximos permitidos de las pesas patrón para alcance máximo

$\rho_a$  = densidad del aire durante los ensayos. Hay que tomar la que tenga mayor diferencia con  $\rho_0$

$\rho_0$  = 1,2 kg/m<sup>3</sup> densidad de referencia del aire

$\rho$  = densidad de las pesas patrón que será igual a:

$$\rho = \frac{\sum M_j}{\sum \frac{M_j}{\rho_j}} \quad (21)$$

donde  $M_j$  es el nominal de cada uno de los patrones empleados en el cálculo de  $f$  y  $\rho_j$  será la densidad de cada una de las pesas empleadas y que vendrán dados por sus respectivos certificados de calibración.

$\rho_{ac} = 8000 \text{ kg/m}^3$  densidad de referencia del acero

Por tanto, la incertidumbre típica de la masa de referencia se obtiene de:

$$u^2(m_s) = u^2(m_c) + u^2(\delta m_D) + u^2(\delta m_B) \quad (22)$$

Realizamos la misma evaluación para la indicación de la balanza, que viene corregida por los siguientes términos:

$$\bar{l}_S = \bar{l}_S + \delta l_{desv} + \delta l_d + \Delta l_{Se} + \Delta l_{Sp} + \Delta l_{Sb} \quad (23)$$

donde:

$\delta l_{desv}$ : es la corrección debida a la desviación de los valores obtenidos de la pesa de sensibilidad y su valor se estima nulo.

Para obtener su incertidumbre se le supone una distribución normal y se calcula su desviación estándar:

$$u(\delta l_{desv}) = s(l_{Sn}) \quad (24)$$

como  $\bar{l}_S$  es la media de las 10 lecturas realizadas, se tiene que su incertidumbre típica será ( $n= 10$ ):

$$u(\delta l_{desv}) = \frac{s(l_{Sn})}{\sqrt{n}} \quad (25)$$

$\delta l_d$ : es la corrección del error de redondeo de la indicación. Se le supone valor nulo y a su incertidumbre una distribución rectangular con lo que:

$$u(\delta l_d) = \frac{d}{2\sqrt{3}} \quad (26)$$

donde  $d$  es el escalón de la balanza.

$\Delta l_{Se}$ : corrección debida al punto de la escala diferencial. Se le supone valor nulo y a su incertidumbre una distribución rectangular:

$$u(\Delta l_{Se}) = \frac{\Delta l_{Se}}{2\sqrt{3}} \quad (27)$$

Tomando el valor absoluto de la diferencia  $\Delta l_{Se}$ .

$\Delta I_{Sp}$ : corrección debida a la posible diferencia de indicación entre la medición en uno u otro plato de la balanza. Se le supone valor nulo y a su incertidumbre una distribución rectangular:

$$u(\Delta I_{Sp}) = \frac{\Delta I_{Sp}}{2\sqrt{3}} \quad (28)$$

Introduciendo el valor absoluto de la diferencia  $\Delta I_{Sp}$ .

$\Delta I_{Sb}$ : corrección debida a la posible diferencia de indicación por la flexión del brazo de la balanza. Se le supone valor nulo y una distribución rectangular con incertidumbre:

$$u(\Delta I_{Sb}) = \frac{\Delta I_{Sb}}{2\sqrt{3}} \quad (29)$$

Introduciendo el valor absoluto de la diferencia  $\Delta I_{Sb}$ .

Por tanto, la incertidumbre típica de la indicación de la balanza se obtiene de:

$$u^2(\bar{I}_S) = u^2(\delta I_{desv}) + u^2(\delta I_d) + u^2(\Delta I_{Se}) + u^2(\Delta I_{Sp}) + u^2(\Delta I_{Sb}) \quad (30)$$

En la siguiente tabla se muestran las contribuciones de cada una de las componentes evaluadas para el cálculo de la incertidumbre típica  $u(f)$  y de la incertidumbre expandida  $U(f)$ :

Magnitud o influencia	Estimación ( $x_i$ )	Incertidumbre típica $u(x_i)$	Distribución	Coefficiente de sensibilidad ( $c_i$ )	Contribución $c_i \cdot u(x_i)$
Valor convencional	$\delta m_c$	$\frac{U}{k}$	normal	$\frac{1}{I_s}$	$\frac{1}{I_s} \cdot \frac{U}{k}$
Deriva del patrón	$\delta m_D$	$\frac{k_D \cdot U(m_c)}{\sqrt{3}}$	rectangular		$\frac{1}{I_s} \cdot \frac{k_D \cdot U(m_c)}{\sqrt{3}}$
Empuje del aire	$\delta m_B$	$\frac{-2e_{m_D}(\rho_a - \rho_0) \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_{ac}} \right)}{\sqrt{3}}$	rectangular		$\frac{1}{I_s} \cdot \frac{-2e_{m_D}(\rho_a - \rho_0) \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_{ac}} \right)}{\sqrt{3}}$
Repetibilidad	$\delta l_{desv}$	$\frac{s(l_{sn})}{\sqrt{n}}$	normal	$\frac{m_s}{I_s^2}$	$\frac{m_s}{I_s^2} \cdot \frac{s(l_{sn})}{\sqrt{n}}$
Resolución del instrumento	$\delta l_d$	$\frac{d}{2\sqrt{3}}$	rectangular		$\frac{m_s}{I_s^2} \cdot \frac{d}{2\sqrt{3}}$
Influencia de la escala	$\Delta l_{se}$	$\frac{\Delta l_{se}}{2\sqrt{3}}$	rectangular		$\frac{m_s}{I_s^2} \cdot \frac{\Delta l_{se}}{2\sqrt{3}}$
Influencia del plato	$\Delta l_{sp}$	$\frac{\Delta l_{sp}}{2\sqrt{3}}$	rectangular		$\frac{m_s}{I_s^2} \cdot \frac{\Delta l_{sp}}{2\sqrt{3}}$
Influencia del brazo	$\Delta l_{sb}$	$\frac{\Delta l_{sb}}{2\sqrt{3}}$	rectangular		$\frac{m_s}{I_s^2} \cdot \frac{\Delta l_{sb}}{2\sqrt{3}}$
Incertidumbre combinada	$u(f) = \sqrt{\frac{1}{I_s^2} [u^2(\delta m_c) + u^2(\delta m_D) + u^2(\delta m_B) + u^2(\delta l_{desv}) + u^2(\delta l_d) + u^2(\Delta l_{se}) + u^2(\Delta l_{sp}) + u^2(\Delta l_{sb})]}$				
Incertidumbre expandida					$U(f) = k \cdot u(f)$

El factor de cobertura  $k$  se obtiene de la evaluación de los grados de libertad de las distintas magnitudes que contribuyen a la incertidumbre del factor de sensibilidad.

Deberemos emplear la fórmula de Welch-Satterthwaite para obtener los grados de libertad efectivos:

$$v_{\text{eff}} = \frac{u^4(f)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(f)}{v_i}} \quad (31)$$

Para las magnitudes de entrada estimadas por la media aritmética de  $n$  observaciones independientes, como es el caso de la indicación de la balanza  $\bar{l}_s$ , el número de grados de libertad de  $u(\delta l_{desv})$  es  $v_i = n-1$ , donde  $n$  son el número de observaciones de la indicación.

Para el resto de magnitudes de entrada,  $u(\delta m_D)$ ,  $u(\delta m_c)$ ,  $u(\delta m_B)$ ,  $u(\delta l_d)$ ,  $u(\Delta l_{se})$ ,  $u(\Delta l_{sp})$  y  $u(\Delta l_{sb})$  que son magnitudes de tipo B deberemos tener en cuenta los grados de libertad  $v_i$  de

cada una de ellas ya que, dependiendo de los casos se obtendrán de certificados de calibración o de algún otro conjunto de informaciones fiables.

Una vez obtenidos los grados efectivos de libertad comprobaremos en la Tabla G.2 de [4] el valor del factor de cobertura  $k$  correspondiente.

## 6.2.- Interpretación de resultados

Hay que tener en cuenta que lo expuesto anteriormente sólo sirve para determinar la sensibilidad de la balanza. De hecho, durante el uso, habrá otras muchas contribuciones a la incertidumbre que se deberán evaluar además de los resultados que aquí se presentan.

## 7.- REFERENCIAS

- [1] Vocabulario Internacional de Metrología VIM, 3ª edición 2012 (español).
- [2] UNE-EN 45501:2016. Aspectos metrológicos de los instrumentos de pesaje de funcionamiento no automático.
- [3] Internacional Recommendation OIML R 111-1 Weights of classes E<sub>1</sub>, E<sub>2</sub>, F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub>, M<sub>1</sub>, M<sub>1-2</sub>, M<sub>2</sub>, M<sub>2-3</sub> y M<sub>3</sub>. Part 1: Metrological and technical requirements. Edition 2004.
- [4] JCGM 100: 2008, Evaluación de datos de medición. Guía para la expresión de la incertidumbre de medida. EDICIÓN DIGITAL 1 en español (traducción 1ª Ed. Sept. 2008) Primera edición Septiembre 2008 (original en inglés). Centro Español de Metrología.
- [5] OIML International Document D 28. Conventional value of the result of weighing in air (Revision of R 33, 2004).
- [6] EURAMET/cg-18: Guidelines on the calibration for non-automatic weighing instruments. EURAMET.
- [7] A. Picard, R. S. Davis, M. Gläser and K. Fujii; Revised formula for the density of moist air (CIPM-2007). Metrología 45 (2008,) 149 -155.

## 8.- ANEXOS

### 8.1.- Ejemplo numérico

#### Calibración de una balanza de brazos iguales

Instrumento: balanza de brazos iguales marca xxxx, modelo xxxx y número de serie xxxx, de 150 kg de capacidad y 500 mg de rango diferencial y con sensibilidad nominal de 1 mg por división de escala. La balanza tiene un dispositivo de lectura de las indicaciones (oscilaciones) eléctrico.

Las pesas patrón empleadas son de clase E<sub>2</sub> según la OIML R 111 [3] con certificado de calibración vigente y se utilizarán con su valor nominal.

La temperatura en la sala durante la calibración se mantuvo entre los 20,5 °C y 20,8 °C, la presión entre 937,57 mbar y 939,01 mbar y la humedad relativa entre un 48,8 % y un 50,2 %.

#### Ensayo de repetibilidad:

Seleccionamos para el ensayo de repetibilidad dos taras de 100 kg (una para cada plato), una pesa para la escala diferencial de 200 mg y una de 50 mg y una pesa de sensibilidad de 5 mg.

Bloqueamos la balanza y situamos las taras en los platos de la balanza. Realizamos el esquema explicado en el punto 5.3.

La pesa de 5 mg tiene certificado de calibración reciente con error en masa convencional igual a +0,001 mg con incertidumbre expandida  $U = 0,003$  mg para un factor de cobertura de  $k = 2$ .

El procedimiento seguido fue contar sin anotar las cinco primeras oscilaciones desde que se retiraba la pesa de impulso y anotar las cinco inmediatamente siguientes.

Los datos de las oscilaciones fueron los siguientes en divisiones de escala:

Repetibilidad	O <sub>1</sub>	O <sub>2</sub>	O <sub>3</sub>	O <sub>4</sub>	O <sub>5</sub>	Indicación (I)
P1	2759	-2635	2740	-2614	2706	55,25
P1+S	2731	-2646	2713	-2628	2698	38,50
P2	2753	-2637	2742	-2619	2709	53,33
P2+S	2735	-2652	2715	-2628	2697	37,83
P3	2756	-2644	2744	-2623	2719	53,08
P3+S	2734	-2642	2712	-2630	2695	38,83
P4	2754	-2625	2721	-2607	2712	56,50
P4+S	2741	-2649	2711	-2621	2700	41,17
P5	2744	-2625	2729	-2608	2709	55,42
P5+S	2732	-2641	2712	-2628	2700	40,08
P6	2753	-2625	2721	-2607	2708	55,67
P6+S	2738	-2649	2712	-2628	2702	39,42
P7	2751	-2625	2721	-2608	2706	54,75
P7+S	2737	-2643	2712	-2623	2697	41,17
P8	2756	-2625	2721	-2608	2710	56,25
P8+S	2732	-2640	2710	-2626	2699	40,33
P9	2763	-2643	2745	-2626	2716	53,42
P9+S	2742	-2644	2708	-2629	2694	39,08
P10	2760	-2625	2721	-2608	2708	56,58
P10+S	2741	-2653	2712	-2622	2701	40,25
P11	2758	-2625	2721	-2613	2709	55,17

Con la expresión (1) para el cálculo de la indicación a partir de las oscilaciones y de las expresiones del punto 5.4 obtenemos todas las indicaciones (o puntos de reposo) de cada uno de los puntos medidos en el ensayo de repetibilidad y el resto de indicaciones necesarias para calcular el factor de sensibilidad:

Repetibilidad	$I_{Pn}$	$I_{Pn+S_n}$	$I_{Pn}$	$I_{S_n}$	$\bar{I}_s$
P1	55,25		54,29		
P1+S		38,5		15,792	
P2	53,33		53,21		
P2+S		37,83		15,375	
P3	53,08		54,79		
P3+S		38,83		15,958	
P4	56,5		55,96		
P4+S		41,17		14,792	
P5	55,42		55,54		
P5+S		40,08		15,458	
P6	55,67		55,21		
P6+S		39,42		15,792	
P7	54,75		55,50		
P7+S		41,17		14,333	
P8	56,25		54,83		
P8+S		40,33		14,5	
P9	53,42		55,00		
P9+S		39,08		15,917	
P10	56,58		55,87		
P10+S		40,25		15,625	
P11	55,17				

A partir de la expresión (2) y de los datos anteriores obtenemos el factor de sensibilidad. Por tanto:

$$f = \frac{m_s}{\bar{I}_s} = \frac{5,001 \text{ mg}}{15,354 \text{ división}} = 0,3257 \frac{\text{mg}}{\text{división}}$$

#### **Ensayo de la influencia del punto de escala:**

Para realizar este ensayo seleccionamos las taras de 100 kg y además cuatro pesas de 20 kg que nos permitirán realizar el ensayo para una tara próxima al alcance máximo de la balanza. Como pesas diferenciales emplearemos dos pesas de 200 mg que representarán los puntos de 200 mg y de 400 mg (40 % y 80 % de la escala diferencial), y como pesa de sensibilidad emplearemos de nuevo la pesa de 5 mg.

Procederemos a situar las taras de 100 kg, una en cada plato y luego situaremos dos de 20 kg en cada plato de la balanza de modo que tengamos 140 kg en cada plato de la balanza.

El procedimiento de toma de indicaciones será similar al de repetibilidad, es decir, bloqueando la balanza y situando primero las pesas diferenciales para posteriormente bloquear de nuevo y añadirle la pesa de sensibilidad repitiendo de nuevo la medida de las pesas diferenciales. Las indicaciones obtenidas fueron las siguientes:

Punto de escala	O <sub>1</sub>	O <sub>2</sub>	O <sub>3</sub>	O <sub>4</sub>	O <sub>5</sub>	Indicación (I)
I' <sub>P</sub> (200 mg)	2681	-2566	2662	-2541	2654	56,08
I' <sub>P+S</sub> (200 mg +5 mg)	2668	-2583	2642	-2562	2633	37,58
I'' <sub>P'</sub> (200 mg)	2694	-2574	2683	-2567	2663	54,75
I'' <sub>P</sub> (400 mg)	2656	-2543	2649	-2530	2628	53,92
I'' <sub>P+S</sub> (400 mg +5 mg)	2637	-2547	2614	-2531	2601	39,17
I'' <sub>P'</sub> (400 mg)	2644	-2548	2656	-2525	2637	54,58

A partir de las indicaciones obtenidas calculamos:

$$\bar{I}'_P = \frac{I'_{P+S} + I'_{P'}}{2} = \frac{37,58 + 54,75}{2} = 46,165 \text{ divisiones de escala}$$

$$\bar{I}''_P = \frac{I''_{P+S} + I''_{P'}}{2} = \frac{39,17 + 54,58}{2} = 46,875 \text{ divisiones de escala}$$

Por tanto:

$$I'_S = I'_{P+S} - \bar{I}'_P = 37,58 - 46,165 = -8,585 \text{ divisiones de escala}$$

$$I''_{S1} = I''_{P+S} - \bar{I}''_P = 39,17 - 46,875 = -7,705 \text{ divisiones de escala}$$

Por tanto la influencia del punto de escala quedará cubierta por la siguiente diferencia:

$$\Delta I_{Se} = I'_S - I''_{S1} = -8,585 - (-7,705) = -0,88 \text{ divisiones de escala}$$

#### **Ensayo de la influencia del plato:**

Para evaluar la influencia del plato en la indicación de la balanza seleccionamos las dos taras de 100 kg, una pesa diferencial de 200 mg junto con otra de 50 mg y la pesa de sensibilidad de 5 mg. Tal y como se explica en el punto 5.3 obtendremos las indicaciones con las pesas en un plato y en el contrario cambiando también la posición de las taras. Los datos obtenidos fueron los siguientes:

Punto de escala	O <sub>1</sub>	O <sub>2</sub>	O <sub>3</sub>	O <sub>4</sub>	O <sub>5</sub>	Indicación (I)
I <sub>P</sub> (200 mg)	2759	-2635	2740	-2614	2706	55,25
I <sub>P+S</sub> (200 mg +5 mg)	2731	-2643	2713	-2628	2698	39,25
I <sub>P'</sub> (200 mg)	2753	-2637	2742	-2619	2709	53,33
I' <sub>P</sub> (200 mg)	-2112	1325	-2100	1314	-2082	-389,25
I' <sub>P+S</sub> (200 mg +5 mg)	-2100	1345	-2087	1335	-2072	-373,17
I' <sub>P'</sub> (200 mg)	-2116	1319	-2089	1312	-2076	-389,08

A partir de las indicaciones obtenidas calculamos:

$$\bar{I}_P = \frac{I_{P+S} + I_{P'}}{2} = \frac{39,25 + 53,33}{2} = 46,29 \text{ divisiones de escala}$$

$$\bar{I}'_P = \frac{I'_{P+S} + I'_{P'}}{2} = \frac{-373,17 + (-389,08)}{2} = -381,125 \text{ divisiones de escala}$$

$$I_S = I_{P+S} - \bar{I}_P = 39,25 - 46,29 = -7,04 \text{ divisiones de escala}$$

$$I'_S = I'_{P+S} - \bar{I}'_P = -389,17 - (-373,17) = -15,995 \text{ divisiones de escala}$$

Por tanto la influencia del plato quedará cubierta por la siguiente diferencia (en valor absoluto debido al cambio de signo de las oscilaciones):

$$\Delta I_{Sp} = I_S - I'_S = 15,995 - 15,04 = 0,96 \text{ divisiones de escala}$$

#### **Ensayo de la influencia de la flexión del brazo:**

En este ensayo empleamos para el punto próximo al mínimo dos pesas de 20 kg como taras, y para el punto próximo al alcance máximo de la balanza dos pesas de 100 kg más otras dos de 20 kg para cada plato de la balanza de modo que tengamos 140 kg en cada plato de la balanza. Como pesas diferencial y de sensibilidad emplearemos las mismas que en el ensayo de repetibilidad, una de 200 mg y otra de 50 mg como pesa diferencial y la de sensibilidad de 5 mg. Los datos obtenidos fueron los siguientes:

Punto de escala	O <sub>1</sub>	O <sub>2</sub>	O <sub>3</sub>	O <sub>4</sub>	O <sub>5</sub>	Indicación (I)
$I_P$ (200 mg)	2898	-2579	2881	-2561	2863	155,33
$I_{P+S}$ (200 mg +5 mg)	2890	-2608	2872	-2589	2854	136,75
$I_{P'}$ (200 mg)	2904	-2582	2886	-2566	2869	156,17
$I'_{P'}$ (200 mg)	2756	-2644	2744	-2623	2719	53,08
$I'_{P'+S}$ (200 mg +5 mg)	2741	-2649	2711	-2633	2700	38,17
$I'_{P''}$ (200 mg)	2751	-2625	2721	-2608	2706	54,75

A partir de las indicaciones calculamos:

$$\bar{I}_P = \frac{I_P + I_{P'}}{2} = \frac{155,33 + 156,17}{2} = 155,75 \text{ divisiones de escala}$$

$$\bar{I}'_{P'} = \frac{I'_{P'} + I'_{P''}}{2} = \frac{53,08 + 54,75}{2} = 53,92 \text{ divisiones de escala}$$

Por tanto:

$$I_S = I_{P+S} - \bar{I}_P = 155,75 - 136,75 = 19 \text{ divisiones de escala}$$

$$I'_S = I'_{P'+S} - \bar{I}'_{P'} = 53,92 - 38,17 = 15,75 \text{ divisiones de escala}$$

La influencia del brazo queda reflejada en la siguiente diferencia:

$$\Delta I_{Sb} = I_S - I'_S = 19 - 15,75 = 3,25 \text{ divisiones de escala}$$

#### **Cálculo de incertidumbres:**

- Contribuciones a la incertidumbre derivadas de la pesa de sensibilidad:
  - Contribución del patrón empleado como pesa de sensibilidad relativa al certificado de calibración:

$$u(\delta m_c) = \frac{U}{k} = \frac{0,003}{2} = 0,0015 \text{ mg}$$

- Contribución por deriva del patrón.

Tomamos una  $k_D$  igual a 1 porque consideramos que las pesas están en buen estado.

$$u(\delta m_D) = \frac{k_D \cdot U(m_c)}{\sqrt{3}} = \frac{0,003}{\sqrt{3}} = 0,0017 \text{ mg}$$

- Contribución a la incertidumbre por empuje del aire.

Teniendo en cuenta que la densidad de la pesa de sensibilidad y de las pesas diferenciales es de  $7950 \text{ kg/m}^3$  y la de la tara es de  $8000 \text{ kg/m}^3$  (según sus respectivos certificados) y obteniendo la densidad del aire durante los ensayos a partir de las condiciones ambientales medidas y de la ecuación para el cálculo del aire húmedo [7] realizamos los siguientes cálculos para obtener la incertidumbre de la corrección debida al empuje del aire.

La tara de 100 kg tiene un nominal de 100,001 y una densidad de  $8000 \text{ kg/m}^3$  y las pesas diferenciales 200,001 mg y 50,001 mg y la de sensibilidad 5,001 mg y tienen una densidad de  $7950 \text{ kg/m}^3$  según sus respectivos certificados. A partir de la expresión (21) obtenemos:

$$\rho = \frac{\sum M_j}{\sum \frac{M_j}{\rho_j}} = 7999,99 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

En la tabla 1 de la referencia [3] obtenemos los máximos errores permitidos para cada una de las pesas empleadas. Los valores son 160 mg para la pesa de 100 kg, 0,020 mg para la pesa de 200 mg, para la pesa de 50 mg 0,012 mg y para la pesa de sensibilidad de 5 mg son 0,006 mg. Por tanto la incertidumbre relativa a la corrección por empuje del aire quedará de la siguiente forma:

$$u(\delta m_b) = \frac{-2em_c(\rho_a - \rho_0) \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_{ac}} \right)}{\sqrt{3}} =$$

$$= \frac{-2 \cdot (160 + 0,020 + 0,012 + 0,006) \cdot (1,1 - 1,2) \left( \frac{1}{7999,99} - \frac{1}{8000} \right)}{\sqrt{3}} = 3,706 \times 10^{-11} \text{ mg}$$

- Contribuciones a la incertidumbre derivadas de la indicación de la balanza:

- Contribución de la indicación debida a la media obtenida de las indicaciones en el ensayo de repetibilidad:

$$u(\delta I_{\text{desv}}) = \frac{s(I_{\text{sn}})}{\sqrt{n}} = \frac{0,711}{\sqrt{10}} = 0,23 \text{ divisiones de escala}$$

- Contribución de la indicación debida al escalón del instrumento:

$$u(\delta I_d) = \frac{d}{2\sqrt{3}} = \frac{1 \text{ división de escala}}{2\sqrt{3}} = 0,28 \text{ divisiones de escala}$$

- Contribución de la indicación debida a la influencia del punto de escala:

$$u(\Delta I_{\text{se}}) = \frac{\Delta I_{\text{se}}}{2\sqrt{3}} = \frac{2,75}{2\sqrt{3}} = 0,79 \text{ divisiones de escala}$$

- Contribución de la indicación debida a la influencia del plato:

$$u(\Delta I_{\text{sp}}) = \frac{\Delta I_{\text{sp}}}{2\sqrt{3}} = \frac{0,96}{2\sqrt{3}} = 0,28 \text{ divisiones de escala}$$

- Contribución de la indicación debida a la influencia del brazo:

$$u(\Delta I_{\text{sb}}) = \frac{\Delta I_{\text{sb}}}{2\sqrt{3}} = \frac{3,26}{2\sqrt{3}} = 0,94 \text{ divisiones de escala}$$

La incertidumbre combinada de la sensibilidad resulta entonces:

$$u(f) = 0,0278 \frac{\text{mg}}{\text{división}}$$

Para obtener el factor de cobertura correspondiente seguimos los pasos indicados en el apartado 6.1 y evaluamos los grados de libertad  $\nu_i$  de cada una de las contribuciones a la incertidumbre. Para la contribución de  $\delta I_{\text{desv}}$  asignamos 9 grados de libertad ya que proviene de una distribución normal.

El resto de contribuciones provienen de distribuciones rectangulares, y aunque podríamos realizar un estudio más pormenorizado (en base a los datos de la pesa de sensibilidad y datos relativos a la balanza) podemos cubrirnos asignándoles un valor de grados de libertad relativamente bajo que nos asegure un  $k$  para un intervalo de confianza fiable:

Contribuciones ( $x_i$ )	$\nu_i$	Coefficiente de sensibilidad ( $c_i$ )
$\delta m_c$	50	$\frac{1}{l_s}$
$\delta m_D$	50	
$\delta m_B$	50	
$\delta l_{desv}$	9	$\frac{m_S}{l_s^2}$
$\delta l_d$	50	
$\Delta l_{se}$	50	
$\Delta l_{sp}$	50	
$\Delta l_{sb}$	50	

Aplicamos la expresión de Welch-Satterthwaite:

$$\nu_{\text{eff}} = \frac{u^4(f)}{\sum_{i=1}^8 \frac{u_i^4(f)}{\nu_i}} = \frac{u^4(f)}{\sum_{i=1}^8 \frac{c_i^4 u^4(x_i)}{\nu_i}} = 109,28$$

Comprobando este valor en la tabla de la distribución  $t$  de Student (tabla G.2 de [4]) obtenemos que el valor del factor de cobertura  $k$  correspondiente a una probabilidad del 95,45% es de 2. Finalmente la incertidumbre expandida asociada a la calibración, para una probabilidad del 95,45% queda:

$$U(f) = k \cdot u(f) = 2 \cdot 0,0278 \text{ mg} = 0,0556 \frac{\text{mg}}{\text{división}}$$

Por tanto el resultado final para el factor de sensibilidad de la balanza será:

$$(0,326 \pm 0,056) \frac{\text{mg}}{\text{división}}$$

# Metrología

NIPO: 113-20-002-9