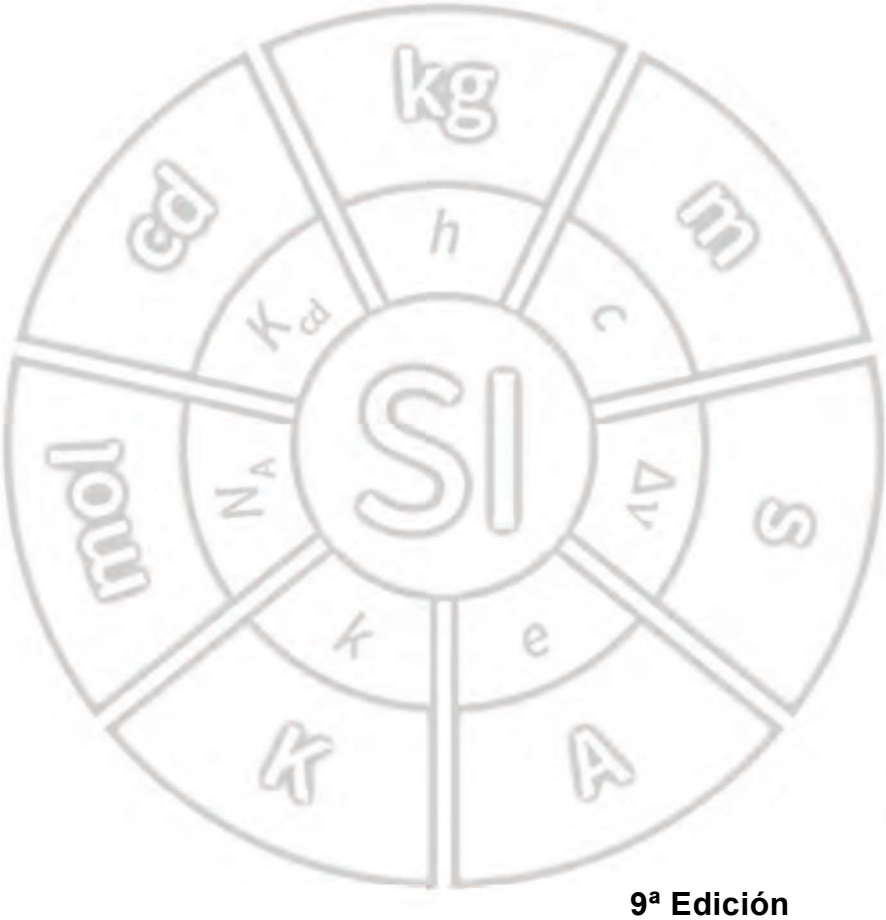
El Sistema Internacional de Unidades



9ª Edición
2019

Anexo II

Realización práctica de las definiciones de las unidades básicas

Edición en español
Centro Español de Metrología

GOBIERNO DE ESPAÑA
MINISTERIO DE INDUSTRIA, COMERCIO Y TURISMO
CEM CENTRO ESPAÑOL DE METROLOGÍA

NIPO: 113210146

Realización práctica de la definición del segundo

Comité Consultivo de Tiempo y Frecuencia

1. Introducción

El propósito de la realización práctica (*mise en pratique*), preparada por el Comité Consultivo de Tiempo y Frecuencia (CCTF) del Comité Internacional de Pesas y Medidas (CIPM), es indicar cómo puede realizarse en la práctica la definición de la unidad básica SI, el segundo, símbolo s.

En general, el término "realizar una unidad" se interpreta como el establecimiento del valor y la incertidumbre asociada de una magnitud del mismo tipo que la unidad, que es consistente con la definición de la unidad. La definición del segundo no implica ningún experimento particular para su realización práctica. En principio, podría utilizarse cualquier método capaz de proporcionar un valor de tiempo trazable al conjunto de las siete constantes de referencia. Por lo tanto, la lista de métodos dada no pretende ser una lista exhaustiva de todas las posibilidades, sino más bien una lista de aquellos métodos que son más fáciles de implementar y/o que brindan las menores incertidumbres y que son reconocidos oficialmente como métodos primarios por el Comité Consultivo relevante.

Un método primario es un método que tiene las más altas propiedades metrológicas, cuya operatividad puede describirse y comprenderse en su totalidad, al que puede asociarse una declaración completa de incertidumbre en términos de unidades SI; y que no requiere un patrón de referencia de la misma magnitud.

2. Definición del segundo

La definición del segundo, unidad básica SI de tiempo, es la siguiente [1]:

> **El segundo, símbolo s, es la unidad SI de tiempo. Se define al fijar el valor numérico de la frecuencia de la transición hiperfina del estado fundamental no perturbado del átomo de cesio 133, $\Delta\nu_{Cs}$, en 9 192 631 770, cuando se expresa en la unidad Hz, igual a s^{-1}.**

El efecto de esta definición es que el segundo es igual a la duración de 9 192 631 770 períodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental no perturbado del átomo de ^{133}Cs.

3. Realización práctica del segundo

3.1. Relojes atómicos

La definición de una unidad se refiere a una situación idealizada que se puede alcanzar en la realización práctica solo con cierta incertidumbre. En este espíritu, la definición del segundo debe entenderse como referida a átomos libres de cualquier perturbación, en reposo y en ausencia de campos eléctricos y magnéticos.

Una futura redefinición del segundo se justificará si estas condiciones idealizadas pueden lograrse mucho más fácilmente que con la definición actual.

La definición del segundo debe entenderse como la definición de la unidad de tiempo propio: se aplica en un pequeño dominio espacial que comparte el movimiento del átomo de cesio utilizado para realizar la definición.

En un laboratorio lo suficientemente pequeño como para permitir despreciar los efectos de la no uniformidad del campo gravitacional, en comparación con las incertidumbres de la realización del segundo, el segundo propio se obtiene después de aplicar la corrección relativista especial para la velocidad del átomo en el laboratorio, siendo erróneo corregir por el campo gravitatorio local.

3.1.1. Patrones primarios de frecuencia

Un pequeño número de laboratorios nacionales de metrología realizan la unidad de tiempo con la mayor exactitud. Para ello, diseñan y construyen patrones de frecuencia que producen oscilaciones eléctricas a una frecuencia cuya relación con la frecuencia de transición del átomo de cesio 133, que define al segundo, se conoce con una incertidumbre muy baja. Para dichos **patrones primarios de frecuencia**, se estiman y se corrigen los diversos desplazamientos de frecuencia, incluidos los debidos al efecto Doppler relativista relacionado con el movimiento del átomo, la radiación térmica del entorno (desplazamiento de cuerpo negro) y otros efectos varios relacionados con el diseño y funcionamiento del reloj.

En 2017, el mejor de estos patrones primarios producía el segundo SI con una incertidumbre típica relativa cercana a una parte en 10^{16}.

Debe hacerse notar que, a tal nivel de exactitud, no puede ignorarse el efecto de la falta de uniformidad del campo gravitatorio sobre el tamaño del dispositivo. Por tanto, el patrón debe considerarse dentro del marco de la relatividad general, a fin de que proporcione el tiempo adecuado en un punto específico, por ejemplo, en un conector.

3.1.2. Representaciones secundarias del segundo

Desde 2006 se mantiene y está disponible en https://www.bipm.org/en/publications/mises-en-pratique/standard-frequencies.html una lista de frecuencias recomendadas para representaciones secundarias del segundo.

La lista contiene los valores de frecuencia y las respectivas incertidumbres típicas de la transición de microondas del rubidio y de otras transiciones ópticas, incluyendo las de átomos neutros y las de iones individuales mantenidos en “trampas”. Estos son considerados **patrones secundarios de frecuencia**, los cuales pueden alcanzar exactitudes intrínsecas de unas pocas partes en 10^{18}; sin embargo, las incertidumbres proporcionadas en la lista están en el rango más bajo, de partes en 10^{14} - 10^{16}, ya que los valores numéricos de las frecuencias de transición deben determinarse mediante mediciones respecto a los patrones primarios, éstos con las incertidumbres intrínsecas explicadas anteriormente.

3.1.3. Otros patrones de frecuencia

Los patrones primarios de frecuencia pueden emplearse para calibrar la frecuencia de otros patrones de frecuencia utilizados como relojes en los laboratorios nacionales del servicio horario. Generalmente, se trata de **relojes de cesio** comerciales que se caracterizan por una excelente estabilidad de frecuencia a largo plazo: son capaces de mantener una frecuencia con una estabilidad mejor que 1 parte en 10^{14} durante unos pocos meses y, por tanto, son muy buenos “guardatiempos”. La incertidumbre relativa de sus frecuencias es hoy del orden de 5×10^{-13}, operando de forma independiente, un valor que ha mejorado solo en un factor 2 durante los últimos 25 años.

Los laboratorios de metrología del tiempo también utilizan **máseres de hidrógeno** que se basan en la transición hiperfina de 1,4 GHz del átomo de hidrógeno. Los máseres tienen una estabilidad de frecuencia a corto plazo mucho mejor que cualquier reloj de cesio comercial. Estos instrumentos se han utilizado tradicionalmente en todas las aplicaciones que requieren una referencia estable en intervalos inferiores a un día (estabilidad de frecuencia de aproximadamente

1 parte en 10^{15} para tiempos promedio de unas pocas horas). Algunos máseres de hidrógeno activos exhiben una pequeña pero predecible deriva de sus frecuencias con el tiempo y, por lo tanto, se han incluido con una importancia creciente en la realización del Tiempo Atómico Internacional (TAI), que elabora el BIPM, basado en un conjunto de relojes comerciales (ver más abajo).

3.2. Comparaciones de relojes

Las lecturas de los relojes de los institutos de metrología que cooperan con el BIPM, con respecto a una referencia, deben conocerse con gran exactitud. En algunas aplicaciones es un requisito el funcionamiento sincrónico de relojes que se hallan en establecimientos muy separados. Ambas situaciones requieren métodos precisos de comparación de relojes que puedan operar en cualquier lugar de la Tierra, en cualquier momento. En el contexto de la relatividad general, el concepto de sincronización es arbitrario y se basa en una convención sobre simultaneidad y sincronización.

Los Sistemas Globales de Navegación por Satélite (GNSS) proporcionan una solución satisfactoria al problema de la transferencia del tiempo. Los dos sistemas completos en órbita, el Sistema de Posicionamiento Global (GPS) estadounidense y el Sistema de Navegación Global por Satélite (GLONASS) ruso, compuestos respectivamente por 30 y 24 satélites no geoestacionarios, están diseñados para el posicionamiento, pero tienen la característica particular de que sus satélites están equipados con relojes atómicos que emiten señales horarias. El sistema europeo Galileo y el chino BeiDou serán igualmente utilizables en un futuro próximo. La señal de un satélite recibida en un laboratorio equipado con una antena, en una posición conocida con precisión, permite determinar la diferencia de tiempo entre la escala de tiempo local y la escala de tiempo del sistema GNSS con una incertidumbre tipo A de unos pocos nanosegundos, cuando se promedia más de 15 minutos. Los receptores permiten la recepción simultánea de señales de varios satélites y hacen uso de señales transmitidas en dos frecuencias. En el pasado, para poder comparar datos entre dos laboratorios era esencial que se recogieran bajo la estricta condición de "vista común". El análisis de vista común todavía presenta algunas ventajas, pero ya no es necesario en el caso de la transferencia de tiempo por GPS gracias a la disponibilidad en tiempo diferido de los parámetros de los relojes de los satélites, efemérides satelitales muy precisas y parámetros ionosféricos, proporcionados por el Servicio Internacional GNSS (IGS). Alternativamente, se puede promediar un conjunto de observaciones en cada laboratorio y calcular los desfases entre las escalas de tiempo locales a partir de las diferencias entre estos valores medios.

A partir de 2017, el sistema GPS se utiliza de forma regular para enlazar los laboratorios nacionales de muchos países. El uso de satélites GLONASS para comparaciones de tiempo ha aumentado al completarse la constelación de satélites y el funcionamiento de receptores duales GPS/GLONASS adecuados. Sin embargo, permanece limitado al sistema de vista común, hasta que estén disponibles los parámetros adecuados.

La Transferencia Bidireccional (*two-way*) de Tiempo y Frecuencia por Satélite (TWSFTF) se utiliza regularmente para comparar más de diez laboratorios de tiempo en todo el mundo. Consiste en la transmisión cuasi-simultánea de señales de radiofrecuencia entre dos laboratorios, utilizando un satélite de telecomunicaciones geoestacionario como retransmisor. Proporciona una exactitud de un nanosegundo en tiempo cuasi real después de, normalmente, 2 minutos de medición.

Todos estos métodos de comparación de tiempo están sujetos a efectos relativistas de varias decenas de nanosegundos, por lo que se deben aplicar correcciones para tenerlos en cuenta.

Igualmente importante es la determinación de los retardos de propagación de la señal en los equipos de transmisión (TWSTFT) y recepción (GNSS). El BIPM desarrolló un esquema para la calibración de equipos GPS en este contexto que se basa en el apoyo de las Organizaciones Regionales de Metrología (RMO) (ver http://www.bipm.org/jsp/en/TimeCalibrations.jsp). Las campañas para calibraciones de enlaces TWSTFT son realizadas y respaldadas por el BIPM. Los resultados de las campañas de calibración se reflejan, entre otras cosas, en los valores de

incertidumbre de las diferencias [*UTC* - *UTC* (*k*)] en la *Circular T* (ver más abajo) que alcanzan entre 1 ns y 7 ns, según el método y la antigüedad de la calibración.

3.3. Escalas de tiempo

Los laboratorios nacionales suelen operar varios relojes. Estos funcionan de forma independiente entre sí y sus datos a veces se combinan para generar una escala de tiempo invariable. Esta escala es más estable y exacta que cualquiera de los relojes individuales que contribuyen a ella. La escala se basa en los resultados de las comparaciones locales de relojes en el laboratorio. Estas escalas de tiempo atómico generalmente se denominan TA(*k*) para el laboratorio *k*.

La combinación óptima de todos los resultados de las comparaciones entre los relojes mantenidos en los laboratorios nacionales de los servicios horarios da como resultado una escala de tiempo de referencia mundial, el Tiempo Universal Coordinado (UTC), basado en el Tiempo Atómico Internacional (TAI), tal como lo introdujo la 14ª CGPM en 1971 (Resolución 1; CR, 77 y *Metrologia*, 1972, **8**, 35). Las definiciones formales de TAI y UTC han sido proporcionadas por el Comité Consultivo de Tiempo y Frecuencia (CCTF) en la Recomendación CCTF 3 (2017) y aprobadas en la Resolución 2 de la CGPM (2018) https://www.bipm.org/utils/common/pdf/CGPM-2018/26th-CGPM-Resolutions.pdf:

> *El Tiempo Atómico Internacional (TAI) es una escala de tiempo continua producida por el BIPM, basada en las mejores realizaciones del segundo SI. El TAI es una realización del Tiempo Terrestre (TT), con la misma frecuencia que la del TT, tal como se define en la Resolución B1.9 (2000) de la IAU.*
>
> *El Tiempo Universal Coordinado (UTC) es una escala de tiempo producida por el BIPM, con la misma frecuencia que el TAI, pero que se diferencia del TAI solo en un número entero de segundos.*

La responsabilidad sobre el TAI fue aceptada por el CIPM y transferida desde el *Bureau International de l'Heure* al BIPM el 1 de enero de 1988.

El TAI se procesa en dos pasos.

- Primero se calcula un valor medio ponderado basado en unos 450 relojes mantenidos en condiciones metrológicas en unos 80 laboratorios. El algoritmo utilizado está optimizado para la estabilidad a largo plazo, lo que requiere la observación del comportamiento de los relojes durante un período prolongado. En consecuencia, el TAI es una escala de tiempo diferido, disponible con un retraso de algunas semanas. En 2017, la estabilidad de frecuencia relativa del TAI se estimó en 3 partes en 10^{16} para tiempos promedio de un mes.
- La exactitud en frecuencia del TAI se evalúa luego comparando la unidad de la escala TAI con calibraciones del segundo SI producidas por patrones de frecuencia primarios y secundarios. Esto requiere la aplicación de una corrección para compensar el cambio relativista de frecuencia entre la ubicación del patrón primario y un punto fijo de una superficie convencional de igual potencial gravitatorio, muy cerca del geoide en rotación. La magnitud de esta corrección es, entre puntos fijos sobre la superficie de la Tierra, del orden de 1 parte en 10^{16} por metro de altitud. Durante 2017, la desviación relativa entre la unidad de la escala TAI y el segundo SI sobre el geoide en rotación fue de unas pocas partes en 10^{16}, y se conoció con una incertidumbre típica de aproximadamente 3×10^{-16}. Ambos valores numéricos cambian ligeramente de un mes a otro y se registran en la *Circular T* del BIPM. Esta diferencia se reduce cuando es necesario disciplinando la frecuencia del TAI mediante la aplicación de correcciones de unas pocas partes en 10^{16} por mes. Este método mejora la exactitud del TAI sin degradar su estabilidad a medio plazo.

El TAI no se distribuye directamente en la vida cotidiana. La hora de uso común es la hora UTC según lo recomendado por la 15ª CGPM en su Resolución 5 de 1975 (CR, 104 y *Metrologia*, 1975, **11**, 180). La escala UTC difiere del TAI en un número entero de segundos, de modo que

UTC - *TAI* = –37 s hasta al menos el 1 de julio de 2019. Más allá de esta fecha, los valores actualizados se pueden encontrar en ftp://ftp2.bipm.org/pub/tai/publication/leaptab. Esta diferencia se modificará en pasos de 1 s, utilizando un segundo intercalar positivo o negativo, con el fin de mantener la UTC en concordancia con el tiempo definido por la rotación de la Tierra de modo que, promediado en un año, el Sol cruce el meridiano de Greenwich al mediodía de UTC, dentro de 0,9 s.

Los laboratorios nacionales del servicio horario, que contribuyen a la formación del UTC en el BIPM, mantienen una aproximación al UTC, conocida como UTC(k) para el laboratorio k. El tiempo UTC se disemina mensualmente mediante la publicación de los desfases [*UTC*-*UTC*(k)] a intervalos de cinco días. Estos desfases alcanzan solo unas pocas decenas de nanosegundos para 35 de los 78 laboratorios involucrados. De acuerdo con la Recomendación S5 del CCDS[1] (1993), los laboratorios deben mantener las realizaciones locales UTC(k) dentro de un desfase de 100 ns respecto a UTC. Los valores de estos desfases y sus incertidumbres se publican en la *Circular T* del BIPM. En algunos casos, la UTC(k) representa la base de la hora legal en el país respectivo. Las horas legales en general están desfasadas respecto a la UTC en un número entero de horas (con excepciones), marcando así las zonas horarias y el horario de verano. Dichos horarios legales se diseminan, según el país, empleando diversos medios, tales como transmisores específicos de señal horaria, radio, televisión, relojes parlantes, líneas telefónicas, internet y servicios de transmisión por fibra óptica. Además, cada uno de los sistemas GNSS sirve *de facto* como medio para diseminar una predicción de la UTC, con una desviación de unas cuantas decenas de nanosegundos o mejor.

El cálculo de la UTC es la base de la comparación clave CCTF-K001.UTC, definida en el marco del Acuerdo de Reconocimiento Mutuo del CIPM: los desfases [*UTC* - *UTC*(k)] y sus incertidumbres constituyen los grados de equivalencia, que se publican en la base de datos de comparaciones clave del BIPM (KCDB).

El Grupo de Trabajo del CCTF sobre el Acuerdo de Reconocimiento Mutuo CIPM (CCTF WGMRA) establece documentos guía sobre los requisitos para participar en el cálculo de la escala UTC y en la comparación clave sobre tiempo CCTF-K001.UTC. Se puede acceder a estas directrices en http://www.bipm.org/en/committees/cc/cctf/publications-cc.html#pv.

Última actualización: 2017

Referencias

[1] BIPM, The International System of Units (SI Brochure) [9th edition, 2019], https://www.bipm.org/en/publications/si-brochure/

[1] El CCDS fue renombrado como Comité Consultivo de Tiempo y Frecuencia (CCTF) en 1997.

Realización práctica de la definición del metro

Comité Consultivo de Longitud

1. Introducción

El propósito de esta realización práctica (*mise en pratique*), preparada por el Comité Consultivo de Longitud (CCL) del Comité Internacional de Pesas y Medidas (CIPM), es indicar cómo puede realizarse en la práctica la definición de la unidad básica SI, el metro, símbolo m.

En general, el término "realizar una unidad" se interpreta como el establecimiento del valor y la incertidumbre asociada de una magnitud del mismo tipo que la unidad, que es consistente con la definición de la unidad. Un método primario para realizar una unidad es un método que tiene las más altas propiedades metrológicas, cuya operatividad puede describirse y comprenderse en su totalidad, al que puede asociarse una declaración completa de incertidumbre en términos de unidades SI; y que no requiere un patrón de referencia de la misma magnitud.

Este documento comienza con la definición del metro según lo acordado en la 26ª reunión de la Conferencia General de Pesas y Medidas (CGPM) en noviembre de 2018. A esto le sigue una descripción de los métodos mediante los cuales puede realizarse en la práctica la definición del metro, tanto realizaciones primarias basadas en la velocidad de la luz (como se deduce de la definición) como métodos secundarios que se utilizan en campos específicos de la metrología. Los anexos describen la teoría que sustenta las diversas técnicas de realización, junto con detalles sobre sus limitaciones.

2. Definición del metro

La definición del metro, unidad básica de longitud, es la siguiente [2.1]:

> **El metro, símbolo m, es la unidad SI de longitud. Se define al fijar el valor numérico de la velocidad de la luz en el vacío, *c*, en 299 792 458, cuando se expresa en la unidad m s^{-1}, donde el segundo se define en función de la frecuencia del Cesio $\Delta\nu_{Cs}$.**

El efecto de esta definición es que "*El metro es la longitud del trayecto recorrido por la luz en el vacío durante un intervalo de 1/299 792 458 de segundo*", como se indicaba en la anterior definición del metro, vigente desde 1983 [2.2], asegurando así la continuidad de la unidad SI de longitud con la definición anterior.

El segundo se define a partir de un valor exacto de la frecuencia de la transición hiperfina $\Delta\nu_{Cs}$ del átomo de cesio 133.

3. Métodos primarios para la realización práctica de la definición del metro

La ecuación fundamental que subyace bajo la definición anterior del metro es la relación directa existente entre longitud, intervalo de tiempo y velocidad de la luz:

$$l = c \cdot \Delta t \tag{1}$$

donde c es el valor fijo de la velocidad de la luz en el vacío, c = 299 792 458 m s^{-1} [3.1], e Δt es el tiempo de propagación de la luz a lo largo de un trayecto de longitud l. Por tanto, la realización de la unidad de longitud, a nivel primario, está vinculada a la medición del tiempo de propagación de la luz; esto puede lograrse directamente, con alta precisión relativa, en distancias largas (por ejemplo, la distancia Tierra-Luna) pero en los rangos típicos de la macroescala, la medición

indirecta del tiempo de propagación ofrece una mayor exactitud (dado al reto que supone medir un intervalo de tiempo muy corto).

En consecuencia, la definición del metro se puede realizar en la práctica mediante uno de los siguientes métodos primarios:

a) por medición directa del tiempo de propagación de la luz,

b) por medición indirecta del tiempo de propagación de la luz.

Estos dos métodos de medición se explican con más detalle a continuación, en las secciones 3a y 3b.

Nota sobre la velocidad de la luz

Si bien la definición del metro se refiere a la luz que viaja en el vacío, en la mayoría de los casos la realización de la unidad de longitud se realiza bajo la presión atmosférica. Entonces, el valor exacto de la influencia del aire en la velocidad de la luz es de gran importancia. Por tanto, hay que distinguir entre c, velocidad de la luz en el vacío y c', velocidad de la luz en general. Bajo presión atmosférica, el índice de refracción del aire reduce la velocidad de la luz ($c' = c/n$) con un efecto relativo del orden de 3×10^{-4} correspondiente a 300 µm por metro de longitud medida. Además, en el caso de la luz modulada, es importante considerar el índice de refracción del aire de grupo n_g en lugar del índice de refracción (de fase), n. Por ejemplo, para luz verde ($\lambda \approx 520$ nm) $n_g - n$ es aproximadamente 10^{-5}; es decir, considerar n en lugar de n_g provoca un error adicional de 10 µm por metro. Esta diferencia es significativa y comparable en valor a la variación del índice de refracción (de fase) del aire en todo el rango de luz visible: $n(380\text{ nm}) - n(780\text{ nm}) = 9 \times 10^{-6}$. Por lo tanto, la determinación de la velocidad exacta de la luz a utilizar en la ecuación (1) es una consideración importante en la realización del metro mediante métodos primarios.

3a. Medición directa del tiempo de propagación de la luz (tiempo de vuelo)

La medición directa del tiempo de propagación de la luz requiere alguna forma de modulación de la luz para generar elementos de referencia utilizables en el proceso de medición del tiempo. Cualquier tipo de modulación, incluso aplicada a la luz monocromática, genera una superposición de ondas de luz que forma un paquete de ondas. La longitud del trayecto de propagación de dicho paquete de ondas, p. ej. de un pulso láser, puede determinarse como se muestra en la figura 1. Un pulso de luz se divide en dos partes, generándose así dos pulsos, uno de los cuales recorre un trayecto corto, de referencia, y el otro recorre el trayecto a medir. Los reflectores situados al final de ambos trayectos están dispuestos de manera que la luz resulte retrorreflejada. Después del segundo paso a través del divisor de haz, el pulso de luz originado en el trayecto de referencia alcanza un detector de luz que establece, a partir de un umbral definido, un punto de referencia temporal, origen de cuentas. Un segundo punto de referencia y de conteo es generado por el pulso de luz retardado que se origina en el trayecto de medición. Los dos pulsos deben estar claramente separados en el tiempo.

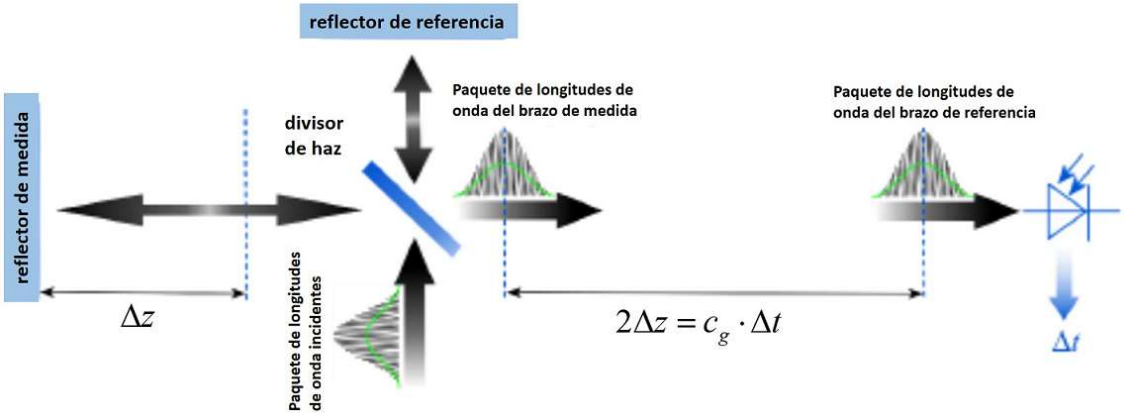


Figura 1. Realización primaria de la longitud mediante la medición directa del retardo de tiempo entre paquetes de ondas de luz que viajan por caminos de diferentes longitudes antes de llegar a un detector. Las curvas verdes dentro de los paquetes de ondas indican la intensidad media de luz detectada por el detector.

La medición del retardo temporal Δt entre ambas señales del detector permite determinar la diferencia de longitud, Δz, entre los trayectos de medición y de referencia, representada por la longitud, l:

$$l = \Delta z = \frac{1}{2} c_{\mathrm{g}} \cdot \Delta t \tag{2}$$

donde c_{g} es la velocidad de grupo del paquete de ondas. Mientras que en condiciones de vacío c_{g} es idéntica a c, bajo la influencia de la atmósfera c_{g} se obtiene de $c_{\mathrm{g}} = c/n_{\mathrm{g}}$, en donde n_{g} es el índice de refracción grupal del aire:

$$n_{\mathrm{g}}(\lambda) = n(\lambda) - \lambda \cdot \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda} \tag{3}$$

Un ejemplo destacado de medición directa del tiempo de propagación de la luz es la medición de la distancia Tierra-Luna [3.2]. En este caso se puede despreciar la longitud del trayecto de referencia, y además la mayor parte del trayecto de medición está en el espacio (vacío); es decir, en este ejemplo se comete un error relativo inferior a 10^{-8} por utilizar c (en lugar de c') como velocidad de la luz en la ecuación (1).

La medición directa del tiempo de propagación de la luz se utiliza ampliamente en mediciones de grandes distancias en la tierra, bajo la influencia de la atmósfera, en donde el índice de refracción del aire, su variación y falta de homogeneidad, limitan la incertidumbre de medición alcanzable (además de la exactitud de la electrónica y los relojes utilizados). La relación entre el tiempo de retardo y las diferencias de longitud se puede demostrar fácilmente para distancias cortas con un equipo estándar (un osciloscopio). Sin embargo, como el retardo de tiempo es tan pequeño, aproximadamente del orden de 3 ns por metro, la exactitud alcanzable en las mediciones de longitud de distancias cortas viene limitada por la electrónica. Por ejemplo, la medición de 1 m con una exactitud de 1 mm requiere una exactitud de 3 ps en la medición del tiempo de propagación. Por ello, la medición directa del tiempo de propagación de la luz es inadecuada para distancias cortas.

3b. Medición indirecta del tiempo de propagación de la luz (interferometría óptica)

Para la realización de longitudes inferiores a unos pocos metros, pero también, en general, para la realización más exacta de longitudes, son preferibles las técnicas interferométricas. La interferometría óptica es un método de medición basado en la superposición (interferencia) de la

luz. La luz se considera una onda electromagnética, cuyo campo eléctrico se propaga a lo largo del trayecto de medición (definido como dirección z):

$$E(z,t) = A\cos[\varphi] = A\cos[\omega \cdot t - k \cdot z + \delta] \tag{4}$$

donde A es la amplitud, φ la fase, ω la frecuencia angular, k el número de onda y δ la fase inicial. La relación entre los parámetros ω y k con la longitud de onda λ y la frecuencia f viene dada por $k = 2\pi/\lambda$ y $\omega = 2\pi f$.

Los frentes de onda recorren una distancia igual a una longitud de onda durante un período de oscilación T ($T = 1/f$). En consecuencia, la velocidad de una onda de luz monocromática, c, es $c = f \cdot \lambda$, la velocidad de fase.

Si bien la intensidad promedio de una única onda de luz monocromática está relacionada con el cuadrado de su amplitud, la interferencia de dos ondas de luz de la misma frecuencia da como resultado una intensidad detectable:

$$I = I_0\left(1 + \gamma \cdot \cos[\varphi_1 - \varphi_2]\right) \tag{5}$$

que está relacionada con la diferencia de fase entre las ondas (consúltese el Anexo 1 para obtener más detalles). En la práctica, las ondas de interferencia se generan por medio de interferómetros ópticos, de los cuales la disposición más simple se muestra en la figura 2, a la izquierda, que es básicamente la misma que la disposición de la figura 1.

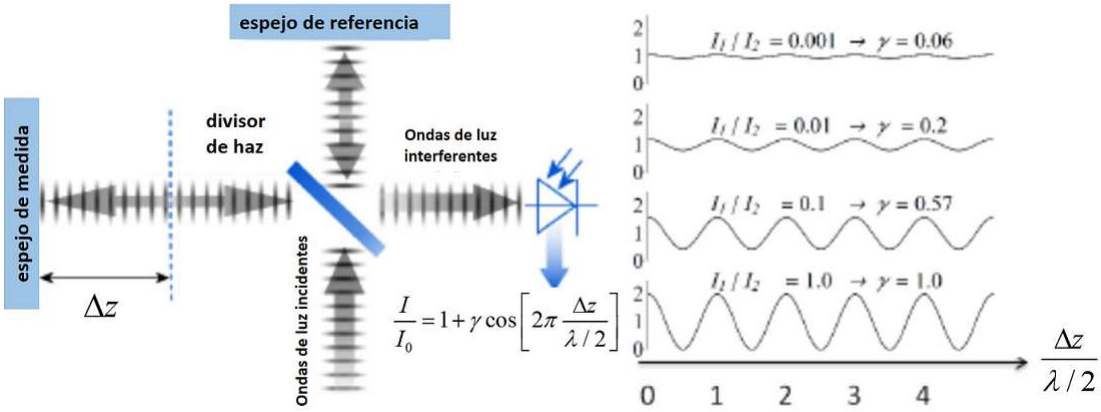


Figura 2. Realización primaria de la unidad de longitud por interferometría; es decir, por medición indirecta del retardo de tiempo entre ondas de luz monocromáticas que viajan por trayectos de diferentes longitudes antes de alcanzar un detector.

Se supone que la longitud del trayecto de referencia no cambia, mientras que la longitud del trayecto de medición es variable. La diferencia de fase requerida en la ecuación (5) está entonces estrictamente relacionada con la diferencia de longitud de los trayectos Δz; es decir,

$$\Delta\varphi = k \cdot 2\Delta z = \frac{2\pi \cdot \Delta z}{\lambda/2} \tag{6}$$

En consecuencia, la señal del detector varía periódicamente, tal como se muestra en la figura 2, a la derecha. La magnitud de la variación; es decir, el contraste de interferencia γ de la intensidad detectada, está relacionada con el cociente de intensidades individuales $a = I_1/I_2$, $\gamma = 2\sqrt{a}/(a+1)$. Como puede verse en la figura 2 para el caso de a = 0,001, incluso relaciones de intensidad extremas dan como resultado señales de interferencia fácilmente detectables.

En el caso más simple, puede medirse una longitud a lo largo del trayecto de medida desplazando continuamente el espejo de medida mientras se cuenta el número de períodos; es decir, el orden de interferencia $\Delta\varphi/2\pi$ = 1, 2,…. En cualquier caso, el valor del desplazamiento del espejo de medida, es decir, la longitud, es el producto aritmético de la semilongitud de onda de la luz y el orden de interferencia. Esta longitud puede considerarse como la mitad de la velocidad de la luz multiplicada por el retardo Δt entre las dos fases de las ondas de luz interferentes:

$$l = \Delta z = \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{1}{2} \cdot \frac{c}{n} \cdot \Delta t \tag{7}$$

La ecuación (7) muestra la relación entre la longitud y el tiempo de propagación de las ondas de luz, ya que la ecuación utiliza c (velocidad de fase de la luz) e Δt, tiempo de retardo entre los frentes de onda que se originan en el haz de medición con respecto al haz de referencia. En consecuencia, el tiempo de propagación, medido indirectamente por interferometría, resulta ser

$$\Delta t = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\Delta\varphi}{f} \tag{8}$$

La ecuación (8) revela claramente que la medición indirecta del tiempo de propagación de la luz requiere la medición de las siguientes magnitudes: la **frecuencia *f*** de la luz y la **diferencia de fase $\Delta\varphi$** entre las dos ondas interferentes, resultante de la observación de la intensidad de la interferencia utilizando un interferómetro.

El conocimiento de la **frecuencia de la luz, *f***, es un requisito esencial para la realización de la unidad de longitud. Proporciona el factor de escala entre una diferencia de fase medida y la longitud que se obtiene mediante interferometría. A menudo, en lugar de la frecuencia se indica el valor de la denominada "longitud de onda en el vacío", que describe la distancia entre los frentes de onda en el vacío, en condiciones idealizadas ($\lambda_0 = c/f$). Para las mayores exigencias de exactitud en cuanto a la frecuencia de la luz, la fuente de luz puede sincronizarse con los patrones primarios de frecuencia mediante una técnica adecuada.

Como alternativa a la medición directa de la frecuencia o de la longitud de onda en el vacío, el Grupo de trabajo conjunto del CCL y el CCTF sobre patrones de frecuencia (WGFS) produjo y mantiene una lista única de valores recomendados de frecuencias patrón para aplicaciones que incluyen la realización práctica del metro. Esta lista, ahora conocida como *Lista CIPM de valores recomendados de frecuencias patrón* (LoF) [3.3], se actualiza periódicamente con recomendaciones de nuevas frecuencias patrón candidatas por parte del CCL o del CCTF. Las frecuencias candidatas se examinan de acuerdo con un conjunto publicado de directrices y procedimientos [3.4] recomendándose al CIPM la entrada solo de aquellas que superan las comprobaciones necesarias. La LoF, mantenida por el BIPM, está disponible en su sitio web [3.3]. La lista contiene especificaciones relacionadas con cada patrón de frecuencia, que se muestran después de seleccionar un patrón en particular en la página web. Para obtener la lista completa de especificaciones, debe acudirse a la *Recomendación original del CIPM* (citada en la lista anterior) y a las diversas actualizaciones que desde entonces han sido aprobadas por el CIPM. Los laboratorios que utilizan una fuente de luz incluida en la *Lista CIPM de valores recomendados de frecuencias patrón* para la realización del metro deben participar en la comparación clave internacional CCL-K11 [3.5] al menos cada 10 años (a menos que sean laboratorios “nodo” en esta comparación). La comparación prueba la capacidad del laboratorio para realizar el patrón de frecuencia óptica relevante, dentro de sus incertidumbres declaradas.

La **medición de las diferencias de fase, $\Delta\varphi$**, mediante el uso de interferómetros medidores de longitud, se realiza principalmente en el aire. La presencia de aire reduce la velocidad de la luz a c/n y la longitud de onda a $\lambda = \lambda_0/n$. La reducción de la velocidad de la luz conduce a un aumento de la diferencia de fase medida; es decir, la misma longitud se realiza en el vacío y en el aire, según la ecuación 7. El valor real del índice de refracción del aire depende de los parámetros del

aire y de la longitud de onda. Éste se puede determinar de dos maneras: (i) considerando una ecuación empírica para *n* que incluye valores absolutos medidos de presión, temperatura, humedad y contenido de CO_2 [3.6 - 3.9], (ii) medición directa del índice de refracción a lo largo del trayecto de medición (refractometría). El método (ii) puede realizarse colocando una celda en la se ha hecho el vacío junto al trayecto de medición de la luz y midiendo la diferencia entre los trayectos de la luz en el aire y en el vacío, a lo largo de la longitud conocida de la celda.

En condiciones normales (101,325 Pa, 20 °C, 50 % de HR y 400 ppm de CO_2) el índice de refracción del aire es aproximadamente 1,000 27 para una longitud de onda de 633 nm. Ignorar el índice de refracción en una medición de longitud en el aire tiene un efecto de aproximadamente 0,27 mm en 1 m. La sensibilidad del índice de refracción del aire (para una longitud de onda de 633 nm) a los cambios de los parámetros ambientales en condiciones normales de laboratorio se muestra en la tabla 1. Puede verse que la presión y la temperatura del aire son los parámetros más críticos (más sensibles) debido a la alta sensibilidad y a los cambios diurnos relativamente grandes en entornos típicos no controlados.

Parámetro de influencia	**Valor en condiciones normales**	**Coeficiente de sensibilidad del índice de refracción**
Temperatura	20 °C	-9.2×10^{-7} K^{-1}
Presión	101 325 Pa	$+2.7 \times 10^{-9}$ Pa^{-1}
Contenido en CO_2	400 ppm	$+1.4 \times 10^{-10}$ (ppm)$^{-1}$
Humedad:		
Humedad relativa	50 % RH	-8.7×10^{-9} (% RH)$^{-1}$
Punto de rocío	9.27 °C	-1.5×10^{-8} K^{-1}
Presión de vapor de agua	1168 Pa	-1.8×10^{-10} Pa^{-1}

Tabla 1. Parámetros de influencia crítica que afectan el índice de refracción del aire, sus valores normales y coeficientes de sensibilidad.

Además de la frecuencia de la luz y el efecto del índice de refracción del aire, la incertidumbre de medición alcanzable en la realización práctica de la longitud por interferometría está limitada por muchas influencias, como se indica en el Anexo 2. Cada una de las contribuciones a la incertidumbre de medición global puede reducirse solo hasta cierto nivel.

4. Métodos secundarios para la realización del metro en nanometrología dimensional

La conveniencia de la realización de la unidad SI de longitud basada en la medición del tiempo de propagación o en la medición del desplazamiento por interferometría depende de la escala de longitudes. Estos métodos tradicionales, que a veces se describen dentro del campo de la nanometrología dimensional como enfoques de arriba a abajo, se implementan más fácilmente a escalas más grandes. A escalas relevantes para la nanometrología dimensional actual, estos métodos vienen limitados por la subdivisión de las franjas y por las no linealidades periódicas en la interferometría de longitud de onda visible.

Sin embargo, al mismo tiempo, la fabricación en la nanoescala está siguiendo las predicciones hechas en la década de 1980 [4.1] en cuanto a los niveles de exactitud exigibles en las décadas futuras, y estos requieren ahora, en las escalas nanométrica y subnanométrica, una capacidad de fabricación para la que la infraestructura de trazabilidad no está completamente disponible. Con el fin de garantizar una metrología de longitudes trazable al SI, adecuada a los requisitos rápidamente emergentes en nanometrología, es necesaria una ruta alternativa de trazabilidad para los niveles nanométrico y subnanométrico.

El éxito de la industria de los semiconductores y la prevalencia de la tecnología basada en el silicio han llevado a que el silicio sea uno de los materiales más estudiados en la naturaleza y a la disponibilidad de silicio cristalino de muy alta pureza. Los trabajos preparatorios para la revisión del SI de 2018 han dado como resultado un valor acordado por CODATA para el espaciado de la red del Si {220} d_{220} = 192,015 571 4 × 10^{-12} m, con una incertidumbre típica de 0,000 003 2 × 10^{-12} m, (es decir, $\Delta d/d$ = 1,67 × 10^{-8}) a una temperatura de 22,5 °C en el vacío. Este es el espaciado de red de un monocristal ideal de silicio sin dopar, isotópicamente natural, libre de impurezas e imperfecciones.

Las impurezas y las vacantes afectan al parámetro de red, siendo las impurezas que tienen el mayor efecto sobre el espaciamiento atómico el carbono y el oxígeno, mientras que el boro y el nitrógeno juegan un papel menos significativo en las concentraciones en las que normalmente se encuentran. Los detalles de la deformación inducida en el silicio, determinada tanto por trabajos experimentales como teóricos, se enumeran en Becker [4.2] y se reproducen aquí en la tabla 2.

Átomo	**Radio Teórico (nm)**	**Radio experimental (nm)**	**Deformación teórica parámetro β (10^{-24} cm^{-3})**	**Deformación experimental Parámetro β (10^{-24} cm^{-3})**
C	0,077	0,077	-6,9	-6,9 ± 0,2
O	intersticial	0,142		+4,4 ± 0,5
N	intersticial	0,150		+5,7 ± 0,1
B	0,088	0,084	-5,1	-5,6 ± 0,2
P	0,110	0,109	-1,4	-1,3 ± 0,2
As	0,118	0,117	±0	-0,007 ± 0,5
Sb	0,136	0,133	+3	+2,8 ± 0,2
Vacantes	0,129	0,1274	+2	+1,7 ± 0,5
Si	0,117	0,1176		

Tabla 2. Reproducida de [4.2], muestra valores teóricos y experimentales para el radio efectivo y los parámetros de deformación de red (β) de átomos no puros en una red de silicio.

Para lograr valores de incertidumbre del espaciado de red que se aproximen al valor de CODATA, la concentración de impurezas en un cristal de silicio debe ser determinada por el fabricante o bien utilizando una técnica adecuada como la fluorescencia de rayos X, la activación de neutrones, o la espectroscopía de infrarrojos o de masa.

Las concentraciones de saturación de carbono, nitrógeno y oxígeno en el silicio vienen dadas en Ammon *et al*. (1996) [4.3] y en Wolf *et al*. (1996) [4.4]. Normalmente, el contenido de impurezas será mucho más bajo que los valores de saturación, para el silicio de la *zona de flotación*. Las concentraciones típicas de impurezas en el silicio de alta pureza de la zona de flotación son: carbono < 1 × 10^{16} cm^{-3}, oxígeno < 2 × 10^{16} cm^{-3} y nitrógeno < 1 × 10 ^{15} cm^{-3}. Cuando se desconocen las concentraciones, pero se sabe que el cristal se cultivó (creció) utilizando el método de la zona de flotación, estos valores podrían tomarse como el peor de los casos y calcularse un valor modificado para el parámetro de red. La magnitud de los efectos que causan las impurezas sobre el espaciamiento atómico se puede determinar multiplicando el parámetro de deformación, β, por la concentración de impurezas. A modo de ejemplo, la tabla 3 muestra el cambio en el espaciado de red de los planos d_{220} en una pieza de silicio de alta pureza, WASO4, utilizada para la medición de parámetros de red:

Impurezas del Si WASO4	**C**	**O**	**N**	**B**	**P**	**Vacantes**	**Auto-intersticios**
$\times 10^{15}$ cm^{-3}	2,5 ± 0,5	1,2 ± 0,7	0,62 ± 0,11	< 0,001	< 0,003	< 1	< 1
$\Delta d/d$	$-1{,}75 \times 10^{-8}$	$5{,}2 \times 10^{-9}$	$3{,}54 \times 10^{-9}$	$-5{,}6 \times 10^{-12}$	$-3{,}9 \times 10^{-12}$	$1{,}7 \times 10^{-9}$	

Tabla 3. Dilatación del parámetro de red debido a impurezas en el silicio WASO4.

Un enfoque alternativo para determinar el espaciado de red es utilizar un comparador de red [4.5, 4.6] Martin *et al*. (1998), Kessler *et al*. (2017), que permite comparar silicio con concentración desconocida de impurezas con una pieza de silicio cuyo espaciado de red es conocido.

Las incertidumbres relativas que se pueden obtener son comparables a la incertidumbre de la longitud de onda de los láseres de He-Ne polarizados y estabilizados que se utilizan habitualmente en los sistemas interferométricos de medición de desplazamiento.

Hay varios ejemplos de cómo una ruta de trazabilidad a través del espaciado de red del silicio es relevante para la nanometrología dimensional. Tres de estos son particularmente dignos de mención:

(1) interferometría de rayos X para metrología de desplazamientos;
(2) calibración de la amplificación de los TEM; y
(3) patrones de escalón basados en la red del silicio.

Recientemente, ha habido un progreso considerable en el uso de la interferometría de rayos X en la metrología de desplazamientos a escala submicrométrica y nanométrica. Los retos de la subdivisión de franjas y la no linealidad que limitan la interferometría de longitud de onda visible prácticamente desaparecen cuando se utiliza la interferometría de rayos X, debido al período de franja tan pequeño. En lugar de obtener la trazabilidad a partir de la longitud de onda (o frecuencia) de los rayos X, el espaciamiento de las franjas deriva del espaciado de red de los planos desde los que se difractan los rayos X en el interferómetro. Dado el silicio de alta pureza requerido para esta aplicación, es posible ligar las franjas al espaciado de red del silicio con gran exactitud, proporcionando así un sistema de medición de desplazamiento trazable a la nanoescala. En el Anexo 3 se ofrece más información sobre esto.

Con amplificación muy alta, existen modos de imagen TEM capaces de resolver la red de materiales cristalinos. El silicio es un material ampliamente utilizado en la nanofabricación y, por tanto, muchas nanoestructuras de interés son de silicio cristalino. Esto brinda la oportunidad de utilizar el espaciado de red del silicio como *regla patrón* trazable dentro de una imagen TEM. En el Anexo 4 se ofrece más información sobre este tema.

Superficies adecuadamente preparadas, ligeramente desalineadas respecto a los planos del cristal, mostrarán escalones monoatómicos correspondientes a la simple separación de los planos de red. Si se conocen bien las propiedades del material y de la superficie (p. ej., la relajación), el valor de tales escalones puede relacionarse directamente con el parámetro de red volumétrica del material. Ha habido un número considerable de investigaciones sobre esta posibilidad en relación con el silicio, y tales muestras son una fuente prometedora de calibración trazable a escala nanométrica. En el Anexo 5 se ofrece más información sobre este tema.

La accesibilidad de la red del silicio como *regla patrón* es más importante que la incertidumbre relativa del espaciado de red conocido para las mediciones TEM y los escalones de silicio, ya que las mediciones se realizan sobre unos pocos átomos y otras fuentes de incertidumbre dominarán las atribuidas a imperfecciones de la red. Este no es el caso de la interferometría de rayos X, donde el rango de medición cubre muchos miles de planos de red.

Al determinar el rango sobre el cual se pueden realizar mediciones con el interferómetro de rayos X, debe tenerse en cuenta el efecto de la concentración de impurezas sobre el parámetro de la red, así como la temperatura, la presión, los errores del sistema de movimiento y cualquier otra fuente de error, junto con la incertidumbre de medición deseada. Por estas razones, el Grupo de Trabajo

sobre Nanometrología del CCL ha establecido límites sobre el rango aplicable y la incertidumbre estimada con la que la constante de red d_{220} puede usarse como realización secundaria del metro. En los Documentos Guía disponibles en el sitio web del CCL y en los Anexos 3, 4 y 5 se ofrece una discusión detallada de estas limitaciones pero, en resumen:

El espaciado de red del Si{220}, d_{220} = 192,015 571 4 × 10^{-12} m, puede usarse como realización secundaria de la definición del metro, en aplicaciones de nanometrología dimensional, empleando las siguientes técnicas, y con las advertencias e incertidumbres límite asociadas siguientes:

(a) La medición de un desplazamiento con referencia al plano de red d_{220}, utilizando un interferómetro de rayos X, se puede realizar utilizando un interferómetro monolítico o un interferómetro dividido en dos partes. Ambos tipos de interferómetros tienen incertidumbres asociadas. La experiencia previa muestra que una incertidumbre de 10 pm es realista para un desplazamiento de 10 µm en un interferómetro monolítico y para un rango de 1 mm en un interferómetro de cristal separado, si se corrigen los errores de la unidad de escaneo del cristal separado. Como se describió anteriormente, se debe aplicar una corrección al espaciado de la red para tener en cuenta las impurezas dentro del cristal. Además, se deben tener en cuenta todas las fuentes de incertidumbre asociadas al interferómetro, su funcionamiento y su entorno operativo, como describen Basile *et al*. 2000 [4.7] para un interferómetro monolítico y Massa *et al*. 2015 [4.8] para una disposición de cristal separado.

(b) Calibración de la amplificación de un TEM por referencia a un artefacto de silicio monocristalino, donde la red cristalina es visible en el campo de visión del TEM y la dimensión o anchura de la nanoestructura monocristalina puede determinarse contando el número planos de red en la nanoestructura. Mediante este método se podrían lograr incertidumbres expandidas por debajo de 1 nm para anchuras de estructuras de línea inferiores a 200 nm.

(c) Medición de patrones de escalón fabricados a partir de silicio monocristalino, donde el rango de alturas de múltiples escalones monoatómicos está actualmente limitado a 10 nm y la incertidumbre de los escalones monoatómicos es de 5 pm en condiciones de UHV y de 15 pm en condiciones ambiente.

Referencias

[2.1] BIPM, The International System of Units (SI Brochure) [9th edition, 2019], https://www.bipm.org/en/publications/si-brochure/.

[2.2] Editor's Note, "Documents concerning the New Definition of the Metre", *Metrologia* **19** (1984) 163. DOI: 10.1088/0026-1394/19/4/004

[3.1] Resolution 2 in Comptes Rendus de la 15e CGPM (1975), 1976, p.103, reported in "News from the Bureau International des Poids et Mesures", *Metrologia* **11** (1975) 179–183. DOI: 10.1088/0026-1394/11/4/006

[3.2] Bender P L, Currie D G, Poultney S K, Alley C O, Dicke R H, Wilkinson D T, Eckhardt D H, Faller J E, Kaula W M, Mulholland J D, Plotkin H H, Silverberg E C, and Williams J G, "The Lunar Laser Ranging Experiment", *Science* **19** (1973) 229-239. DOI: 10.1126/science.182.4109.229

[3.3] BIPM, "Recommended values of standard frequencies" (2018). https://www.bipm.org/en/publications/mises-en-pratique/standard-frequencies.html

[3.4] Riehle F, Gill P, Arias F, and Robertson L, "The CIPM list of recommended frequency standard values: guidelines and procedures", *Metrologia* **55** (2018) 188. DOI: 10.1088/1681-7575/aaa302

[3.5] International comparison CCL-K11.
https://kcdb.bipm.org/appendixB/KCDB_ApB_info.asp?cmp_idy=913&cmp_cod=CCL-K11

[3.6] Birch K P and Downs M J, "Correction to the Updated Edlén Equation for the Refractive Index of Air", *Metrologia* **31** (1994) 315-316. DOI: 10.1088/0026-1394/31/4/006

[3.7] Ciddor P E, "Refractive index of air: new equations for the visible and near infrared", *Appl. Opt*. **35** (1996) 1566-1573. DOI: 10.1364/AO.35.001566

[3.8] Ciddor P E and R J. Hill, "Refractive index of air. 2. Group index", *Appl. Opt.* **38** (1999) 1663-1667. DOI: 10.1364/AO.38.001663

[3.9] Bönsch G and Potulski E, "Measurement of the refractive index of air and comparison with modified Edlen's formulae", *Metrologia* **35** (1998) 133–9. DOI: 10.1088/0026-1394/35/2/8

[4.1] Taniguchi N, "Current status in, and future trends of, ultraprecision machining and ultrafine material processing", *Annals of CIRP* **32** (2) (1983) 573-582. DOI: 10.1016/S0007-8506(07)60185-1

[4.2] Becker P, "History and progress in the accurate determination of the Avogadro constant", *Rep. Prog. Phys*. **64** (2001) 1945-2008. DOI: 10.1088/0034-4885/64/12/206

[4.3] Ammon W, Dreier P, Hensel W, Lambert U, and Köster L, "Influence of oxygen and nitrogen on point defect aggregation in silicon single crystals", *Mat. Sci. and Engg.* **B36** (1996) 33-41. DOI: 10.1016/B978-0-444-82413-4.50014-7

[4.4] Wolf E, Schröder, W Riemann H, and Lux B, "The influences of carbon hydrogen and nitrogen on the floating zone growth of four inch silicon crystals", *Mat. Sci. and Engg*. **B36** (1996) 209-212. DOI: 10.1016/B978-0-444-82413-4.50053-6

[4.5] Martin J, Kuetgens U, Stümpel J S, and Becker P, "The silicon lattice parameter - an invariant quantity of nature?" *Metrologia* **35** (1998) 811–817. DOI: 10.1088/0026-1394/35/6/4

[4.6] Kessler E G, Szabo C I, Cline J P, Henins A, Hudson L T, Mendenhall M H, and Vaudin M D, "The Lattice Spacing Variability of Intrinsic Float-Zone Silicon", *Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology* **122** (2017) Article No. 24. DOI: 10.6028/jres.122.024

[4.7] Basile G, Becker P, Bergamin A, Cavagnero G, Franks A, Jackson K, Kuetgens U, Mana G, Palmer E W, Robbie C J, Stedman M, Stümpel J, Yacoot A, and Zosi G, "Combined optical and x-ray interferometer for high precision dimensional metrology", *Proc. R. Soc. A* **456** (2000) 701–729. DOI: 10.1098/rspa.2000.0536

[4.8] Massa E, Sasso C P Mana G, and Palmisano C, "A More Accurate Measurement of the 28Si Lattice Parameter", *J. of Physical and Chemical Reference Data* **44** (2015) 031208. DOI: 10.1063/1.4917488

Anexo 1 - Principios físicos de la interferencia

La realización de una longitud por interferometría requiere la superposición de al menos dos ondas de luz.

En un enfoque simplificado, la intensidad media de una única onda de luz medible por un detector viene dada por[2]

$$I = \left\langle E^2 \right\rangle_t = \lim_{t\to\infty} \frac{\int_0^t \left(E(t,z)\right)^2 dt}{t} = \frac{A^2}{2} \tag{A1}$$

La situación es diferente en la interferencia de dos ondas de luz:

$$\left.\begin{aligned} E_1 &= A_1 \cos\left[\varphi_1\right] \\ E_2 &= A_2 \cos\left[\varphi_2\right] \end{aligned}\right\} \to I = \left\langle \left(E_1 + E_2\right)^2 \right\rangle_t = \frac{A_1^2}{2} + \frac{A_2^2}{2} + A_1 A_2 \cos\left[\varphi_1 - \varphi_2\right]$$
$$= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left[\varphi_1 - \varphi_2\right] \tag{A2}$$
$$= I_0 \left(1 + \gamma \cos\left[\varphi_1 - \varphi_2\right]\right)$$

donde la intensidad medible está relacionada con el coseno de la diferencia de fase $\varphi_1 - \varphi_2$ entre ambas ondas, siendo γ el contraste de interferencia $\gamma = 2\sqrt{I_1 I_2} / \left(I_1 + I_2\right) = \left(I_{\text{máx}} - I_{\min}\right) / \left(I_{\text{máx}} + I_{\min}\right)$ y $I_0 = I_1 + I_2$ la intensidad máxima.

[2] En sentido estricto, la intensidad de una onda electromagnética, es decir, su densidad de potencia, se define como el valor medio temporal de los vectores de Poynting $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$. La densidad del campo eléctrico, ***E***, es proporcional a la densidad del campo magnético ***H***. Para simplificar, aquí todas las constantes de proporcionalidad se consideran iguales a la unidad.

Anexo 2 - Contribuciones típicas a la incertidumbre en la realización práctica de la unidad de longitud por interferometría

1. La dirección de propagación de la onda debe coincidir con la dirección de la longitud a realizar. Este requisito puede satisfacerse hasta cierto punto mediante un diseño apropiado de la óptica (retrorreflectores a lo largo del trayecto de medida) o métodos de ajuste específicos (ajuste por autocolimación) [A2.1, A2.2]. Se debe tener cuidado para minimizar tanto el error de Abbe como el error de coseno [A2.3, A2.4].

2. El tamaño finito de una "fuente de luz puntual" real, colocada en el punto focal de una lente colimadora, conduce a una corrección por apertura, proporcional a la longitud, que debe aplicarse [A2.5].

3. Cuando un haz de luz extendido cubre un área determinada dentro de la cual se utiliza interferometría para determinar la longitud de artefactos materiales midiendo diferencias en la topografía de la fase:

   a) la posición lateral de la medición de longitud debe tener una asignación clara a la geometría;

   b) las longitudes resultantes deben ser insensibles a la orientación de la propia topografía de fase;

   c) el cambio de fase por reflexión en las superficies es de 180 ° solo en las superficies perfectas (rugosidad cero), no absorbentes (extinción cero del material); en las mediciones de longitud de artefactos materiales, como los bloques patrón, el cambio de fase dependerá de las propiedades del material; dichos efectos deben tenerse en cuenta mediante las correcciones adecuadas [A2.6, A2.7].

4. El frente de onda de la luz real no tiene una forma perfectamente plana; cualquier frente de onda deformado está sujeto a evolución durante la propagación a lo largo de una distancia. Para mantener este efecto lo más pequeño posible, son necesarios componentes ópticos idealmente casi planos. El efecto restante, debido a la distorsión del frente de onda, debe tratarse como una fuente de la incertidumbre de medida.

5. A menos que el campo óptico sea una onda plana, la longitud de onda es un concepto mal definido. De hecho, debido a la difracción, la distancia recorrida por un frente de onda durante un período de oscilación difiere de la de la onda plana y varía de un punto a otro. Por tanto, la relación entre la fase de la interferencia y la diferencia entre las longitudes de los brazos del interferómetro requiere correcciones que dependen de los espectros modales de los haces interferentes y del funcionamiento y detección de fase específicos del interferómetro. Por ejemplo, en la interferencia de haces gaussianos idénticos, cuando la diferencia entre brazos es mucho menor que la distancia de Rayleigh, el período del patrón de interferencia integrado difiere de la longitud de onda plana en una cuarta parte de la divergencia al cuadrado (en términos relativos) [A2.8, A2.9].

6. La naturaleza vectorial del campo óptico implica tanto contribuciones dinámicas como geométricas a la fase. Transportar estados de polarización a través de un interferómetro es análogo al transporte paralelo de vectores en una esfera y conduce a diferentes acumulaciones de fase de Berry a lo largo de diferentes trayectorias. Por tanto, la fase de interferencia podría incluir también contribuciones del transporte de la polarización, que aparecen como no linealidades [A2.10].

7. La separación de luz basada en la polarización es imperfecta en la práctica. La mezcla (*crosstalk*) de componentes puede limitar sustancialmente la incertidumbre de medición alcanzable, por ejemplo, en interferometría heterodina. Las propiedades de polarización de los elementos ópticos también se ven influidas por las condiciones de medida.

8. Las reflexiones no deseadas que provocan interferencias parasitas deben considerarse fuentes de error [A2.11].
9. Para mediciones absolutas e incrementales, debe garantizarse la estabilidad mecánica del trayecto de referencia.
10. En caso de esquemas de detección en CA, el detector puede influir en la medición de fase. El acoplamiento entre amplitud y fase, o una pequeña desviación del haz en caso de falta de homogeneidad local, pueden incrementar la incertidumbre sustancialmente, por lo que deben evitarse cuidadosamente.
11. Impureza de la luz: la fuente de luz utilizada puede contener fracciones de luz cuya frecuencia difiera de la frecuencia de luz prevista. Aunque en un láser se hace predominante un cierto modo resonante, la luz del láser generalmente contiene otros modos resonantes menores. Al entrar en un interferómetro, la presencia de modos parásitos afectará a la medición de la longitud [A2.12].
12. El índice de refracción del aire depende de varios parámetros (presión, temperatura, fracción parcial de gases menores como vapor de agua o CO_2). Los detalles están disponibles en la tabla 1. La suposición o determinación incorrecta del índice de refracción dará como resultado una longitud de onda incorrecta, lo que provocará errores directos dependientes de la longitud.
13. Debe calibrarse la frecuencia/longitud de onda de la luz que se esté utilizando; cualquier incertidumbre en la calibración de la fuente de luz tendrá un efecto directo sobre la longitud medida [A2.13].

Los valores exactos de las contribuciones de incertidumbre anteriores dependerán en gran medida del diseño particular del proceso de medición, pero en la tabla 4 se dan valores típicos que pueden encontrarse en la medición de longitud mediante interferometría (empleando valores típicos de dimensiones de interferómetros precisos).

Fuente de incertidumbre	**Valor habitual**
Error de Abbe (error de seno)	Depende de la distancia entre los ejes de desplazamiento y de medida (distancia *offset*) (d) y de la variación del ángulo de inclinación (θ); error = $d \tan \theta$; p. ej. para d = 1 mm y θ = 1”, error = **5 nm**.
Error de coseno	Depende del error angular (θ). Para ángulos pequeños, el error relativo $\approx \theta^2/2$, p. ej. para θ = 1”, el error relativo es $\mathbf{1{,}2 \times 10^{-11}}$.
Corrección por la apertura de la fuente de luz	Depende del diámetro de la apertura (d) y de la distancia focal (f) del colimador, p. ej. para d = 1 mm, y f = 1000 mm, el error relativo (dado por $d^2/16f^2$) es $\mathbf{6{,}25 \times 10^{-8}}$
Cambio de fase en la reflexión	**~20 nm** de diferencia entre p. ej. acero y vidrio, variación de **~3 nm** entre diferentes aceros
Aberraciones del frente de onda	Depende de la calidad de las ópticas, típicamente de $\lambda/20$ a $\lambda/40$, lo que genera un error superficial de **15 nm a 30 nm** en toda la imagen, aunque localmente los efectos son más pequeños (**pocos nm**).

Frentes de onda no planos	Típicamente, del orden de **1 o 2 nm** para sistemas de difracción limitada.
Efectos de transporte de la polarización	Afecta a la interpolación de franjas, lo que conduce a errores del orden de **unos pocos nm** a baja potencia.
Mezcla de polarizaciones	Afecta a la interpolación de franjas, lo que da lugar a errores cíclicos del orden de **unos pocos nm**.
Reflexiones parásitas no deseadas	Afecta a la interpolación de franjas, lo que conduce a errores del orden de **unos pocos nm** a baja potencia
Inestabilidad del trayecto de referencia	Contribuye directamente al error, en una relación 1:1, por ejemplo, considerando un brazo mecánico de acero de 1 m (α = 10,7 × 10^{-6} K^{-1}), un cambio de temperatura de 1 °C cambiaría la longitud del brazo en **10,7 µm**, lo que da lugar a un error de longitud del mismo valor
Problemas de detección en CA	Depende de la geometría, pero podría causar un error en la fracción de franja significativo (por ejemplo, hasta ½ franja, ~320 nm)
Modos secundarios del láseres	A bajas potencias, los modos secundarios del láser afectan a la interpolación de franjas, lo que conduce a errores del orden de **unos pocos nm** en la medición de topografía o de longitud. Para algunas mediciones basadas en la difracción, el efecto podría ser mayor (por ejemplo, el modo secundario de 640 nm, en un láser de 633 nm, da lugar a un error del **1,1 %** en el orden de difracción [A2.7])
Índice de refracción del aire Véase la Tabla 1 y de [3.8] a [3.11]	En condiciones típicas de laboratorio, el índice de refracción no corregido (asumiendo vacío) da lugar a un error relativo de 0,000 27. Una variación diurna habitual (10 °C, 50 hPa, 10 % de HR, 100 ppm de CO_2) cambia el índice de refracción en **~3 × 10^{-5}**
Frecuencia/longitud de onda de la luz [A2.7]	Se puede suponer que un láser de He-Ne de 633 nm no estabilizado y no calibrado tiene una longitud de onda λ = 632,9908 nm con una incertidumbre típica relativa de **1,5 × 10^{-6}**. Un láser con frecuencia estabilizada se puede calibrar con una incertidumbre de algunas partes en 10^{11}; los láseres estabilizados comerciales típicos pueden lograr una estabilidad de frecuencia de alrededor de **10^{-9}**.

Tabla 4. Fuentes de incertidumbre en el uso de interferometría para medir longitudes: fuentes de incertidumbre y valores habituales.

Referencias

[A2.1] Lewis A and Pugh D J, "Interferometer light source and alignment aid using single-mode optical fibres", *Meas. Sci. Technol*. **3** (1992) 929-930. DOI: 10.1088/0957-0233/3/9/022

[A2.2] Schödel R and Bönsch G, "Highest accuracy interferometer alignment by retroreflection scanning", *Appl. Opt.* **43** (2004) 5738-5743. DOI: 10.1364/AO.43.005738

[A2.3] Abbe E, "Messapparate für Physiker", *Zeitschrift fur Instrumentenkunde* **10** (1890) 446–448.

[A2.4] Flack D and Hannaford J, "Fundamental Good Practice in Dimensional Metrology", *NPL Good Practice Guide No. 80*, ISSN 1368-6550, Oct 2012, National Physical Laboratory. https://www.npl.co.uk/resources/gpgs/dimensional-metrology-guide

[A2.5] Bruce C F, "The Effects of Collimation and Oblique Incidence in Length Interferometers", *Australian J. Phys*. **8** (1955) 224-240. DOI: 10.1071/PH550224

[A2.6] Doi T, Toyoda K, and Tanimura Y, "Effects of phase changes on reflection and their wavelength dependence in optical profilometry", *Appl. Opt*. **36** (1997) 7157-7161. DOI: 10.1364/AO.36.007157

[A2.7] Thwaite E G, "Phase correction in the interferometric measurement of end standards", *Metrologia* **14** (1978) 53. DOI: 10.1088/0026-1394/14/2/002

[A2.8] Bergamin A, Cavagnero G, Cordiali L, and Mana G, "A Fourier optics model of two-beam scanning laser interferometers", *Eur. Phys. J.* **D 5** (1999) 433–440. DOI: 10.1007/s100530050275

[A2.9] Andreas B, Fujii K, Kuramoto N, and Mana G, "The uncertainty of the phase-correction in sphere-diameter measurements", *Metrologia* **49** (2012) 479-486. DOI: 10.1088/0026-1394/49/4/479

[A2.10] Massa E, Mana G, Krempel J, and Jentschel M, "Polarization delivery in heterodyne interferometry", *Opt. Express* **21**, 27119-27126 (2013). DOI: 10.1364/OE.21.027119

[A2.11] Schwider J, Burow R, Elssner K-E, Grzanna J, Spolaczyk R, and Merkel K, "Digital wave-front measuring interferometry: some systematic error sources", *Appl. Opt*. **22** (1983) 3421-3432. DOI: 10.1364/AO.22.003421

[A2.12] Schödel R and Franke P, "The effect of a parasitic light mode in length measurements by interferometry", *Metrologia* **56** 015009 (2019). DOI: 10.1088/1681-7575/aaf480

[A2.13] Stone J A, Decker J E, Gill P, Juncar P, Lewis A, Rovera G D, and Viliesid M, "Advice from the CCL on the use of unstabilized lasers as standards of wavelength: the helium–neon laser at 633 nm", *Metrologia* **46** (2009) 11. DOI: 10.1088/0026-1394/46/1/002

Anexo 3 - Realización secundaria del metro SI utilizando parámetros de red del silicio e interferometría de rayos X, para aplicaciones en las escalas nanométrica y subnanométrica, en nanometrología dimensional

La técnica de interferometría de rayos X fue demostrada por primera vez por Bonse y Hart [A3.1] siendo Hart [A3.2] quien propuso utilizar la interferometría de rayos X en metrología dimensional. Un interferómetro de rayos X (XRI) es acromático; el espaciado de las franjas del interferómetro se basa puramente en el espaciado de red de los planos del cristal desde los que se difractan los rayos X. No existe una no linealidad periódica significativa, ya que la técnica se basa en el recuento de átomos dentro de un cristal. El parámetro de red del silicio establece la periodicidad efectiva en 0,192 nm cuando los rayos X se difractan desde los planos d_{220}. Con configuraciones apropiadas de interferómetros de rayos X es posible una subdivisión del espaciado de red, hasta alcanzar una resolución de unos pocos picómetros, con solo una pequeña falta de linealidad a este nivel.

Hasta la década de 1990, la mayor parte del trabajo de interferometría de rayos X realizado por los institutos de metrología se dirigió a medir el espaciado de los planos d_{220} del silicio, como parte de un proyecto más amplio para determinar la constante de Avogadro en apoyo de la metrología de masas [A3.3, A3.4] . Además de medir el parámetro de la red, también se ha examinado su variación en función del contenido de impurezas [A3.5, A3.6]. Se han publicado varios valores para el espaciado de red del Si d_{220} [A3.7], el cual aparece también en CODATA [A3.8]. A principios de la década de 1990, el NPL, el PTB y el IMGC (ahora INRIM) reconocieron que el espaciado de red del Si d_{220} era conocido lo suficientemente bien como para poder usarlo como patrón de referencia en la metrología dimensional, utilizando interferometría de rayos X. Construyeron una instalación combinada de interferometría óptica y de rayos X (COXI) en el NPL [A3.9] para la calibración de transductores de medición de desplazamiento. Esto estableció la trazabilidad al metro a través de la frecuencia de un láser de He-Ne y del parámetro de red del silicio que se había medido previamente mediante interferometría de rayos X. Las mediciones de largo alcance (hasta ± 1 mm) se realizaron utilizando el interferómetro óptico y las de corto alcance y alta precisión se realizaron utilizando el interferómetro de rayos X, funcionando así con un principio similar a una escala Vernier. Esto obvió la necesidad de una subdivisión de las franjas ópticas. El trabajo de colaboración posterior del NPL y el PTB condujo a la evaluación de varios transductores de medición de desplazamiento y al uso del interferómetro de rayos X como plataforma de posicionamiento en la microscopía de sonda de barrido (SPM) [A3.10]. En 2011 se completó el proyecto NANOTRACE [A3.11] en el que se evaluó el rendimiento de varios interferómetros ópticos de alta precisión desarrollados por distintos INM. También se ha demostrado la capacidad de posicionamiento al nivel de subfranja de rayos X [A3.12].

Principio de operación

El silicio es la opción preferida para la construcción de un XRI, no solo por el conocimiento del parámetro de red, sino también porque está disponible como cristal puro sin defectos, en forma de varillas, en orientaciones cristalográficas específicas, y porque es elástico. El monocristal de silicio utilizado para la fabricación de un XRI debe ser ultrapuro, sin dopar y sin dislocaciones, y cultivado por el método de la zona de flotación, con un contenido de carbono y oxígeno de menos de 5×10^{15} cm^{-3}. El contenido de impurezas se puede determinar por separado mediante una variedad de técnicas como la espectrometría de masas o infrarroja, la activación de neutrones o la fluorescencia de rayos X. La topografía de rayos X de doble cristal se puede utilizar para examinar la homogeneidad de la red con una exactitud de unas pocas partes en 10^{-8} y el cristal utilizado puede compararse, si se desea, con uno cuyo parámetro de red sea conocido.

Las exigentes tolerancias con las que deben alinearse los componentes han llevado a que la mayoría de los interferómetros de rayos X de construcción monolítica se mecanicen a partir de un monocristal de gran tamaño. La figura 3 muestra un diagrama esquemático de la vista en planta de un interferómetro de rayos X monolítico junto con la trayectoria seguida por los rayos X. El material se mecaniza alejándose de la parte superior del bloque original de silicio hasta dejar tres

laminillas delgadas equiespaciadas, típicamente de unos cientos de micrómetros de espesor, que generalmente se denominan divisor de haz (B), espejo (M) y analizador (A), respectivamente. Las caras de las laminillas están orientadas perpendicularmente a los planos cristalográficos, habitualmente (220), desde los que se difractan los rayos X. Cerca de la tercera laminilla (A, analizador) se mecaniza un elemento flexible (*flexure stage*) de modo que la aplicación de una fuerza paralela a las caras de las laminillas da como resultado el desplazamiento de la tercera laminilla.

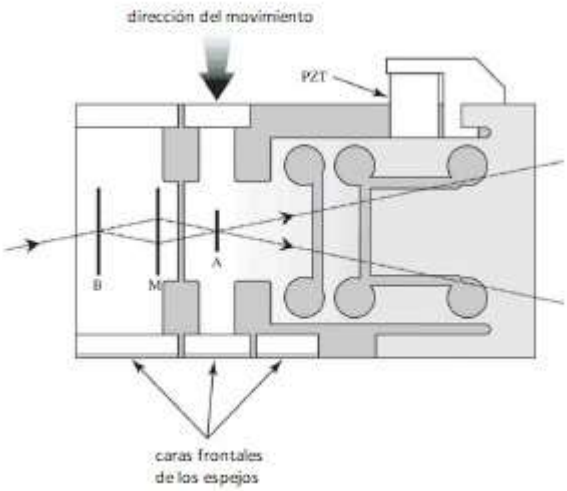


Figura 3. Vista en planta de un interferómetro de rayos X monolítico. B, M y A son laminillas.

En su uso, el interferómetro se alinea de modo que los rayos X colimados inciden según el ángulo de Bragg de los planos de difracción sobre la laminilla divisora de haz (B), difractándose desde ella. Se producen así dos haces difractados que inciden sobre la segunda laminilla (M), de la que emergen dos pares más de haces difractados. Los haces de cada par que apuntan hacia dentro se recombinan en la tercera laminilla (A). La combinación de estos dos haces da como resultado un patrón de interferencia cuya periodicidad viene dada por el parámetro de red de los planos desde los que se han difractado los rayos X. El parámetro de red de los planos (220) es del orden de 0,192 nm. La tercera laminilla (A) se utiliza para producir un patrón de franjas de tipo *moiré* entre los haces de rayos X y los planos atómicos del cristal. En consecuencia, cuando la tercera laminilla se desplaza una distancia igual al espaciamiento de red de los planos de difracción, la intensidad de los rayos X transmitidos a través de la tercera laminilla oscila entre un máximo y un mínimo. Midiendo la intensidad de la señal de rayos X a medida que se desplaza la tercera laminilla, se puede medir el desplazamiento del elemento flexible en función del espaciado de red del silicio. El rango de desplazamiento es de unos pocos micrómetros. El elemento flexible se mueve utilizando un actuador piezoeléctrico, y cualquier inclinación angular significativa del mismo provocará una reducción del contraste de franjas. Las tolerancias de diseño del elemento flexible y la ubicación del piezo son tales que los errores angulares permitidos son del orden de 10^{-8} radianes.

Interconexión con el interferómetro de rayos X

Para que el XRI sea útil, el desplazamiento debe estar "interconectado" con el mundo exterior. A los lados del XRI hay espejos ópticos, uno de los cuales se mueve mediante una mesa de traslación. Además, en el interferómetro hay espejos fijos. Cualquier sensor óptico que se desee evaluar puede conectarse a estos espejos móviles y fijos. Alternativamente, cualquier objeto mayor que requiera traslación, puede colocarse directamente sobre la tercera laminilla, que descansa sobre los dos espejos ópticos móviles. Aunque el interferómetro de rayos X es capaz de generar desplazamientos muy precisos y requiere una capacidad de traslación inherente, con errores angulares por debajo del segundo de arco, como con cualquier otro sistema de movimiento de precisión se requiere cuidado al interconectar el sensor al sistema para asegurar que los potenciales errores de Abbe y de coseno resulten minimizados. Como cualquier sensor que se

mida, debe estar alineado con el centro del haz de rayos X en el cristal. Tanto la estabilidad de la temperatura como el conocimiento de la temperatura absoluta son esenciales. El coeficiente de dilatación térmica del silicio en torno a 20 °C es de $2{,}57 \times 10^{-6}$ K^{-1} [A3.13]. Cualquier gradiente de temperatura a través de la laminilla de un interferómetro de rayos X hará variar el parámetro de red y, por lo tanto, reducirá el contraste de franjas, lo que conducirá a una reducción de la señal utilizable. La uniformidad de temperatura entre las laminillas debe ser mejor que 10 mK. El aislamiento de las vibraciones mecánicas y acústicas es también esencial para el funcionamiento del XRI.

Se puede encontrar más información detallada sobre el uso de la interferometría de rayos X como realización secundaria del metro en el documento CCL-GD-MeP-1: *Realización del metro SI utilizando el parámetro de red del silicio y la interferometría de rayos X en aplicaciones, en las escalas nanométrica y subnanométrica, de la nanometrología dimensional*, del WG-Nano del CCL, disponible en el sitio web del CCL.

Referencias

[A3.1] Bonse U and Hart M, "An x-ray interferometer", *Appl. Phys. Lett.* **6** (1965) 155–156. DOI: 10.1063/1.1754212

[A3.2] Hart M, "An Angstrom Ruler", *J. Phys. D* **11** (1968) 1405. DOI: 10.1088/0022-3727/1/11/303

[A3.3] Windisch D and Becker P, "Silicon lattice parameters as an absolute scale of length for high precision measurements of fundamental constants", *Phys. Status Solidi A* **118** (1990) 379–388. DOI: 10.1002/pssa.2211180205

[A3.4] Seyfried P et al., "A determination of the Avogadro Constant", *Zeit. Phys.* **B87** (1992) 289–298. DOI: 10.1007/BF01309282

[A3.5] Martin J, Kuetgens U, Stümpel J S, and Becker P, "The silicon lattice parameter - an invariant quantity of nature?", *Metrologia* **35** (1998) 811–817. DOI: 10.1088/0026-1394/35/6/4

[A3.6] Becker P "History and progress in the accurate determination of the Avogadro constant", *Rep. Prog. Phys.* **64** (2001) 1945-2008. DOI: 10.1088/0034-4885/64/12/206

[A3.7] Massa E, Mana G, and Kuetgens U, "Comparison of the INRIM and PTB lattice-spacing standards", *Metrologia* **46** (2009) 249–253. DOI: 10.1088/0026-1394/35/6/4

[A3.8] Mohr P J, Taylor B N, and Newell D B, "CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2010", *Rev. Mod. Phys.* **84** (2012) 1527–1605. DOI: 10.1103/RevModPhys.84.1527

[A3.9] Basile G, Becker P, Bergamin A, Cavagnero G, Franks A, Jackson K, Kuetgens U, Mana G, Palmer E W, Robbie C J, Stedman M, Stümpel J, Yacoot A, and Zosi G, "Combined optical and x-ray interferometer for high precision dimensional metrology", *Proc. R. Soc. A* **456** (2000) 701–729. DOI: 10.1098/rspa.2000.0536

[A3.10] Yacoot A, Kuetgens K, Koenders L and Weimann T, "A combined x-ray interferometer and scanning tunnelling microscope", *Meas. Sci. Technol.* **12** (2001) 1660. DOI: 10.1088/0957-0233/12/10/306

[A3.11] Pisani M, Yacoot A, Balling P, Bancone N, Birlikseven C, Çelik M, Flügge J, Hamid R, Köchert P, Kren P, Kuetgens U, Lassila A, Picotto G B, Şahin E, Seppä J, Tedaldi M, and Weichert C, "Comparison of the performance of the next generation of optical interferometers", *Metrologia* **49**(4) (2012) 455–467. DOI: 10.1088/0026-1394/49/4/455

[A3.12] Yacoot A and Kuetgens U, "Sub atomic dimensional metrology: Developments in the control of x-ray interferometers", *Meas. Sci. Technol.* **12** (10) (2012) 074003. DOI: 10.1088/0957-0233/23/7/074003

[A3.13] Watanabe H, Yamada N, and Okaji M, "Linear Thermal Expansion Coefficient of Silicon from 293 to 1000 K", *International Journal of Thermophysics* **25**(1) (2004) 221–236. DOI: 10.1023/B:IJOT.0000022336.83719.43.

Anexo 4 - Realización secundaria del metro SI utilizando la red del silicio y microscopía de transmisión electrónica, para nanometrología dimensional

Desde principios de la década de 2000, se vienen realizando experimentos utilizando el valor conocido de la constante de red global del silicio para establecer la trazabilidad al metro SI, en aplicaciones de nanometrología dimensional. Técnicas como la dispersión de rayos X pueden proporcionar un vínculo a la red del silicio para ciertos mensurandos (en particular, el espesor de películas) que se definen sobre muestras de área amplia. Sin embargo, para mediciones muy localizadas, en nanoestructuras específicas, son varias formas de microscopía electrónica de transmisión (TEM) las que proporcionan el método de ligazón más apropiado.

El proyecto denominado "material de referencia basado en dimensión crítica de monocristal (*single crystal critical dimension reference material*, SCCDRM) ha supuesto un esfuerzo para desarrollar patrones para la metrología de anchura de líneas en la escala de los 100 nm y por debajo [A4.1-A4.3]. El objetivo de este proyecto era establecer una metrología trazable aplicable a la medición de anchura de nanoestructuras de silicio cristalino específicas. El mensurando se localizaba empleando indicadores de navegación únicos mutuos y estrategias de muestreo equivalentes, y solo el óxido de silicio nativo estaba presente en las estructuras de silicio.

La aproximación general fue utilizar microscopía de fuerza atómica aplicable a dimensiones críticas (CD-AFM) como comparador entre estructuras seccionadas para su observación mediante TEM y estructuras que se mantuvieron intactas. La incertidumbre expandida límite para este experimento de transferencia fue de 0,6 nm (k = 2). Sin embargo, los patrones distribuidos a los usuarios tenían incertidumbres expandidas (k = 2) de entre 1,5 nm y 2 nm. Este enfoque general y el uso de TEM para lograr la trazabilidad fueron aceptados dentro de la comunidad de la nanometrología dimensional, específicamente dentro del campo de la metrología de semiconductores. Más recientemente, otros enfoques implementaron de forma independiente una metodología conceptualmente relacionada con la anterior [A4.4].

Sin embargo, en contraste con la comunidad de metrología dimensional, los involucrados en las áreas de análisis de superficies y caracterización de películas delgadas tienen una experiencia y perspectiva diferentes sobre la idoneidad del uso del TEM para obtener trazabilidad al metro SI. Esto se debe en parte a la experiencia del CCQM durante el mismo período de tiempo con dos comparaciones de medición de espesor de SiO_2: el estudio piloto P38 [A4.5] y la comparación clave posterior K32 [A4.6].

Aunque el TEM se utilizó para medir magnitudes longitudinales tanto en la comparación P38 (espesor de capa) como en los proyectos de patrones de anchura de línea, existen algunas diferencias fundamentales entre las dos aplicaciones. En el esfuerzo por obtener patrones de anchura de línea, el mensurando estaba muy localizado: se trataba del ancho de una estructura específica en una ubicación específica. Se utilizaron señalizadores de posición para su localización tanto en el AFM como en el TEM, y múltiples mediciones para lograr muestreos equivalentes.

En contraste, el mensurando "espesor de película" en el estudio P38 fue la cantidad de SiO_2 existente sobre una oblea de silicio, expresada como "espesor de capa", que no es una propiedad claramente localizada. Además, las muestras utilizadas en el estudio P38 carecían de señalizadores específicos de ubicación que aseguraran la coherencia entre los métodos. En consecuencia, los resultados comunicados no correspondían necesariamente a regiones superpuestas o a muestras del mismo tamaño.

Un punto en común entre ambas aplicaciones es que en las dos se subestimó la importancia de la ambigüedad de la interfaz SiO_2/Si, de la preparación de la muestra, de la capa de recubrimiento, de la delgadez de las capas y de la contaminación con carbono de cualquier aplicación del TEM en nanometrología dimensional.

Implementación práctica

Para obtener directamente la trazabilidad resolviendo la red del silicio, un requisito necesario es que al menos una parte del material de muestra, idealmente la característica objetivo principal, sea monocristalina.

Sigue siendo un reto determinar con precisión los bordes de las características en las imágenes (S)TEM de alta resolución, y esto es de vital importancia en el uso de la metrología TEM, a la hora de proporcionar una referencia trazable en nanometrología dimensional. La incertidumbre en la localización de los bordes de las características se traslada directamente a la incertidumbre en la medición de la anchura. Generalmente, estas incertidumbres deben ser de 1 nm o menos, al objeto de mantener una incertidumbre útil en la calibración final de la anchura. Las incertidumbres de los bordes dependen de múltiples factores, entre ellos: (1) la naturaleza de la muestra original (p. ej., su cristalinidad), (2) la calidad de la preparación de la muestra, incluyendo daños potenciales y temperatura de estabilización, y (3) la física subyacente en la formación de la imagen TEM.

La preparación de muestras es parte integral de la metrología con TEM. Ya sea con el mecanismo de contraste o con el método de calibración de la amplificación, es necesario prestar mucha atención a la preparación de la muestra para proteger la integridad de la estructura medida, incluyendo su óxido, durante la preparación del espécimen. Los principales factores a considerar son las capas protectoras/encapsulantes y el proceso de adelgazamiento para lograr la transparencia de los electrones.

Puede encontrarse más información detallada sobre el uso de la red del silicio y del TEM como realización secundaria del metro en nanometrología en el documento CCL-GD-MeP-2: *Realización del metro SI utilizando el parámetro de red del silicio y la microscopía de transmisión electrónica en nanometrología dimensional*, del WG-Nano del CCL, disponible en el sitio web del CCL.

Referencias

[A4.1] Cresswell M, Guthrie W, Dixson R, Allen R A, Murabito C E, and Martinez de Pinillos JV, "RM8111: Development of a Prototype Linewidth Standard", *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol*. **111** (2006) 187–203. DOI: 10.6028/jres.111.016

[A4.2] Dixson R G, Allen R A, Guthrie W F, and Cresswell M W, "Traceable Calibration of Critical-Dimension Atomic Force Microscope Linewidth Measurements with Nanometer Uncertainty", *J. Vac. Sci. Technol. B* **23** (6) (2005) 3028–3032. DOI: 10.1116/1.2130347

[A4.3] Cresswell M W, Bogardus E H, Martinez de Pinillos J V, Bennett M H, Allen R A, Guthrie W F, Murabito C E, am Ende B A, and Linholm L W, "CD Reference Materials for Sub-Tenth Micrometer Applications", *Proc. SPIE* **4689** (2002) 116–127. DOI: 10.1117/12.473450

[A4.4] Dai G, Heidelmann M, Kübel C, Prang R, Fluegge J, and Bosse H, "Reference nano-dimensional metrology by scanning transmission electron microscopy", *Meas. Sci. Technol*. **24** (2013) 085001. DOI: 10.1088/0957-0233/23/7/074003

[A4.5] Seah M P, Spencer S J, Bensebaa F, Vickridge I, Danzebrink H, Krumrey M, Gross T, Oesterle W, Wendler E, Rheinländer B, Azuma Y, Kojima I, Suzuki N, Suzuki M, Tanuma S, Moon D W, Lee H J, Cho H M, Chen H Y, Wee A T S, Osipowicz T, Pan J S, Jordaan W A, Hauert R, Klotz U, van der MarelC, Verheijen M, Tamminga Y, Jeynes C, Bailey P, Biswas S, Falke U, Nguyen N V, Chandler-Horowitz D, Ehrstein J R, Muller D, and Dura J A, "Critical review of the current status of thickness measurements for ultrathin SiO2 on Si Part V: Results of a CCQM pilot study", *Surf. Interface Anal.* **36** (2004) 1269–1303. DOI: 10.1002/sia.1909

[A4.6] Seah M P, Unger W E S, Wang H, Jordaan W, Gross Th, Dura J A, Moon D W, Totarong P, Krumrey M, Hauert R, and Zhiqiang M, "Ultra-thin SiO2 on Si IX: absolute

measurements of the amount of silicon oxide as a thickness of SiO2 on Si", *Surf. Interface Anal.* **41** (2009) 430–439. DOI: 10.1002/sia.3045

Anexo 5 - Realización secundaria del metro SI utilizando la altura de escalones monoatómicos de superficies de silicio cristalino.

Existe la necesidad de contar con patrones para la calibración de los ejes de los instrumentos de alta resolución utilizados en metrología de superficies. Especialmente en el caso de mediciones de objetos pequeños, como moléculas, ADN, nanotubos de carbono de pared simple y de pared múltiple (SWCNT, MWCNT), etc.; en el rango nanométrico y subnanométrico, es obligatoria una calibración precisa del eje de medición perpendicular a la superficie, es decir, el eje z. Hoy en día, el patrón de escalón de menor altura disponible comercialmente, basado en una capa de dióxido de silicio (SiO_2) sobre silicio (Si) está en el rango de algunos nanómetros; sin embargo, la incertidumbre expandida de tal patrón de altura de escalón de SiO_2/Si es bastante grande en comparación con la exactitud requerida. Esto limita la exactitud de medida alcanzable en la medición de la altura de objetos de interés que, por otro lado, pueden resolverse claramente en las imágenes de AFM.

Escalones monoatómicos

Debido a la gran simetría de la red monocristalina y a la casi perfecta reproducibilidad resultante de las distancias de los planos de la malla, los monocristales de silicio ofrecen la posibilidad de realizar el metro SI en el rango nanométrico. El espaciado de red del silicio d_{220} se ha determinado utilizando interferometría de rayos X combinada con interferometría láser, con trazabilidad a la unidad SI de longitud, el metro. Todos los experimentos obtenidos en diferentes cristales de silicio dieron valores muy reproducibles con poca incertidumbre. Además, también se han investigado las variaciones en función de las impurezas, las cuales se enumeran en los informes de CODATA [A5.1].

El espaciado de red del silicio d_{220} se da como

d_{220} = 192,015 5714(32) pm, con una incertidumbre típica de 0,000 003 2 × 10^{-12} m,

El parámetro de red del Si en otras orientaciones cristalográficas del cristal, como (100) o (111), puede calcularse utilizando la siguiente ecuación

$$d_{\mathrm{hkl}} = \frac{a_0}{\sqrt{\mathrm{h}^2 + \mathrm{k}^2 + \mathrm{l}^2}}$$

donde a_0 = 543,102 0504(89) pm [A5.1; especificada para silicio natural a 22,5 °C] es la constante de red y h, k y l son los índices de Miller.

El valor global de a_0 puede utilizarse para determinar la altura del escalón entre dos planos sucesivos de la red, denominado escalón monoatómico, obtenido sobre la superficie. Aquí se consideran superficies de silicio limpias en condiciones de ultra alto vacío (UHV) y en aire. En el aire, la superficie de silicio está cubierta por una fina y homogénea capa de óxido de silicio, cuyo espesor depende de las condiciones utilizadas para la oxidación, y de nuevo determinada experimentalmente.

Las superficies limpias experimentan en UHV una reconstrucción superficial, como la 7×7 para la orientación (111). Sin embargo, dado que la reconstrucción es la misma en cada plano de superficie libre, el valor global de distancia no se verá afectado. Además, el crecimiento de una fina capa de óxido de silicio no modifica la morfología de los escalones. Una vez más, los experimentos han demostrado que los escalones conservan su tamaño típico.

Recomendaciones

El WG-N del CCL recomienda el uso del parámetro de red del silicio para la calibración de los ejes de exploración perpendicular, de los instrumentos de alta resolución empleados en metrología de superficies. Dependiendo de su orientación cristalográfica, deben usarse los siguientes valores (ver tabla 5) de distancia entre escalones monoatómicos adyacentes.

	escalón monoatómico de silicio	
Orientación de la superficie *Parámetro de red*	*en UHV* */pm*	*en aire* */pm*
d_{100}	135 (5)	135 (15)
d_{111}	313 (5)	313 (15)

Tabla 5. Valores recomendados para los escalones monoatómicos del silicio.

La incertidumbre dada entre paréntesis es la incertidumbre expandida (k = 2). Los detalles sobre las fuentes de incertidumbre se dan en la Directriz CCL-GD-MeP-3 *Realización del metro SI usando la altura de escalones monoatómicos de superficies de silicio cristalino*.

Rango de medición y condiciones

El rango útil de calibración de los instrumentos de medición de superficies mediante el uso de múltiples escalones monoatómicos sobre superficies de silicio está actualmente limitado a 10 nm. Investigaciones posteriores sobre los procesos de fabricación de patrones de escalón de silicio monoatómico podrían permitir en el futuro aumentar el rango de calibración.

El instrumento a calibrar debe usarse en un ambiente limpio para reducir la posible contaminación por partículas de la muestra.

En primer lugar, el WG-N del CCL recomienda el uso de amplias terrazas sin escalones en la muestra de silicio, para determinar la interferencia del escaneado en x-y sobre la dirección z y el ruido (determinación de Rq o Sq). La calibración del patrón de escalón debe realizarse en la misma posición del escáner y en el mismo rango de exploración x-y. Esto permite la corrección sistemática de la interferencia observada (*cross-talk*).

En segundo lugar, para la calibración del eje z deben escanearse áreas con escalones. Hay dos tipos de disposiciones de escalones sobre superficies de silicio cuidadosamente preparadas: el primero es el denominado **anfiteatro** (pares de terrazas enfrentadas, en el mismo nivel de altura) y el segundo es una estructura en forma de **escalera**. En los escalones dispuestos en anfiteatro, se puede aplicar el algoritmo definido en la norma ISO 5436-1 para la determinación de la altura del escalón, lo que permite una alineación bien definida y es menos dependiente de las desviaciones x-y del escáner (interferencia sobre z,…). En el caso de estructuras en forma de escalera, para la nivelación deben utilizarse amplias terrazas sin escalones a ambos lados de un escalón monoatómico. En ambos casos se recomienda utilizar, como áreas de nivelación en los planos inferior y superior, terrazas libres de escalones, de tamaño superior a 1 µm. Además, la calibración debe realizarse en el rango del eje que se utilizará más tarde en los experimentos, debiendo ser el rango máximo de altura inferior a 20 nm.

Se puede encontrar más información detallada sobre el uso de escalones monoatómicos como realización secundaria del metro en nanometrología en el documento CCL-GD-MeP-3: Realización del metro SI usando la altura de escalones monoatómicos en superficies de silicio cristalino, del WG-Nano del CCL, disponible en el sitio web del CCL.

Referencias

[A5.1] Mohr P J, Newell D B, Taylor B N and Tiesinga E, "Data and analysis for the CODATA 2017 special fundamental constants adjustment", *Metrologia* **55** (1) (2018) 125. DOI: 10.1088/1681-7575/aa99bc

[A5.2] ISO 5436-1, "Geometrical Product Specifications (GPS) - Surface texture: Profile method; Measurement standards - Part 1: Material measures", International Organization for Standardization, Geneva, Switzerland (2000). https://www.iso.org/standard/21978.html

Realización práctica de la definición del kilogramo

Comité Consultivo para la Masa y Magnitudes relacionadas

1. Introducción

El propósito de esta realización práctica (*mise en pratique*), preparada por el Comité Consultivo para la Masa y Magnitudes Relacionadas (CCM) del Comité Internacional de Pesas y Medidas (CIPM), es indicar cómo puede realizarse en la práctica la definición de la unidad básica SI, el kilogramo, símbolo kg.

En general, el término "realizar una unidad" se interpreta como el establecimiento del valor y la incertidumbre asociada de una magnitud del mismo tipo que la unidad, que es consistente con la definición de la unidad. La definición del kilogramo no implica ningún experimento particular para su realización práctica. En principio, podría utilizarse cualquier método capaz de proporcionar un valor de masa trazable al conjunto de las siete constantes de referencia. Por lo tanto, la lista de métodos dada no pretende ser una lista exhaustiva de todas las posibilidades, sino más bien una lista de aquellos métodos que son más fáciles de implementar y/o que brindan las incertidumbres más pequeñas y que son reconocidos oficialmente como métodos primarios por el Comité Consultivo relevante.

Un método primario es un método que tiene las propiedades metrológicas más altas, cuya operatividad puede describirse y comprenderse en su totalidad, al que puede asociarse una declaración completa de incertidumbre en función de unidades SI; y que no requiere un patrón de referencia de la misma magnitud.

2. Definición del kilogramo

2.1. Definición

La definición del kilogramo, unidad básica de masa, es la siguiente [2.1]:

> **El kilogramo, símbolo kg, es la unidad SI de masa. Se define al fijar el valor numérico de la constante de Planck, *h*, en 6,626 070 15 x 10^{-34}, cuando se expresa en la unidad J·s, igual a kg·m^2·s^{-1}, donde el metro y el segundo se definen en función de *c* y $\Delta\nu_{Cs}$**

Por tanto, la constante de Planck h es exactamente $h = 6{,}626\ 070\ 15 \times 10^{-34}$ J s. Este valor numérico de h define la unidad julio segundo en el SI y, en combinación con el segundo y el metro SI, define el kilogramo. El segundo y el metro se definen ellos mismos a partir de los valores exactos de la frecuencia de la transición hiperfina $\Delta\nu_{Cs}$ del átomo de cesio 133 y la velocidad de la luz en el vacío c. El valor numérico de h dado en la definición del kilogramo asegura la continuidad de la unidad de masa con la definición anterior, como se explica en el apartado 5.

Los detalles del proceso de redefinición se describen en [2.2].

2.2. Cadena de trazabilidad en la metrología de la masa

La definición de la unidad de masa no implica ni sugiere ningún método en particular para realizarla. Este documento recomienda métodos primarios de realización práctica de la unidad de masa basados en su definición formal. Un método primario es un método que permite determinar una masa en función de h sin usar ningún otro patrón de masa (Figura 1). La masa cuyo valor se va a determinar puede ser un objeto material, un átomo u otra entidad, aunque lo descrito a continuación se centra en la metrología de los objetos materiales de masa, del más alto nivel de exactitud. En este documento, un objeto material cuya masa ha sido calibrada directamente mediante un método primario de realización de la definición de kilogramo se denomina patrón primario de masa. Los patrones secundarios de masa se establecen mediante calibración respecto a los primarios.

Los métodos primarios actuales se centran en la realización y diseminación de la unidad de masa de valor nominal 1 kg. La *mise en pratique* puede actualizarse para incluir información sobre métodos primarios para diferentes valores nominales de masa.

Los métodos primarios para la realización de la definición del kilogramo y los procedimientos para su diseminación a través de patrones primarios de masa se describen en las dos secciones siguientes. La cadena de trazabilidad se muestra esquemáticamente en la Figura 1.

Figura 1. Ilustración de la cadena de trazabilidad a partir de la definición del kilogramo. La unidad de la constante de Planck es kg m^2 s^{-1}, por lo que las unidades segundo y metro son necesarias para obtener un patrón primario de masa a partir de la constante de Planck.

Esta *mise en pratique* se actualizará para tener en cuenta los nuevos métodos y las mejoras tecnológicas. No está recogida en el folleto sobre el SI [2.1], pero la versión actual está accesible en el sitio web del BIPM, en http://www.bipm.org/en/publications/si-brochure/.

3. Realización práctica de la definición del kilogramo

Actualmente existen dos métodos primarios independientes para realizar la definición del kilogramo con incertidumbres relativas de unas pocas partes en 10^8. El primero de ellos se basa en determinar la masa desconocida utilizando una balanza electromecánica especialmente diseñada para este propósito. El segundo método compara la masa desconocida con la masa de un solo átomo de un isótopo especificado contando el número de átomos en un cristal, donde la masa del átomo es bien conocida en función de h, c y $\Delta\nu_{Cs}$.

3.1. Realización mediante comparación de la potencia eléctrica con la mecánica

Los instrumentos de gran exactitud que permiten igualar la potencia eléctrica y la mecánica se han denominado siempre balanzas de potencia y, más recientemente, balanzas de Kibble[3]. Las balanzas de Kibble se pueden diseñar con diferentes geometrías y operar con diferentes protocolos experimentales. La siguiente descripción esquemática sirve para demostrar que cualquiera de estas configuraciones de balanza de Kibble tiene el potencial de ser un método primario para realizar la definición del kilogramo.

La determinación de la masa desconocida m_x de un objeto material x se realiza en dos fases: la fase de pesaje y la fase de movimiento. Pueden ocurrir de forma sucesiva o simultánea. En la fase de pesaje, el peso $m_x g$ del objeto material se equilibra con la fuerza electromagnética producida, por ejemplo, en una bobina circular de longitud de cable l sometida a un campo magnético radial de densidad de flujo B cuando una corriente I_1 la recorre. Las geometrías del imán y de la bobina están diseñadas para producir una fuerza paralela a la aceleración gravitacional local. La aceleración de la gravedad g que actúa sobre la masa y la corriente I_1 que recorre la bobina se miden simultáneamente de modo que

$$m_x g = I_1 B l \tag{3.1}$$

En la fase de movimiento, se mide la tensión U_2 inducida en los terminales de la misma bobina cuando ésta se mueve verticalmente a una velocidad v dentro de la misma densidad de flujo magnético, de modo que

$$U_2 = v B l \tag{3.2}$$

Las ecuaciones que describen ambas fases se combinan para eliminar Bl:

$$m_x g v = I_1 U_2 \tag{3.3}$$

Por tanto, la potencia de naturaleza mecánica se iguala a la potencia de naturaleza electromagnética. Las potencias son claramente "virtuales" en este método porque la potencia no figura en ninguna de las fases de este experimento.

La corriente I_1 se puede determinar, por ejemplo, usando la ley de Ohm, midiendo la caída de tensión U_1 en los terminales de una resistencia estable de valor R. Ambas tensiones, U_1 y U_2, se miden en términos de la constante de Josephson, $K_J = 2e/h$, donde e es la carga elemental. De manera similar, R se mide en términos de la constante de von Klitzing, $R_K = h/e^2$. Las magnitudes v y g se miden en sus respectivas unidades SI, m s^{-1} y m s^{-2}. Téngase en cuenta que $K_J^2 R_K = 4/h$, lo que permite reescribir (3.3) esquemáticamente como

$$m_x = h\left(\frac{bf^2}{4}\right)\frac{1}{g\,\mathrm{v}} \tag{3.4}$$

donde f es una frecuencia experimental y b es una magnitud experimental adimensional, ambas asociadas a las mediciones requeridas de corriente eléctrica y tensión.
Consúltese [3.2] para un análisis más completo de este experimento.

Todas las influencias relevantes sobre la masa m_x, derivadas de (3.4), deben ser consideradas para la realización, mantenimiento y diseminación de la unidad de masa (véase también el Anexo A2).

[3] Las balanzas de potencia se denominan ahora "balanzas de Kibble", en reconocimiento al Dr. Bryan Kibble, el primero en concebir la idea de este experimento.

Se han propuesto otras realizaciones electromagnéticas y electrostáticas, tales como los métodos de la balanza de energía y de la balanza de tensión, que aún pueden perfeccionarse [3.2, 3.3].

3.2. Realización por el método de la densidad del cristal por rayos X

El concepto del método de la densidad de cristales por rayos X (XRCD) proviene de una idea clásica en la que la masa de una sustancia pura se puede expresar en términos del número de entidades elementales en la sustancia[4]. Dicho número puede medirse mediante el método XRCD, en el que se determinan los volúmenes de la celda unitaria y de un cristal casi perfecto, p. ej. midiendo el parámetro de red a y el diámetro medio de una muestra esférica. Los monocristales de silicio son los utilizados con mayor frecuencia en este método porque se pueden obtener cristales grandes con una alta pureza química y sin dislocaciones. Esto se logra utilizando las tecnologías de crecimiento de cristales desarrolladas para la industria de los semiconductores. El volumen macroscópico V_s de un cristal es igual al volumen microscópico medio por átomo en la celda unitaria, multiplicado por el número de átomos en el cristal. En lo que sigue, suponemos que el cristal contiene solo el isótopo ^{28}Si. El número N de átomos en el cristal macroscópico viene dado por

$$N = 8V_s/a(^{28}\mathrm{Si})^3 \tag{3.5}$$

donde 8 es el número de átomos por celda unitaria en el silicio cristalino y $a(^{28}\mathrm{Si})^3$ es el volumen de la celda unitaria, que es un cubo; es decir, $V_s/a(^{28}\mathrm{Si})^3$ es el número de celdas unitarias en el cristal y cada celda unitaria contiene ocho átomos de silicio 28. Dado que el volumen de cualquier sólido es función de la temperatura y, en menor medida, de la presión hidrostática, V_s y $a(^{28}\mathrm{Si})^3$ se refieren a las mismas condiciones de referencia. Por razones prácticas, el cristal se modela en forma de esfera, con una masa de aproximadamente 1 kg.

Para realizar la definición del kilogramo, la masa m_s de la esfera se expresa primero en términos de la masa de un solo átomo, utilizando el método XRCD[5]:

$$m_s = N\, m(^{28}\mathrm{Si}) \tag{3.6}$$

Dado que el valor experimental de la constante física $h/m(^{28}\mathrm{Si})$ se conoce con exactitud [3.5], se puede reescribir (3.6) como

$$m_s = h\, N\left(\frac{m\left(^{28}\mathrm{Si}\right)}{h}\right) \tag{3.7}$$

El experimento XRCD determina N; $m(^{28}\mathrm{Si})/h$ es una constante de la naturaleza cuyo valor se conoce con gran exactitud y, por supuesto, el valor numérico de h ahora es fijo.

---

[4] Las mediciones descritas aquí se utilizaron por primera vez para determinar el valor de la constante de Avogadro N_A, que se define como el número de entidades elementales por mol de sustancia. La medición exacta de N_A fue una contribución esencial en el camino para redefinir el kilogramo en 2018. Hoy, sin embargo, el valor numérico de N_A resulta exactamente definido cuando se expresa en la unidad SI mol^{-1}, lo que hace la definición del mol independiente de la del kilogramo.

[5] Es bien sabido que (3.6) no es exacta porque el lado derecho se reduce por la masa equivalente, E/c^2, de la energía de enlace total E de los átomos en el cristal, donde c es la velocidad de la luz en el vacío. La corrección, de aproximadamente 2 partes en 10^{10} [3.4], es insignificante en comparación con las incertidumbres experimentales actuales y, por lo tanto, se ha ignorado. Términos adicionales de energía (por ejemplo, energía térmica) son incluso más pequeños que la energía de enlace y, por lo tanto, despreciables.

La esfera es un patrón primario de masa y la unidad de masa, el kilogramo, se disemina a partir de este patrón. Las esferas utilizadas actualmente en este trabajo están enriquecidas en el isótopo ^{28}Si, pero la presencia de trazas de dos isótopos de silicio adicionales conduce a modificaciones obvias de las ecuaciones simples presentadas en esta sección. Consúltese [3.6] para un análisis más completo de este experimento.
Todas las influencias relevantes sobre la masa de la esfera, m_s, derivadas de (3.7) deben ser consideradas para la realización, mantenimiento y diseminación de la unidad de masa (véase también el Anexo A2).

4. Diseminación de la unidad de masa

La definición del kilogramo asegura que la unidad de masa sea constante en el tiempo y que la definición pueda ser realizada por cualquier laboratorio, o colaboración entre laboratorios, con los medios para hacerlo. Cualquier Instituto Nacional de Metrología (NMI), Instituto Designado (DI), la Oficina Internacional de Pesas y Medidas (BIPM), o colaboración entre ellos, que realice la definición del kilogramo SI puede diseminarlo a partir sus patrones primarios de masa a cualquier otro laboratorio o, de manera más general, a cualquier usuario de patrones secundarios de masa (ver Figura 1). Esto se describe en la sección 4.1[6]. La diseminación desde un conjunto específico de patrones secundarios de 1 kg mantenidos en el BIPM, denominado conjunto BIPM de patrones de masa de referencia, se describe en la sección 4.2.

4.1. Diseminación desde una realización particular del kilogramo

La diseminación de la unidad de masa se basa en patrones primarios de masa obtenidos de la realización de la definición del kilogramo, de acuerdo con los métodos descritos en la sección 3. Todas las influencias relevantes sobre un patrón de masa primario deben ser consideradas para el mantenimiento y diseminación de la unidad de masa (ver Anexo A2). En particular, debe tenerse en cuenta la incertidumbre debida a una posible deriva de los patrones de masa primarios desde la última realización.

El BIPM, en coordinación con el CCM, organiza una comparación clave BIPM continua [4.5], BIPM.M-K1 [4.6], para laboratorios con métodos de realización primarios. En esta comparación, los patrones primarios de masa de los participantes se comparan con los elementos del conjunto de patrones de masa de referencia del BIPM (ver sección 4.2). El CCM decide la periodicidad de participación requerida en esta BIPM.M-K1 de los distintos laboratorios, para respaldar las capacidades de calibración y medición (CMC) relevantes.

En los casos en que se requiere el cumplimiento del Acuerdo de Reconocimiento Mutuo CIPM (CIPM MRA) [4.7], es esencial que los patrones de masa sean trazables a los patrones primarios de masa de un participante en la comparación BIPM.M-K1 que tenga entradas CMC relevantes o, en el caso del BIPM, entradas adecuadas en sus servicios de calibración y medición según lo aprobado por el CIPM. La diseminación de toda la escala de masas está validada para todos los

[6] Para preservar la equivalencia internacional de los certificados de calibración, los Institutos Nacionales de Metrología que tienen una realización del kilogramo se sirven del valor de consenso (valor resultante de un análisis estadístico de todos los datos de las realizaciones disponibles del kilogramo, utilizado como la fuente más alta de trazabilidad al kilogramo redefinido, antes de la diseminación de las realizaciones individuales. El valor de consenso es gestionado por un grupo de trabajo del CCM para garantizar la estabilidad y la continuidad, teniendo en cuenta todas las nuevas realizaciones y comparaciones. Podría ser idéntico al valor de referencia de una comparación clave (KCRV) pero también podría calcularse utilizando factores de ponderación adicionales) para diseminar la unidad de masa, hasta que la dispersión de los resultados de las realizaciones individuales sea compatible con las incertidumbres de las realizaciones individuales [4.1]. Véanse también [4.2], [4.3], [4.4] y el Anexo A3, que abordan cuestiones relacionadas con la difusión del kilogramo a partir de múltiples realizaciones de su definición.

INM/DI y el BIPM a partir de las comparaciones clave organizadas antes de la definición actual del kilogramo.

Los resultados de todas las comparaciones clave se publican en la base de datos de comparaciones clave (KCDB) de acuerdo con las reglas del CIPM-MRA [4.5] y pueden usarse para respaldar las capacidades de calibración y medición de los NMI/DI y las de los servicios de calibración y medición del BIPM.

4.2. Diseminación a partir del conjunto de masas de referencia del BIPM

De conformidad con la Resolución 1 de la 24ª Conferencia General de Pesas y Medidas (CGPM) (2011) [4.8] y la Resolución 1 de la 25ª CGPM (2014) [4.9], el BIPM mantiene un conjunto de patrones de masa de referencia "*para facilitar la diseminación de la unidad de masa*" en el SI revisado. Este conjunto está compuesto actualmente por dieciocho patrones materiales de 1 kg, de diversos materiales, que se han elegido para minimizar las fuentes conocidas o sospechadas de inestabilidad de la masa. A tal efecto, se ha diseñado un lugar de almacenamiento para minimizar la tasa de contaminación de la superficie de los elementos. Los detalles técnicos se proporcionan en [4.3].

La masa media del conjunto se obtiene de ligazones a realizaciones primarias de la definición del kilogramo que han participado en un estudio piloto inicial [4.10] y/o en la comparación BIPM.M-K1, a través de un algoritmo definido por el CCM. El BIPM[7] disemina la unidad de masa a partir del valor promedio de masa del conjunto. Los INM, DI, el BIPM o colaboraciones entre ellos, pueden adoptar una estrategia similar para la diseminación de la unidad de masa.

5. Continuidad con la definición previa del kilogramo

Preservar la continuidad de las mediciones trazables a una unidad SI antes y después de su redefinición es un criterio generalmente aceptado para las definiciones revisadas de las unidades básicas del SI. La definición anterior del kilogramo se basaba en la masa del prototipo internacional del kilogramo (IPK) inmediatamente después del procedimiento de limpieza establecido. Por tanto, la diseminación de la unidad de masa requería trazabilidad hasta la masa del IPK.

5.1. Pasos para garantizar la continuidad

Antes de la adopción de la Resolución 1 de la 26ª CGPM (2018) [5.1], todos los patrones de masa utilizados para la determinación experimental de la constante de Planck fueron calibrados mediante un "uso extraordinario" del IPK [5.2]. También se calibró el conjunto de patrones de masa de referencia del BIPM.

En 2016 se realizó un estudio piloto para preparar la redefinición del kilogramo [4.10]. La comparación incluyó todos los experimentos disponibles capaces de determinar el valor de la constante de Planck con alta exactitud.

Como preparación para la redefinición del kilogramo (y otras unidades), el Grupo de Trabajo sobre Constantes Fundamentales, del Comité de Datos para la Ciencia y la Tecnología (CODATA), evaluó todos los valores experimentales publicados para la constante de Planck h antes del 1 de julio de 2017 y recomendó el valor numérico de h que se utilizaría para la nueva definición del kilogramo [5.3]. La incertidumbre relativa de h recomendada por el Grupo de Trabajo se asignó al prototipo internacional del kilogramo justo después de fijar el valor numérico

[7] El BIPM opera bajo un sistema de gestión de calidad (SGC) que cumple con la norma ISO/IEC 17025:2005. El SGC está bajo la supervisión exclusiva del CIPM. La competencia se demuestra mediante auditorías in situ realizadas por expertos externos e informes periódicos a los comités consultivos del CIPM y a las organizaciones regionales de metrología.

de *h*. Como consecuencia, la 26ª CGPM confirmó en su Resolución 1 que, justo después de la redefinición, la masa del IPK seguía siendo de 1 kg, pero con una incertidumbre de $1{,}0 \times 10^{-8}$. En consecuencia, todos los valores de masa trazables al IPK se mantuvieron sin cambios cuando la nueva definición entró en vigor, pero todas las incertidumbres asociadas a estos valores de masa se incrementaron en una componente común de incertidumbre relativa, igual a la incertidumbre relativa del IPK justo después de la redefinición.

5.2. Rol y estatus del prototipo internacional

Los valores de masa del IPK y sus seis copias oficiales ahora se determinan experimentalmente, con trazabilidad a patrones primarios de masa (ver Sección 4).

Los cambios posteriores en la masa del IPK pueden tener interés histórico, aunque el IPK ya no mantenga un estatus especial o un papel reservado en esta *mise en pratique* [5.4]. Observando la variación de masa del IPK a lo largo del tiempo, puede determinarse su estabilidad con respecto a constantes fundamentales, lo que ha sido un tema controvertido durante mucho tiempo. Por ello, el IPK y sus seis copias oficiales se conservan en el BIPM, en las mismas condiciones en que estaban antes de la redefinición.

Referencias

[2.1] BIPM, The International System of Units (SI Brochure) [9th edition, 2019], https://www.bipm.org/en/publications/si-brochure/.

[2.2] Richard P, Fang H and Davis R, "Foundation for the redefinition of the kilogram", *Metrologia* **53** (2016) A6–A11.

[3.1] *OIML D28* (2004), https://www.oiml.org/en/files/pdf_d/d028-e04.pdf

[3.2] Robinson I A and Schlamminger S, "The watt or Kibble balance: a technique for implementing the new SI definition of the unit of mass", *Metrologia* **53** (2016) A46–A74.

[3.3] Shaw G A, Stirling J, Kramar J A, Moses A, Abbott P, Steiner R, Koffman A, Pratt J R and Kubarych Z J, "Milligram mass metrology using an electrostatic force balance", *Metrologia* **53** (2016) A86–A94.

[3.4] Davis R S and Milton M J T, "The assumption of the conservation of mass and its implications for present and future definitions of the kilogram and the mole", *Metrologia* **51** (2014) 169–173.

[3.5] Cladé P, Biraben F, Julien L, Nez F and Guellati-Khelifa S, "Precise determination of the ratio *h*/*m*u: a way to link microscopic mass to the new kilogram", *Metrologia* **53** (2016) A75–A82.

[3.6] Fujii K, Bettin H, Becker P, Massa E, Rienitz O, Pramann A, Nicolaus A, Kuramoto N, Busch I and Borys M, "Realization of the kilogram by the XRCD method", *Metrologia* **53** (2016) A19-A45.

[4.1] CCM Recommendation G 1 (2017), https://www.bipm.org/cc/CCM/Allowed/16/06E_Final_CCM-Recommendation_G1-2017.pdf

[4.2] Stock M, Davidson S, Fang H, Milton M, de Mirandés E, Richard P and Sutton C, "Maintaining and disseminating the kilogram following its redefinition", *Metrologia* **54** (2017) S99-S107.

[4.3] Paper on the BIPM ensemble of reference mass standards

[4.4] Nielsen L, "Disseminating the unit of mass from multiple primary realisations", *Metrologia* **53** (2016) 1306-1316.

[4.5] *Measurement comparisons in the CIPM MRA,* CIPM MRA-D-05, Version 1.6 (March 2016), http://www.bipm.org/utils/common/CIPM_MRA/CIPM_MRA-D-05.pdf

[4.6] Link to BIPM.M-K1

[4.7] *Traceability in the CIPM MRA,* CIPM 2009-24 (revised 13 October 2009) https://www.bipm.org/utils/common/documents/CIPM-MRA/CIPM-MRA-Traceability.pdf

[4.9] Resolution 1 of the 25th CGPM (2014), http://www.bipm.org/utils/common/pdf/CGPM-2014/25th-CGPM-Resolutions.pdf

[4.10] Report on CCM Pilot Study CCM.R-kg-P1 https://www.bipm.org/cc/CCM/Allowed/16/03-7B2_CCM-PilotStudy-FinalReport.pdf

[5.1] Resolution 1 of the 26th CGPM (2018)

[5.2] Stock M, Barat P, Davis R S, Picard A and Milton M J T, "Calibration campaign against the international prototype of the kilogram in anticipation of the redefinition of the kilogram part I: comparison of the international prototype with its official copies", *Metrologia* **52** (2015) 310–316. de Mirandés E, Barat P, Stock, M and Milton M J T, "Calibration campaign against the international prototype of the kilogram in anticipation of the redefinition of the kilogram, part II: evolution of the BIPM as-maintained mass unit from the 3rd periodic verification to 2014" *Metrologia* **53** (2016) 1204–1214.

[5.3] Mohr P J, Newell D B, Taylor B N and Tiesinga E., "Data and analysis for the CODATA 2017 Special Fundamental Constants Adjustment," *Metrologia* **55** (2018) 125-146.

[5.4] Davis, R S, "The role of the international prototype of the kilogram after redefinition of the International System of Units", *Phil. Trans. R. Soc. A*, **369** (2011) 3975-3992.

[A1.1] *Mise en pratique* of the definition of the ampere.

[A1.2] *Mise en pratique* of the definition of the kelvin.

[A1.3] BIPM, The International System of Units (SI Brochure) [8th edition, 2006], https://www.bipm.org/en/publications/si-brochure/.

ANEXOS

A1. Trazabilidad a las unidades derivadas del kilogramo

A1.1. Unidades derivadas coherentes expresadas en función de las unidades básicas kg m^p s^q

Ni la realización del metro ni la del segundo se han visto afectadas por la Resolución 1 de la 26ª CGPM. Esto significa que para cualquier unidad derivada coherente expresada en función de unidades básicas, como kg m^p s^q (donde p y q son números enteros), el único cambio en la trazabilidad al SI es en la trazabilidad al kilogramo, y esto es lo descrito anteriormente. En la Tabla A1.1 se muestran ejemplos de magnitudes y sus unidades derivadas coherentes asociadas. Varias de las unidades derivadas coherentes tienen nombres especiales; p. ej., newton, julio, pascal. Estos no figuran en la Tabla A1.1 pero aparecen tabulados en la Tabla 4 de la 9ª edición del Folleto del SI [2.1].

Tabla A1.1. Algunas magnitudes cuya unidad coherente SI se expresa como kg m^p s^q

Magnitud	p	q
densidad de masa	-3	0
densidad de superficie	-2	0
presión, tensión	-1	-2
momento	1	-1
fuerza	1	-2
momento angular	2	-1
energía, trabajo, par	2	-2
potencia	2	-3

A1.2. Unidades eléctricas

El amperio se definía previamente en función del segundo, el metro y el kilogramo, y dando un valor numérico fijo a la constante magnética μ_0, cuya unidad es kg m s^{-2} A^{-2} (o equivalentemente, N A^{-2} o H m^{-1}). El amperio se define ahora en función del segundo y un valor numérico fijo para la carga elemental *e*, cuya unidad es A s. El hecho de que la constante de Planck tenga ahora un valor numérico fijo es de gran utilidad para la metrología eléctrica, como se describe en la *mise en pratique* del amperio [A1.1].

A1.3. Unidades ligadas al kelvin y a la candela

El kelvin se define ahora en función de los valores numéricos exactos de $\Delta\nu_{Cs}$, *h*, y la constante de Boltzmann *k*. La unidad de *k* es kg m^2 s^{-2} K^{-1} (o equivalentemente, J K^{-1}). La redefinición del kilogramo no tiene ningún impacto práctico en este cambio (ver la *mise en pratique* de la definición del kelvin [A1.2]). De manera similar, aunque la definición de la candela se refiere en parte a la potencia, la Resolución 1 no ha tenido ningún impacto práctico en la realización de la candela.

A1.4. Unidades atómicas, subatómicas y moleculares

(Nota: esta sección se centra en la física atómica más que en la química).
El hecho de que la adopción de la Resolución 1 por la 26ª CGPM (2018) redefiniera tanto el kilogramo como el mol, y que la unidad de masa molar sea el kg mol^{-1}, es una fuente potencial de confusión con respecto a las unidades no pertenecientes al SI, como la unidad de masa atómica unificada, u, habitualmente utilizada en ciencia atómica, subatómica y

molecular. A continuación se describe la situación actual y se contrasta con la situación descrita en la octava edición del Folleto del SI [A1.3]. En la sección A1.4.1 enumeramos ecuaciones importantes utilizadas en física atómica y molecular y definimos las magnitudes que aparecen en estas ecuaciones. Por supuesto, los cambios en el SI no tienen ningún efecto sobre las ecuaciones. Sin embargo, las incertidumbres de las magnitudes que aparecen en las ecuaciones sí se ven afectadas por las redefiniciones del kilogramo y el mol. La sección A1.4.2 describe estos cambios y muestra las incertidumbres actuales.

A1.4.1. Ecuaciones de la física

Las ecuaciones de la física no han cambiado. Algunas de las principales relaciones utilizadas en física atómica se recuerdan en esta subsección.

La constante de masa atómica unificada m_u se define en función de la masa del isótopo ^{12}C

$$m_u = m(^{12}C)/12 \qquad \text{(A1.1)}$$

La unidad de masa atómica unificada, u, también conocida como dalton (símbolo: Da), no es una unidad SI. Formalmente, la conversión entre u y kg es u = $\{m_u\}$ kg donde las llaves alrededor de m_u significan "valor numérico de m_u cuando se expresa en la unidad kg".

La masa atómica relativa de una entidad elemental X es un número puro definido por

$$A_r(X) = m(X)/m_u = 12\, m(X)/m(^{12}C) \qquad \text{(A1.2)}$$

donde $A_r(X)$ es la masa atómica relativa de X, y $m(X)$ es la masa atómica de X. (La masa atómica relativa generalmente se denomina "peso atómico" en el campo de la química). La entidad elemental X debe especificarse en cada caso. Si X representa una especie atómica, o un nucleido, entonces se usa la notación ^{A}X para un átomo neutro, donde A es el número de nucleones; por ejemplo: ^{12}C.

En el SI, m_u se determina experimentalmente a partir de la definición del kilogramo. Consúltese la siguiente sección para obtener información adicional.

La masa molar de X, $M(X)$, se define como la masa atómica de la entidad X multiplicada por la constante de Avogadro, N_A. La unidad SI coherente de $M(X)$ es kg mol^{-1}. Para cualquier entidad elemental X, $M(X)$ está relacionada con $m(X)$ a través de N_A:

$$M(X) = m(X)\, N_A = A_r(X)\, m\text{u}\, N_A \qquad \text{(A1.3)}$$

La constante de masa molar M_u se define como

$$M_u = M(^{12}C)/12 \qquad \text{(A1.4)}$$

Estas cuatro ecuaciones relacionan las diversas magnitudes que son las componentes básicas de las masas atómicas y molares y, por extensión, a menudo se aplican a masas subatómicas y moleculares.

A1.4.2. Cambios en las incertidumbres

Para discutir las implicaciones de la Resolución 1 [5.1], comenzamos con dos ecuaciones adicionales tomadas de la relación de Rydberg de la física atómica,

$$hR_\infty = \frac{1}{2} m_e \alpha^2 c \qquad \text{(A1.5)}$$

donde R_∞ es la constante de Rydberg, $m_e \equiv m(e)$ es la masa en reposo del electrón, α es la constante de la estructura fina y c es la velocidad de la luz en el vacío.

Primero, de (A1.2) y (A1.5) se obtiene que para cualquier entidad X,

$$\frac{h}{m(\mathrm{X})} = \frac{1}{2}\frac{A_\mathrm{r}(\mathrm{e})\alpha^2 c}{A_\mathrm{r}(\mathrm{X})R_\infty} \tag{A1.6}$$

Segundo, de (A1.3), (A1.4) y (A1.6),

$$\frac{N_\mathrm{A}h}{M_\mathrm{u}} = \frac{1}{2}A_\mathrm{r}(\mathrm{e})\frac{\alpha^2 c}{R_\infty} \tag{A1.7}$$

El lado derecho de (A1.7), que es trazable a las unidades SI de tiempo y longitud, tiene una incertidumbre típica relativa de 4.5×10^{-10} [5.3] en el momento de la revisión del SI. Esta relación es clave para comprender cómo las incertidumbres de M_u y m_u se ven afectadas por la Resolución 1 de la 26ª CGPM (2018).

De las constantes que aparecen en las siete relaciones mostradas anteriormente, Mu (y por extensión $M(^{12}\mathrm{C})$), tenía un valor numérico fijo antes de que el SI fuera revisado por la 26ª CGPM, pero ya no. Las constantes N_A y h no tenían valores numéricos fijos antes de la 26ª CGPM. (El valor de la velocidad de la luz en el vacío es fijo desde 1983).

Por lo tanto, la Resolución 1 de la 26ª CGPM ha tenido las siguientes consecuencias para las magnitudes y mediciones discutidas anteriormente:

1. Las masas atómicas relativas (y sus incertidumbres) no se ven afectadas. Son relaciones adimensionales y, por tanto, independientes de los sistemas de unidades. En el campo de la química, las masas atómicas relativas a menudo se denominan pesos atómicos.

2. Las determinaciones de la constante de la estructura fina no se han visto afectadas.

3a. Ni el valor ni la incertidumbre de $N_\mathrm{A}h/M_\mathrm{u}$ se vieron afectados por la Resolución 1. El valor de esta combinación de constantes todavía se determina a partir de los valores recomendados para los parámetros en el lado derecho de (A1.7), y estos son trazables a las unidades SI de tiempo y longitud, o son números puros.

En algunos artículos científicos publicados antes de la adopción de la Resolución 1, la magnitud $N_\mathrm{A}h/M_\mathrm{u}$ se escribió como $N_\mathrm{A}h(10^3)$, donde el factor 10^3 se utilizó como una especie de abreviatura para indicar el valor numérico exacto de M_u^{-1}, cuya unidad coherente SI es el mol kg^{-1}. Esta notación surgió porque el mol estaba definido a partir de la definición del kilogramo, combinado con un valor numérico exacto de M_u igual a 10^{-3} kg mol^{-1}; pero el mol ahora se define mediante un valor numérico fijo de N_A, cuya unidad coherente SI es mol^{-1}. No obstante, aún se puede considerar que M_u es 0.001 kg mol^{-1}, siempre que la incertidumbre típica relativa de M_u, que actualmente es 4.5×10^{-10} [5.3], pueda despreciarse en el balance de incertidumbres de una medición dada.

3b. Por ninguna otra razón, salvo para aclarar la discusión en esta subsección, los cambios en el valor de M_u y su incertidumbre pueden parametrizarse en función de una pequeña magnitud adimensional k. La constante de masa molar M_u, en lugar de definirse como exactamente 0,001 kg mol^{-1}, tal como era antes de la adopción de la Resolución 1, puede obtenerse con exactitud, del último término de la siguiente relación

$$M_\mathrm{u} = \left(0{,}001\ \mathrm{kg\ mol^{-1}}\right)(1+\kappa) = \frac{R_\infty}{A_\mathrm{r}(\mathrm{e})\alpha^2}\left(\frac{2N_\mathrm{A}h}{c}\right) \tag{A1.8}$$

en el que las constantes en el paréntesis final tienen valores numéricos fijos.

Debido al principio de continuidad, cuando se realizan cambios en el SI, el valor de k es consistente con cero, con una incertidumbre típica $u(k) = u_r(R_\infty/(A_r(e)\alpha^2))$, que en la actualidad es 4,5 partes en 10^{10}.

Esta incertidumbre se reduciría aún más mediante mediciones mejoradas de las constantes involucradas, α en particular. Los valores aceptados y las incertidumbres relativas de $A_r(e)$, R_∞ y α son los valores recomendados por CODATA 2017 [5.3].

La constante de masa molar y la constante de masa atómica unificada están relacionadas por $M_u = m_u N_A$. De ello se deduce que, dado que $u_r(N_A) = 0$, las incertidumbres relativas de m_u y M_u son idénticas:

$$u_r(m_u) = u_r(M_u) = u(k) \qquad \text{(A1.9)}$$

Para el caso de m_u, cuyo valor ha sido (y sigue siendo) determinado experimentalmente, la adopción de la Resolución 1, sin embargo, ha supuesto una reducción de $u_r(m_u)$ en más de un factor 20, simplemente definiendo h para tener un valor numérico fijo, aunque esta mejora de la incertidumbre no parece tener ningún beneficio práctico inmediato.

Finalmente, en física atómica a veces es necesario realizar conversiones entre las unidades electronvoltio (símbolo: eV) y unidad de masa atómica unificada (símbolo: u), no pertenecientes al SI. La correspondencia es actualmente

$$1\ \text{u} \leftrightarrow 931{,}494\ 102\ 74\ (42) \times 10^6\ \text{eV} \qquad \text{(A1.10)}$$

donde el valor numérico de la energía expresada en electronvoltios es igual al valor numérico de $m_u c^2/e$ expresado en julios por culombio. Las magnitudes c y e tienen valores numéricos fijos.

A2. Mantenimiento de las realizaciones prácticas

En el pasado, un experimento capaz de determinar el valor de la constante de Planck proporcionaba un resultado de valor duradero, incluso si el experimento nunca se repetía. Ahora que se utilizan experimentos similares para realizar la unidad de masa, analizamos brevemente si se podría utilizar un experimento abreviado para asegurar que la realización siga siendo válida. Si consideramos las realizaciones descritas en la Sección 2, la pregunta básica es: ¿deben las realizaciones rutinarias de los patrones primarios de masa ser idénticas a la primera realización de este tipo? Aquí se dan algunas consideraciones.

Para la realización mediante una balanza de Kibble: Se necesitan garantías de que los alineamientos mecánicos y magnéticos de la balanza siguen siendo adecuados; que la trazabilidad al SI se mantiene para las mediciones auxiliares de velocidad, aceleración de la gravedad, corriente y tensión. La mejora de la tecnología en estas áreas abre la posibilidad de reducir la incertidumbre de la realización.

Para una realización mediante el método XRCD, se prepararon lingotes de silicio monocristalino enriquecidos en ^{28}Si. Con cada lingote se prepararon interferómetros de rayos X, muestras para mediciones de la masa molar, dos esferas de 1 kg para la medición de densidad y muchas otras muestras. Las esferas son patrones primarios de masa a partir de los cuales se puede diseminar la unidad de masa, pero las esferas deben mantenerse en buenas condiciones para el monitoreo periódico, mediante métodos apropiados, de los siguientes parámetros:

- Capas superficiales en las esferas de silicio mediante, por ejemplo, elipsometría espectral, refractometría de rayos X (XRR), espectrometría de fotoelectrones de rayos X (XPS), análisis de fluorescencia de rayos X (XRF) y absorción de infrarrojos;
- Volumen de las esferas de silicio mediante, por ejemplo, interferometría óptica.

Estas mediciones no son caras y se estima que podrían realizarse en unas pocas semanas.

Además, aunque nada conocido hará que cambie la masa molar de los cristales, la nueva medición de la masa molar mediante métodos mejorados podría reducir la incertidumbre con la que se puede realizar la definición de kilogramo mediante el método XRCD.

De manera similar, no existe nada conocido que haga que la dimensión de la arista a(Si) de la celda unitaria cambie con el tiempo, pero la nueva medición de esta magnitud mediante combinación de interferometría óptica y de rayos X podría reducir la incertidumbre con la que la definición del kilogramo puede realizarse mediante el método XRCD.

La confirmación puede proceder de los mecanismos del CIPM MRA, que proporcionan medidas de equivalencia de las diversas realizaciones.

A3. Mantenimiento de la correlación de masa entre patrones calibrados por NMIs o DIs que realizan el kilogramo (informativo)

En el contexto del CIPM MRA, un INM o DI, o el propio BIPM, que realizara la unidad de masa podría calibrar patrones de masa trazables únicamente a su propia realización, siempre que el laboratorio haya participado con éxito en una comparación clave, como se describe en la sección 3.1. Sin embargo, siempre que la incertidumbre de una realización primaria sea significativamente mayor que la incertidumbre de una comparación de masas, la incertidumbre de una calibración trazable a una única realización sería mayor que la incertidumbre de una calibración trazable a múltiples realizaciones, al menos en el caso de resultados independientes y consistentes.

Los laboratorios que realizan la unidad de masa podrían aprovechar la información obtenida en las comparaciones clave para reducir la incertidumbre de calibración y aumentar la correlación de la medición de masa en todo el mundo. El siguiente ejemplo simplificado ilustra cómo se podría modificar el análisis de la comparación clave para lograrlo.

Supóngase que un número n de laboratorios está realizando la unidad de masa. Estos laboratorios están etiquetados como $\mathrm{NMI}_1,\ldots,\mathrm{NMI}_n$. Como resultado de la realización, el NMI_i asigna un valor m_i y una incertidumbre típica asociada $u(m_i)$ a un patrón estable S_i, de masa nominal 1 kg. En una comparación clave posterior, el NMI_i mide la diferencia de masa entre el patrón S_i y un patrón estable de masa en circulación S_R. El NMI_i comunica la diferencia de masa medida Δm_i, el valor de masa anterior m_i y las incertidumbres típicas asociadas $u(\Delta m_i)$ y $u(m_i)$.

El valor de referencia de la comparación clave $\hat{m}_\mathrm{R}$ (la masa del patrón S_R circulado) y los valores posteriores, altamente correlacionados, $\hat{m}_i$ de los patrones de masa S_i se obtienen como solución de mínimos cuadrados ponderada del modelo

$$\begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_\mathrm{n} \\ \Delta m_1 \\ \Delta m_2 \\ \vdots \\ \Delta m_\mathrm{n} \end{pmatrix} \doteq \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & -1 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & -1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{m}_1 \\ \hat{m}_2 \\ \vdots \\ \hat{m}_\mathrm{n} \\ \hat{m}_\mathrm{R} \end{pmatrix} \qquad \text{(A3.1)}$$

(El símbolo $\doteq$, utilizado también en [5.3], indica que un dato de entrada del tipo que aparece en el lado izquierdo viene idealmente dado por la expresión del lado derecho que contiene magnitudes ajustadas).

En la posterior diseminación de la unidad de masa, el NMI_i utiliza el patrón estable de masa S_i como referencia, pero con el valor posterior $\hat{m}_i$ y la incertidumbre típica asociada $u(\hat{m}_i)$, en lugar del valor previo m_i y la incertidumbre estándar asociada $u(m_i)$.

Para simplificar, el ejemplo anterior se basa en el supuesto de que se dispone de patrones de masa estables. Tales patrones no estaban disponibles en el pasado y es posible que tampoco lo estén en el futuro. Sin embargo, siempre que los cambios en los patrones de masa sean predecibles, con una incertidumbre menor que la incertidumbre de la realización de la unidad de masa, un procedimiento similar al descrito, pero que tenga en cuenta la inestabilidad de los patrones de masa, proporcionará valores posteriores de masa con incertidumbres más pequeñas y correlaciones más altas que las de los valores previos.

Realización práctica de la definición del amperio y otras unidades eléctricas

Comité Consultivo de Electricidad y Magnetismo

1. Introducción

El propósito de esta realización práctica (*mise en pratique*), preparada por el Comité Consultivo de Electricidad y Magnetismo (CCEM), del Comité Internacional de Pesas y Medidas (CIPM), es indicar cómo pueden realizarse en la práctica la unidad básica del SI, el amperio, símbolo A, y las unidades eléctricas SI derivadas, con nombres y símbolos, voltio V, ohmio Ω, siemens S, culombio C, faradio F, henrio H, vatio W, tesla T y weber Wb.

En general, el término "realizar una unidad" se interpreta como el establecimiento del valor y la incertidumbre asociada de una magnitud del mismo tipo que la unidad, que es consistente con la definición de la unidad. La definición del amperio no implica ningún experimento particular para su realización práctica. En principio, podría utilizarse cualquier método capaz de proporcionar un valor de intensidad de corriente eléctrica trazable al conjunto de las siete constantes de referencia. Por lo tanto, la lista de métodos dada no pretende ser una lista exhaustiva de todas las posibilidades, sino más bien una lista de aquellos métodos primarios que son más fáciles de implementar o que proporcionan las menores incertidumbres.

Un método primario es aquel que posee las más altas propiedades metrológicas, cuya operatividad puede describirse y comprenderse en su totalidad, al que puede asociarse una declaración completa de incertidumbre en términos de unidades SI, y que no requiere un patrón de referencia de la misma magnitud.

2. Definición del amperio

La definición del amperio, unidad básica SI de corriente eléctrica, es la siguiente [1]:

> **El amperio, símbolo A, es la unidad SI de corriente eléctrica. Se define al fijar el valor numérico de la carga elemental, *e*, en 1,602 176 634 × 10^{-19}, cuando se expresa en la unidad C, igual a A·s, donde el segundo se define en función de $\Delta\nu_{Cs}$**

3. Realización práctica del amperio

Como se ha indicado en el apartado 1, realizar una unidad generalmente significa establecer el valor y la incertidumbre asociada de una magnitud del mismo tipo que la unidad, consistente con la definición de la unidad. En la práctica, el amperio A puede realizarse:

(a) utilizando la ley de Ohm, la relación entre unidades A = V/Ω, y las realizaciones prácticas de las unidades derivadas SI, voltio V y ohmio Ω, basadas en los efectos Josephson y Hall cuántico, respectivamente, analizados a continuación en los apartados 4 y 5, o

(b) mediante transporte individual de electrones (SET por sus siglas en inglés) o dispositivo similar, la relación entre unidades A = C/s, el valor de e dado en la definición del amperio y una realización práctica de la unidad básica SI segundo, s, o

(c) empleando la relación $I = C\ dU/dt$, la relación entre unidades A = F V/s, y las realizaciones prácticas de las unidades derivadas SI, voltio V y faradio F, y de la unidad básica SI segundo, s.

En el momento de la preparación de esta realización práctica, las implementaciones de transporte individual de electrones (SET) aún tienen limitaciones técnicas y, a menudo, mayores incertidumbres relativas que algunas otras técnicas competitivas. Sin embargo, las implementaciones de SET se incluyen en esta realización práctica porque ofrecen enfoques únicos y elegantes para realizar las unidades SI, y sus incertidumbres han mejorado en los últimos años, prometiendo mejorar aún más en el futuro.

4. Realización práctica del voltio, V, unidad derivada SI de diferencia de potencial eléctrico (tensión) y de fuerza electromotriz

El voltio V puede realizarse utilizando el efecto Josephson y el siguiente valor de la constante K_J de Josephson:

$$K_J = 483\ 597{,}848\ 416\ 984\ \text{GHz V}^{-1}.\ * \qquad (1)$$

* Este valor se ha calculado con 15 dígitos significativos.

Este valor se deduce tras asumir la exactitud de la ecuación $K_J = 2e/h$, fuertemente respaldada por un gran número de trabajos experimentales y teóricos, y los valores de h y e dados en [1]. Aunque el cociente $2e/h$ obviamente puede calcularse con cualquier número de dígitos, el valor truncado recomendado tiene un error de menos de 1 parte en 10^{15}, despreciable en la gran mayoría de las aplicaciones. En los raros casos en los que este error puede no ser despreciable, deben emplearse dígitos adicionales. La ventaja de recomendar un valor particular de K_J para el uso práctico es que garantiza que, virtualmente, todas las realizaciones del voltio basadas en el efecto Josephson empleen exactamente el mismo valor.

Obsérvese que el valor de K_J en la ecuación (1) es inferior en la fracción $1{,}066\ 65 \times 10^{-7}$ respecto al valor $K_{J\text{-}90}$ = 483 597,9 GHz V^{-1}, adoptado por el CIPM a partir del 1 de enero de 1990 para la realización internacional del voltio utilizando el efecto Josephson. Esto implica que la unidad de tensión realizada usando $K_{J\text{-}90}$ era superior en el mismo valor a la unidad SI actual realizada utilizando el valor de la ecuación (1). Por tanto, el valor numérico de una tensión que hubiese sido medida empleando $K_{J\text{-}90}$ habría sido inferior, en la misma fracción, al valor numérico de dicha tensión medida utilizando el actual voltio SI, realizado con el valor de K_J dado en la ecuación (1).

5. Realización práctica del ohmio, Ω, unidad derivada SI de resistencia eléctrica e impedancia

El ohmio puede realizarse:

(a) utilizando el efecto Hall cuántico de manera acorde con las Directrices del CCEM [2] y el siguiente valor de la constante de von Klitzing, R_K:

$$R_K = 25\ 812{,}807\ 459\ 3045\ \Omega.\ * \qquad (2)$$

* Este valor se ha calculado con 15 dígitos significativos.

Este valor se deduce tras asumir la exactitud de la ecuación $R_K = h/e^2$, fuertemente respaldada por un gran número de trabajos experimentales y teóricos, y los valores de

h y e dados en [1]. Aunque el cociente h/e^2 obviamente puede calcularse con cualquier número de dígitos, el valor truncado recomendado tiene un error de menos de 1 parte en 10^{15}, despreciable en la gran mayoría de las aplicaciones. En los raros casos en los que este error puede no ser despreciable, deben emplearse dígitos adicionales. La ventaja de recomendar un valor particular de R_K para el uso práctico es que garantiza que, virtualmente, todas las realizaciones del ohmio basadas en el efecto Hall cuántico empleen exactamente el mismo valor, o

(b) comparando una resistencia desconocida con la impedancia de una capacidad conocida utilizando, por ejemplo, un puente de cuadratura, donde, por ejemplo, la capacidad se ha determinado por medio de un condensador calculable, y el valor de la constante eléctrica dada por la ecuación (3) más adelante, en el apartado 13.

Obsérvese que el valor de R_K en la ecuación (2) es superior en la fracción $1{,}7793 \times 10^{-8}$ respecto al valor $R_{K\text{-}90}$ = 25 812,807 Ω, adoptado por el CIPM a partir del 1 de enero de 1990 para la realización internacional del ohmio utilizando el efecto Hall cuántico. Esto implica que la unidad de resistencia realizada usando $R_{K\text{-}90}$ era superior en el mismo valor a la unidad SI actual realizada utilizando el valor de la ecuación (2). Por tanto, el valor numérico de una resistencia que hubiese sido medida empleando $R_{K\text{-}90}$ habría sido inferior, en la misma fracción, al valor numérico de dicha resistencia medida utilizando el actual ohmio SI, realizado con el valor de R_K dado en la ecuación (2).

6. Realización práctica del siemens, S, unidad derivada SI de conductancia eléctrica

El siemens S puede realizarse a partir de la realización del ohmio (véase apartado 5), dado que la unidad S está relacionada con la unidad Ω por la relación $S = \Omega^{-1}$.

7. Realización práctica del culombio, C, unidad derivada SI de carga eléctrica

El culombio C puede realizarse:

(a) midiendo la duración en segundos (s, unidad SI de tiempo) del flujo de una corriente eléctrica conocida en amperios, con el A realizado como se indica en el apartado 3, o

(b) determinando la cantidad de carga existente en una capacidad conocida en faradios F, con el faradio realizado por los métodos 8(a) u 8(b), utilizando la relación entre unidades C = F V y midiendo la tensión a través de la capacidad en voltios V, con el voltio realizado mediante el efecto Josephson y el valor de la constante de Josephson dada en la ecuación. (1) (véase apartado 4), o

(c) utilizando un SET o dispositivo similar para transferir una cantidad conocida de carga basada en el valor de e, dado en la definición del amperio, a un elemento de un circuito adecuado.

8. Realización práctica del faradio, F, unidad derivada SI de capacidad

El faradio F puede realizarse:

(a) comparando la impedancia de una resistencia conocida, obtenida utilizando el efecto Hall cuántico y el valor de la constante de von Klitzing dada en la ecuación (2) (véase apartado 5), junto a una resistencia Hall cuantizada, con la impedancia de una capacidad desconocida utilizando, por ejemplo, un puente de cuadratura, o

(b) utilizando un condensador calculable y el valor de la constante eléctrica dada por la ecuación (3).

9. Realización práctica del henrio, H, unidad derivada SI de inductancia

El henrio puede realizarse:

(a) comparando la impedancia de una inductancia desconocida con la impedancia de una capacidad conocida, con la ayuda de resistencias conocidas y utilizando, por ejemplo, un puente Maxwell-Wien, donde la capacidad y las resistencias conocidas se han determinado, por ejemplo, a partir del efecto Hall cuántico y el valor de R_K dado en la ecuación (2) (véanse los apartados 5 y 8), o

(b) mediante el uso de un inductor calculable, por ejemplo, un inductor mutuo del tipo Campbell y el valor de la constante magnética μ_0 dada por la ecuación (6)

10. Realización práctica del vatio, W, unidad derivada SI de potencia

El vatio W puede realizarse a partir de unidades eléctricas, dado que la potencia eléctrica es igual al producto de la intensidad por la tensión, la relación entre unidades $W = V^2/\Omega$ dada por la ley de Ohm, y las realizaciones del voltio y el ohmio mediante los efectos Josephson y Hall cuántico y los valores de las constantes de Josephson y de von Klitzing dadas en las ecuaciones (1) y (2) (véanse apartados 4 y 5).

11. Realización práctica del tesla, T, unidad derivada SI de densidad de flujo magnético

El tesla T puede realizarse:

(a) utilizando un solenoide, bobina Helmholtz u otra configuración de conductores de dimensiones conocidas, por los que circula una corriente eléctrica determinada, como se describe en el apartado 3, y el valor de la constante magnética μ_0 dada en la ecuación (6) para el cálculo de la densidad de flujo magnético generado por los conductores portadores de corriente, o

(b) mediante el uso de resonancia magnética nuclear (RMN) sobre una muestra de relación giromagnética conocida, por ejemplo, una muestra esférica de H_2O pura a 25 °C y el valor recomendado más reciente de la relación giromagnética apantallada del protón $\gamma_{p'}$ dado por CODATA.

12. Realización práctica del weber, Wb, unidad derivada SI de flujo magnético

El weber Wb puede realizarse a partir del tesla, mediante la relación $Wb = T\ m^2$, o a partir del voltio, mediante la relación Wb = V s. También se puede utilizar el hecho de que el flujo magnético cuántico Φ_0, que caracteriza las propiedades magnéticas de los superconductores, está relacionado con h y e, como se indica en [1], por la relación exacta $\Phi_0 = h/2e$.

13. Constante magnética μ_0 y magnitudes relacionadas

Las nuevas definiciones de kilogramo, amperio, kelvin y mol no alteran las relaciones entre la constante magnética (permeabilidad del vacío) μ_0, la constante eléctrica (permitividad del vacío) ε_0, la impedancia característica del vacío Z_0, la admitancia del vacío Y_0 y la velocidad de la luz en el vacío c. Tampoco cambian el valor exacto de c, explícito en la definición de la unidad básica SI de longitud, el metro, m. Las relaciones entre estas constantes son:

$$\varepsilon_0 = 1/\mu_0 c^2 \tag{3}$$

$$Z_0 = \mu_0 c = (\mu_0/\varepsilon_0)^{1/2} \tag{4}$$

$$Y_0 = 1/\mu_0 c = (\varepsilon_0/\mu_0)^{1/2} = 1/Z_0 \tag{5}$$

Sin embargo, las nuevas definiciones sí afectan el valor de μ_0 y, por lo tanto, a los valores de ε_0, Z_0 e Y_0. En particular, μ_0 ya no tiene el valor exacto $4\pi \times 10^{-7}$ N A^{-2} y debe determinarse experimentalmente. El valor de μ_0 puede obtenerse con una incertidumbre típica relativa, u_r, idéntica a la de la constante de estructura fina α, a partir de la relación exacta

$$\mu_0 = \alpha \frac{2h}{ce^2} \tag{6}$$

Como h, c, y e tienen valores numéricos fijos, a partir de las ecuaciones (3)-(6) se obtiene que

$$u_r(Y_0) = u_r(Z_0) = u_r(\varepsilon_0) = u_r(\mu_0) = u_r(\alpha) \tag{7}$$

Los valores recomendados de h, e, k y N_A resultantes del ajuste especial por mínimos cuadrados CODATA 2017 de los valores de las constantes fundamentales [3] fueron la base de los valores exactos utilizados para estas cuatro constantes en las nuevas definiciones del kilogramo, amperio, kelvin y mol adoptados por la 26ª CGPM [1]. El ajuste especial de 2017 pero con h, e, k y N_A tomados para tener los valores exactos utilizados en las nuevas definiciones, produce el siguiente valor actualmente recomendado de la constante magnética:

$$\mu_0 = 4\pi\,[1 + 2{,}0(2{,}3) \times 10^{-10}] \times 10^{-7}\ \mathrm{N\ A^{-2}} \tag{8}$$

$$= 12{,}566\ 370\ 6169(29) \times 10^{-7}\ \mathrm{N\ A^{-2}}$$

Sin embargo, los usuarios siempre deben utilizar el valor del ajuste CODATA más reciente [4]. Los valores e incertidumbres de la constante eléctrica, la impedancia característica del vacío y la admitancia característica del vacío siempre pueden obtenerse a partir de las relaciones (3)-(6).

Es de esperar que los valores recomendados para μ_0, ε_0, Z_0 e Y_0 cambien ligeramente en un ajuste CODATA posterior, a medida que estén disponibles nuevos datos que influyan en el valor de α. Por tanto, los usuarios de este documento deben emplear siempre en sus cálculos los valores más actualizados recomendados por CODATA para estas constantes. Por supuesto, los valores de h, e, k y N_A fijados por las nuevas definiciones no cambiarán de un ajuste al siguiente.

Referencias

[1] BIPM, The International System of Units (SI Brochure) [9th edition, 2019], https://www.bipm.org/en/publications/si-brochure/.

[2] F. Delahaye and B. Jeckelmann, 'Revised technical guidelines for reliable dc measurements of the quantized Hall resistance', *Metrologia,* **40(5),** 217-223 (2003).

[3] D. Newell, F. Cabiati, J. Fischer, K. Fujii, S. G. Karshenboim, H. S. Margolis, E. de Mirandes, P.J. Mohr, F. Nez, K. Pachucki, T. J. Quinn, B. N. Taylor, M. Wang, B. Wood and Z. Zhang, 'The CODATA 2017 Values of *h*, *e*, *k*, and *N* A for the Revision of the SI', *Metrologia*, **55(1)** L13-L16 (2018).

[4] 'CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2018', https://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html.

Realización práctica de la definición del kelvin

Comité Consultivo de Termometría

1. Introducción

El propósito de esta realización práctica (*mise en pratique*), preparada por el Comité Consultivo de Termometría (CCT) del Comité Internacional de Pesas y Medidas (CIPM), es indicar cómo puede realizarse en la práctica la definición de la unidad básica SI, el kelvin, símbolo K.

En general, el término "realizar una unidad" se interpreta como el establecimiento del valor y la incertidumbre asociada de una magnitud del mismo tipo que la unidad, que es consistente con la definición de la unidad. La definición del kelvin de 2018 no implica ningún experimento particular para su realización práctica. En principio, podría utilizarse cualquier método capaz de proporcionar un valor de temperatura trazable al conjunto de las siete constantes de referencia. Por lo tanto, la lista de métodos dada no pretende ser una lista exhaustiva de todas las posibilidades, sino más bien una lista de aquellos métodos que son más fáciles de implementar y/o que brindan las menores incertidumbres y que son reconocidos oficialmente como métodos primarios por el Comité Consultivo relevante.

Un método primario es un método que tiene las más altas propiedades metrológicas, cuya operatividad puede describirse y comprenderse en su totalidad, al que puede asociarse una declaración completa de incertidumbre en términos de unidades SI; y que no requiere un patrón de referencia de la misma magnitud.

El texto y la información suplementaria sobre las Escalas Internacionales de Temperatura constituian hasta hace poco la guía de referencia para la realización de la unidad básica kelvin. Sin embargo, los recientes desarrollos en termometría y la redefinición del kelvin han justificado el establecimiento de un documento más amplio y flexible que incorpora las escalas de temperatura actualmente en uso y los métodos de termometría primaria desarrollados: la *Mise en Pratique* de la realización del kelvin (*MeP*-K).

Según lo previsto por el CCT [Recomendación T3 (2005)] y de acuerdo con el informe de la 97ª reunión del CIPM en 2008, la *MeP*-K proporciona o hace referencia a la información necesaria para realizar mediciones prácticas de temperatura, de acuerdo con el Sistema Internacional de Unidades (SI), al más alto nivel de exactitud. El CCT adoptó una *MeP*-K por primera vez en abril de 2006; véase el informe de la 24ª reunión del CCT. La versión del 2019 de la *Mise en Pratique* de la realización del kelvin (*MeP*-K-19) que aquí se presenta incorpora la redefinición del kelvin adoptada por la CGPM en su 26ª reunión y representa la realización del kelvin redefinido que entró en vigor el 20 de mayo de 2019.

2. Definición del kelvin

La definición del kelvin, unidad básica de temperatura, es la siguiente [1]:

> **El kelvin, símbolo K, es la unidad SI de temperatura termodinámica. Se define al fijar el valor numérico de la constante de Boltzmann, k, en 1,380 649 x 10^{-23}, cuando se expresa en la unidad $J \cdot K^{-1}$, igual a $kg \cdot m^2 \cdot s^2 \cdot K^{-1}$, donde el kilogramo, el metro y el segundo se definen en función de h, c y $\Delta\nu_{Cs}$**

(h es la constante de Planck, c es la velocidad de la luz en el vacío y $\Delta\nu_{Cs}$ es la frecuencia del cesio correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental no perturbado del átomo de ^{133}Cs.) Esta definición implica la relación exacta k = 1,380 649 × 10^{-23} J/K. Su efecto es que un kelvin es igual al cambio de temperatura termodinámica T que da lugar a un cambio de energía térmica kT de 1,380 649 × 10^{-23} J.

Antes de 2018, el kelvin se definía como la fracción 1/273,16 de la temperatura termodinámica T_{TPW} del punto triple del agua [13ª CGPM en 1967, Resoluciones 3 y 4]. El kelvin se define ahora en función de la unidad derivada SI de energía, el julio, fijando el valor numérico de la constante de Boltzmann k, que es la constante de proporcionalidad entre la temperatura termodinámica y la energía térmica asociada kT. La nueva definición tiene su origen en la mecánica estadística, donde la temperatura termodinámica es una medida de la energía térmica promedio por grado de libertad en el sistema. En principio, la unidad natural de temperatura termodinámica es el julio y no se requiere una unidad básica separada para la temperatura. Sin embargo, por razones históricas y, en particular, prácticas, el kelvin sigue siendo una unidad básica del SI. La definición, de tipo "constante explícita" es lo suficientemente amplia como para abarcar cualquier forma de termometría, donde la *MeP*-K proporciona orientación sobre la realización práctica del kelvin.

Sigue siendo una práctica común llamar temperatura Celsius, símbolo t, a la diferencia T - 273,15 K. La unidad de temperatura Celsius es el grado Celsius, símbolo °C, que por definición es igual en magnitud al kelvin.

El valor de k adoptado para la nueva definición es el valor de CODATA de 2017 [2]. Esto asegura que la mejor estimación del valor de T_{TPW} sigue siendo 273,16 K. Una consecuencia de la definición de 2018 es que la anterior incertidumbre relativa en la determinación de k, 3,7 × 10^{-7}, se transfiere a la temperatura del punto triple del agua, T_{TPW}. Por tanto, la incertidumbre típica de T_{TPW} es ahora $u(T_{TPW})$ = 0,1 mK.

El CCT no tiene conocimiento de ninguna tecnología en termometría que proporcione un valor significativamente reducido de $u(T_{TPW})$. En consecuencia, es poco probable que el valor de T_{TPW} se modifique en un futuro previsible. Por otro lado, la reproducibilidad del T_{TPW}, realizada en células del punto triple de agua y aplicando correcciones isotópicas[8], es mejor que 50 µK. Los experimentos que requieran la máxima exactitud, en o cerca del T_{TPW}, seguirán basándose en la reproducibilidad del punto triple del agua. Aunque el valor T_{TPW} no es una constante fundamental, el punto triple del agua es un invariante de la naturaleza con la estabilidad inherente a largo plazo de las constantes fundamentales.

Las mediciones directas de temperatura termodinámica requieren un termómetro primario basado en un sistema físico bien entendido cuya temperatura puede derivarse de mediciones de otras magnitudes, como se describe en las siguientes secciones. Desafortunadamente, la termometría primaria suele ser complicada y requiere mucho tiempo y, por lo tanto, rara vez se utiliza como medio práctico para diseminar el kelvin. Como alternativa práctica, las Escalas Internacionales de Temperatura proporcionan procedimientos aceptados internacionalmente tanto para realizar como para diseminar la temperatura de una manera sencilla y reproducible; véase la Sección 5.

3. Nomenclatura (taxonomía de métodos)

El propósito de esta sección es aclarar los términos que se utilizarán en las siguientes secciones sobre 1) termometría primaria y 2) escalas de temperatura definidas. Una nomenclatura clara y bien definida es esencial para respaldar una taxonomía no ambigua de métodos en la *MeP*-K, la cual utiliza las siguientes definiciones:

[8] La Recomendación 2, CI-2005 del CIPM aclaró la definición del punto triple del agua al especificar que la composición isotópica del agua es la del agua oceánica media estándar de Viena (V-SMOW).

1) *Termometría primaria*, que se lleva a cabo utilizando un termómetro basado en un sistema físico bien conocido, para el cual la ecuación de estado que describe la relación entre la temperatura termodinámica T y otras magnitudes independientes, como la ley de los gases ideales o la ecuación de Planck, puede expresarse explícitamente, sin constantes desconocidas o significativamente dependientes de la temperatura. La temperatura termodinámica se puede obtener midiendo las magnitudes independientes. Los valores de temperatura termodinámica exactos requieren no solo mediciones exactas de las magnitudes independientes, sino también una comprensión suficiente del sistema que permita una evaluación cuantitativa de las desviaciones del modelo ideal con el fin de aplicar las correcciones adecuadas.

La *termometría primaria absoluta* permite medir la temperatura termodinámica directamente a partir de la definición de la unidad básica kelvin; es decir, del valor numérico fijado para la constante de Boltzmann. No se hace referencia a ningún punto fijo de temperatura (n = número de puntos = 0) y todos los demás parámetros especificados en la ecuación de estado se miden o se determinan de otra manera.

La *termometría primaria relativa* permite medir la temperatura termodinámica indirectamente usando una ecuación de estado específica, con uno o más valores de parámetros clave determinados a partir de puntos fijos de temperatura ($n > 0$), para los cuales los valores de la temperatura termodinámica T y sus incertidumbres se conocen *a priori* a partir de la termometría primaria absoluta o relativa anteriores. En los anexos de la *MeP*-K "Termometría radiométrica primaria relativa", ver Sección 4.2.3, y "Estimaciones de las diferencias T-T_{90}", ver Sección 5.1, se incluyen tablas que contienen datos de puntos fijos para T.

2) Las *escalas de temperatura definidas* permiten asignar valores de temperatura, determinados por termometría primaria, a una serie de estados naturales y altamente reproducibles (por ejemplo, los puntos de solidificación y triples de sustancias puras). También especifican los instrumentos de interpolación o extrapolación para sub-rangos particulares de temperatura y definen cualquier ecuación de interpolación o extrapolación necesaria. Las escalas definidas son altamente prescriptivas y definen nuevas magnitudes de temperatura T_{XX} (temperaturas de escala) que proporcionan aproximaciones cercanas a la temperatura termodinámica T y tienen la misma unidad que T; es decir, el kelvin. Los valores de temperatura asignados a los puntos fijos de cada escala se consideran exactos y no varían mientras la escala está en vigor, incluso si investigaciones posteriores revelan un sesgo de los valores con relación a la temperatura termodinámica real. Actualmente, las únicas escalas de temperatura definidas recomendadas por el CCT y aprobadas por el CIPM son la Escala Internacional de Temperatura de 1990 (ITS-90) [3], desde 0,65 K hacia arriba, y la Escala Provisional de Baja Temperatura [4] que cubre el rango de temperatura de 0,9 mK a 1 K (PLTS-2000). Las temperaturas definidas por la EIT-90 y la EPBT-2000 se indican como T_{90} y T_{2000}. Recomendaciones no prescriptivas para la realización de la EIT-90 y la EPBT-2000 se dan en la "Guía para la Realización de la ITS-90" y la "Guía para la Realización de la PLTS-2000", respectivamente.

También existen *aproximaciones de escalas definidas* donde los puntos fijos, los instrumentos de interpolación o extrapolación y las ecuaciones de interpolación o extrapolación son diferentes de los especificados en las escalas definidas, pero donde las diferencias de las escalas se conocen suficientemente bien. Estos métodos se describen en la "Guía de termometría secundaria".

4. Realización práctica del kelvin mediante termometría primaria

Si bien la definición de 2018 del kelvin en función de la constante de Boltzmann no tiene un impacto inmediato en el estatus de la EIT-90 y la EPBT-2000, existen beneficios significativos, particularmente para las mediciones de temperatura por debajo de ~20 K y por encima de ~1300 K, donde los termómetros primarios pueden ofrecer una incertidumbre termodinámica más baja que la que está disponible actualmente con la EIT-90 y la EPBT-2000. En el futuro, a medida que evolucionen los métodos primarios y permitan obtener menores incertidumbres, estos se utilizarán

más ampliamente y reemplazarán gradualmente a la EIT-90 y la EPBT-2000 como base para la medición de temperatura.

Los métodos de termometría primarios incluidos en esta sección cumplen los siguientes criterios:

- Al menos un ejemplo de un balance de incertidumbres completo ha sido examinado y aprobado por el CCT.
- La incertidumbre de realización del kelvin no supera en más de un orden de magnitud a la incertidumbre del estado-del-arte de la termometría primaria o de las escalas de temperatura definidas, o a la incertidumbre requerida por las partes interesadas.
- Existen al menos dos realizaciones independientes que aplican el método con la incertidumbre necesaria.
- Se ha llevado a cabo una comparación de las realizaciones con los resultados de los métodos ya aceptados.
- Los métodos son aplicables en rangos de temperatura aceptables para las partes interesadas, en metrología, ciencia o industria.
- La técnica experimental necesaria para la aplicación de los métodos está documentada con suficiente detalle en la literatura abierta, tal que los expertos en metrología puedan aplicarla de forma independiente.

4.1. Medición de temperatura termodinámica mediante termometría acústica de gases

4.1.1. Principio de la termometría acústica primaria de gases

La termometría acústica primaria de gases (AGT) explota la relación entre la velocidad del sonido, u, en un gas ideal en el límite de frecuencia cero y la temperatura termodinámica, T, del gas,

$$u^2 = \frac{\gamma k T}{m} \tag{1}$$

donde k es la constante de Boltzmann, m es la masa molecular promedio del gas y γ es la relación entre la capacidad calorífica del gas a presión constante y su capacidad calorífica a volumen constante. Para gases monoatómicos ideales, $\gamma = 5/3$

4.1.2. Termometría primaria absoluta acústica de gases

La velocidad del sonido se deduce de las frecuencias de resonancia de un gas monoatómico contenido dentro de una cavidad isotérmica. Las determinaciones exactas de las frecuencias de resonancia requieren el uso de modos acústicos no degenerados y, a menudo, se usan los modos radialmente simétricos no degenerados de cavidades casi esféricas. El radio medio de la cavidad se determina a menudo mediante resonancias de microondas. Las propiedades no ideales de los gases reales se acomodan utilizando una expansión virial de la relación velocidad del sonido y la extrapolación a presión cero.

Las mediciones de las frecuencias de resonancia acústica, presiones, dimensiones de la cavidad y masa molecular del gas deben tener trazabilidad al metro, al kilogramo y al segundo. La AGT primaria se ha realizado a la temperatura del punto triple del agua con incertidumbres relativas del orden de 10^{-6}. Sin embargo, las bajas incertidumbres comunicadas para la AGT aún no han sido confirmadas por mediciones independientes. Los detalles se encuentran en el artículo "Termometría acústica de gases" de Moldover et al. [5] y referencias en el mismo.

4.1.3. Termometría primaria relativa acústica de gases

La AGT relativa determina las relaciones entre temperaturas termodinámicas a partir de mediciones de las relaciones entre velocidades del sonido. Normalmente, la temperatura se

determina como una relación respecto a la temperatura de un punto fijo para el que se conoce la temperatura termodinámica. Las relaciones medidas entre temperaturas suelen expresarse en términos de relaciones medidas entre longitudes y frecuencias. La AGT relativa se ha aplicado en un amplio rango de temperaturas, desde unos pocos kelvin hasta más de 550 K. Realizaciones independientes de la AGT relativa generalmente concuerdan dentro de 3×10^{-6} T en el sub-rango de 234 K a 380 K. Una tabla que contiene datos de la temperatura termodinámica T de puntos fijos se da en el anexo "Estimaciones de las diferencias T-T_{90}", ver Sección 5.1.

4.2. Termometría radiométrica de banda espectral (1235 K y superior)

4.2.1. Principio de la termometría radiométrica primaria

La ecuación básica de la termometría radiométrica espectral es la ley de Planck, que da la radiancia espectral[9], $L_{b,\lambda}$, de un cuerpo negro ideal en función de la temperatura, T,

$$L_{b,\lambda}(\lambda,T) = \left(\frac{2hc^2}{\lambda^5}\right)\frac{1}{\exp\left(hc/\lambda kT\right)-1} \qquad (2)$$

donde k es la constante de Boltzmann, h es la constante de Planck, c es la velocidad de la luz en el vacío y λ es la longitud de onda en el vacío. La radiancia espectral es la potencia emitida por unidad de área, de ángulo sólido y de longitud de onda, expresándose habitualmente en la unidad W m^{-2} sr^{-1} nm^{-1}.

4.2.2. Termometría radiométrica primaria absoluta

La termometría radiométrica primaria absoluta requiere una determinación precisa de la potencia óptica emitida en una banda espectral y un ángulo sólido conocidos, por una cavidad isotérmica de emisividad conocida. La medición de la potencia requiere un radiómetro, compuesto por un detector y un filtro espectral, con una respuesta espectral absoluta conocida. El sistema óptico típicamente incluye dos aperturas circulares coaxiales separadas por una distancia conocida para definir el ángulo sólido, y, adicionalmente, puede incluir lentes o espejos. También tiene que conocerse el índice de refracción del medio en el que se realiza la medición. Todas las mediciones de las magnitudes involucradas deben ser trazables a las unidades correspondientes del SI, en particular, al vatio y al metro.

Con la termometría radiométrica primaria es posible obtener incertidumbres de alrededor de 0,1 K (k = 1) a 2800 K. Las directrices prácticas para la realización, incluyendo las estimaciones de las incertidumbres típicas, se encuentran en el anexo "Termometría radiométrica primaria absoluta" y las referencias allí incluidas. Los métodos utilizados para determinar la incertidumbre asociada a la temperatura termodinámica medida mediante termometría radiométrica primaria absoluta se describen en el anexo "Estimación de la incertidumbre en la medición radiométrica primaria de la temperatura" y las referencias allí incluidas.

4.2.3. Termometría radiométrica primaria relativa

Para la termometría radiométrica primaria relativa, no se requiere el conocimiento de la respuesta espectral absoluta del radiómetro, ni la cuantificación de los factores geométricos que definen el ángulo sólido. En su lugar, la potencia óptica se mide en relación con las mediciones de potencia óptica hechas sobre uno o más cuerpos negros de puntos fijos, cada uno con una temperatura termodinámica conocida. Hay tres enfoques reconocidos de la termometría radiométrica primaria relativa:

[9] El subíndice λ en $L_{b,\lambda}$ en este caso indica que el valor es por unidad de longitud de onda, no que dependa de la longitud de onda.

- extrapolación desde un punto fijo, que requiere sólo el conocimiento de la respuesta (responsividad) espectral relativa del detector y el filtro;

- interpolación o extrapolación desde dos puntos fijos, que requiere solo el ancho de banda de la respuesta espectral relativa;

- interpolación o extrapolación desde tres o más puntos fijos, para lo cual no se requieren mediciones detalladas de la respuesta espectral relativa.

La interpolación y extrapolación se simplifican enormemente con el uso de una buena aproximación paramétrica de la expresión integral de la potencia óptica (por ejemplo, mediante la expresión planckiana de la ecuación de Sakuma-Hattori), lo que elimina la necesidad de resolver iterativamente la ecuación integral que describe la potencia óptica medida.

La termometría radiométrica primaria relativa proporciona incertidumbres que son ligeramente más altas que las de la termometría radiométrica primaria absoluta. Las pautas para su realización, incluyendo las estimaciones de las incertidumbres típicas, se encuentran en el anexo "Termometría radiométrica primaria relativa" y las referencias en el mismo.

4.3. Medición de temperatura termodinámica mediante termometría de gases polarizables

4.3.1. Principio de la termometría primaria de gases polarizables

La termometría de gas polarizable (PGT) se basa en la medición *in situ* de la densidad del gas a partir de sus propiedades electromagnéticas. Las ecuaciones de trabajo básicas son la de Clausius-Mossotti y la de Lorentz-Lorenz, obtenidas teóricamente de forma independiente.

La ecuación de Clausius-Mossotti describe el comportamiento de los gases en un campo eléctrico mediante la constante dieléctrica relativa (permitividad) ε_r. Para un gas ideal, su combinación con la ecuación de estado produce la relación rigurosa entre ε_r y la presión del gas p:

$$\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} = \frac{A_\varepsilon p}{RT} \tag{3}$$

donde A_ε es la polarizabilidad eléctrica molar.

La ecuación de Lorentz-Lorenz describe la propagación de ondas electromagnéticas por el índice de refracción n. Su combinación con la ecuación de estado de un gas ideal puede aproximarse con una incertidumbre relativa inferior a una parte por millón (ppm) a densidades de gas de hasta 0,1 mol/cm^3 mediante la rigurosa relación entre n y p:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{\left(A_\varepsilon + A_\mu\right) p}{RT} \tag{4}$$

donde A_μ es la polarizabilidad magnética molar.

Las dos ecuaciones están estrechamente relacionadas ya que $n^2 = \varepsilon_r/\mu_r$, siendo μ_r la permeabilidad magnética relativa. A densidades de gas distintas de cero, las propiedades de los gases reales se desvían de las ecuaciones ideales anteriores, debiendo utilizar desarrollos en serie de potencias con diferentes coeficientes del virial para la ecuación de Clausius-Mossotti, la de Lorentz-Lorenz y la ecuación de estado. Pero, para la termometría primaria, las propiedades del gas ideal pueden determinarse por extrapolación a densidad cero.

Cada una de las dos ecuaciones es la base física de un tipo de PGT. La termometría de constante dieléctrica de gases (DCGT) mide ε_r a partir de la variación de capacitancia de un condensador adecuado, por el gas utilizado. La termometría de índice de refracción de gases (RIGT) detecta resonancias de ondas electromagnéticas en un resonador de cavidad. DCGT y RIGT comparten varios desafíos. Las polarizabilidades deben conocerse a partir de cálculos *ab initio*. Con incertidumbres sub-ppm, esto solo se cumple actualmente para el helio, que tiene polarizabilidades pequeñas, del orden de $A_\varepsilon \approx 0{,}52$ cm^3/mol y $A_\mu \approx -0{,}000\,0079$ cm^3/mol. Tanto DCGT como RIGT comparten la necesidad de medir con precisión la presión, con trazabilidad a las unidades SI básicas metro, kilogramo y segundo.

4.3.2. Termometría de constante dieléctrica de gases

La constante dieléctrica se determina mediante la variación de capacitancia $C(p)$ de un condensador adecuado, medida con y sin el gas de medición. Esto funciona idealmente solo para una configuración del condensador independiente de la presión. En la práctica, la variación de la geometría del electrodo con la presión es inevitable y debe tenerse en cuenta. Esto conduce, utilizando un condensador altamente estable, a una ecuación experimental lineal para la determinación de ε_r,

$$\varepsilon_r = \frac{C(p)}{C(0)(1+\kappa_{\mathrm{eff}}\,p)} \tag{5}$$

donde κ_{eff} es la compresibilidad efectiva isotérmica negativa y $C(0)$ es la capacitancia del condensador evacuado[10]. Debido al pequeño valor de A_ε del helio, las variaciones de capacitancia deben medirse utilizando un puente de relación de alta precisión, cuya calidad es comparable con la de los utilizados para la realización y diseminación de la unidad de capacitancia.

Para obtener la ecuación de trabajo completa de DCGT, la ecuación experimental para ε_r debe combinarse con la relación entre ε_r y p. Aplicando la ecuación de trabajo completa, deben medirse las isotermas $C(p)$ frente a p, a temperatura constante, para determinar por extrapolación los resultados de la DCGT en el límite de gas ideal. En este límite, los valores de los coeficientes del virial no son necesarios y pueden deducirse los valores de la temperatura termodinámica T.

Además del conocimiento de la polarizabilidad del gas de medición y una medición de presión trazable como se mencionó anteriormente, la DCGT primaria absoluta requiere el cálculo de la compresibilidad efectiva del condensador de medición a partir de las constantes elásticas individuales de los materiales de construcción. La trazabilidad a la unidad de capacitancia no es necesaria porque solo se necesitan relaciones de capacitancia. La DCGT primaria se ha realizado en el punto triple del agua con una incertidumbre relativa del orden de 1 ppm. La incertidumbre relativa de los resultados de la DCGT primaria en el rango de baja temperatura disminuye desde aproximadamente 40 ppm a 2,5 K a aproximadamente 10 ppm alrededor de 100 K. Todos los resultados se confirman mediante mediciones termodinámicas independientes dentro de las estimaciones de incertidumbre. Los detalles se encuentran en el artículo revisado "*Dielectric-constant gas thermometry*" de Gaiser *et al.* [6] y las referencias en él citadas.

El requisito de mediciones de presión de baja incertidumbre y trazabilidad al SI se puede relajar realizando una DCGT primaria relativa. Por ejemplo, las mediciones sobre isobaras solo requieren que p se estabilice con la ayuda de una balanza de presión no calibrada. Pero, debido a la complicada dependencia de la temperatura de las constantes elásticas de los materiales de

[10] El término "efectivo" resalta el hecho de que cada condensador es un elemento complejo que requiere de pequeñas piezas de materiales aislantes para aislar eléctricamente los electrodos.

construcción y, por lo tanto, de κ_{eff} del condensador de medición, las simples mediciones de relaciones no son suficientes.

4.3.3. Termometría de índice de refracción de gases

En el contexto de RIGT de microondas primaria absoluta, el índice de refracción se determina a partir de mediciones de frecuencias de resonancia de microondas $f_m(p)$ de una cavidad isotérmica llena de gas. (El subíndice "m" especifica un modo de microondas en particular). Típicamente se emplean cavidades con formas cuasi esféricas o cilíndricas, con las dimensiones de la cavidad a la presión del gas de trabajo calculadas combinando la compresibilidad efectiva isotérmica positiva κ_{eff} de la carcasa del resonador con las mediciones de resonancia de la cavidad realizadas en vacío $f_m(0)$ (el signo de κ_{eff} depende del diseño del resonador de cavidad):

$$n^2 = \frac{f_m^2(0)}{f_m^2(p)(1-\kappa_{\mathrm{eff}}\,p)^2} \approx \frac{f_m^2(0)}{f_m^2(p)}(1+2\kappa_{\mathrm{eff}}\,p) \qquad (6)$$

Esta ecuación experimental para la determinación de n^2 es similar a la de DCGT para ε_r, excepto que la influencia de la compresibilidad efectiva negativa κ_{eff} es dos veces mayor. La ecuación contiene relaciones de frecuencias de resonancia de microondas $f_m(0)/f_m(p)$. Estas relaciones se pueden medir con precisión utilizando un reloj que sea estable en el intervalo requerido para completar las mediciones en equilibrio térmico de $f_m(0)$ y $f_m(p)$ (generalmente de días a semanas para una isoterma).

Para derivar la ecuación de trabajo completa de RIGT, la ecuación experimental para n^2 debe combinarse con la relación entre n^2 y p. Además, para describir las propiedades del helio como gas real, deben usarse series de potencias con diferentes coeficientes del virial tanto para la ecuación de Lorentz-Lorenz como para la ecuación de estado. Aplicando la ecuación de trabajo completa, se pueden medir las isotermas n^2 frente a p a temperatura constante para determinar los resultados de RIGT en el límite de gas ideal por extrapolación. En este límite, los valores de los coeficientes del virial no son necesarios y se pueden deducir los valores de la temperatura termodinámica T.

Además del conocimiento de la polarizabilidad del gas de medición y una medición de presión de baja incertidumbre trazable como se mencionó anteriormente, la RIGT primaria absoluta requiere el cálculo de la compresibilidad efectiva de la carcasa del resonador de medida a partir de las constantes elásticas individuales de los materiales de construcción. La RIGT primaria absoluta se ha realizado utilizando gas helio a la temperatura del punto triple del agua con una incertidumbre relativa del orden de 10 ppm, y a las temperaturas de los puntos triples del neón, oxígeno y argón con incertidumbres relativas del orden de 20 ppm. Todos los resultados se confirman mediante mediciones termodinámicas independientes dentro de las estimaciones de incertidumbre. Los detalles se encuentran en el artículo revisado "Termometría de índice de refracción de gases" de Rourke *et al*. [7] y las referencias en él contenidas.

El requisito de mediciones de presión de baja incertidumbre y trazabilidad al SI se puede relajar mediante la realización de RIGT primaria relativa. Por ejemplo, las mediciones sobre isobaras solo requieren que p se estabilice con la ayuda de una balanza de presión con restricciones de calibración más débiles que las requeridas para la RIGT primaria absoluta. Sin embargo, debe tenerse en cuenta la complicada dependencia de la temperatura de las constantes elásticas de los materiales de construcción y, por tanto, del κ_{eff} del resonador de medida, y las simples mediciones de relaciones pueden no ser suficientes.

4.4. Medición de temperatura termodinámica mediante termometría de ruido Johnson

4.4.1. Principio de la termometría primaria de ruido Johnson

La termometría primaria de ruido de Johnson (JNT) se basa en la agitación térmica de los portadores de carga dentro de un conductor eléctrico y el teorema de fluctuación-disipación como su descripción teórica.

La densidad espectral de potencia $S_V(f, T)$ de la tensión de ruido V a través de una impedancia eléctrica compleja $Z(f)$ viene dada por

$$S_{\mathrm{V}}(f,T) = 4hf\,\mathrm{Re}\big(Z(f)\big)\left[\frac{1}{2} + \frac{1}{\exp(hf/kT)}\right] \tag{7}$$

donde f es la frecuencia, T es la temperatura termodinámica, h es la constante de Planck, k es la constante de Boltzmann y Re significa la parte real. La impedancia puede ser, pero no necesariamente, una resistencia con resistencia $\mathrm{Re}(Z(f)) = R$. Despreciando para $hf \ll kT$ las correcciones cuánticas, esta ecuación produce la fórmula de Nyquist

$$\left\langle V^2 \right\rangle = 4kTR\Delta f \tag{8}$$

donde Δf es el ancho de banda sobre el que se mide la tensión de ruido. En el orden más bajo, los efectos cuánticos introducen una corrección relativa igual a $(hf/kT)^2/12$, que equivale, por ejemplo, a 2×10^{-10} para 1 mK y 1 kHz o menos de 2×10^{-9} para temperaturas cercanas a 300 K y frecuencias por debajo de 1 GHz.

4.4.2. Termometría primaria absoluta de ruido Johnson, para bajas temperaturas (por debajo de 4 K)

La JNT primaria absoluta a bajas temperaturas requiere la medición de la densidad espectral de potencia en una fuente de ruido con una impedancia $Z(f)$ conocida con exactitud, que generalmente puede depender de la frecuencia. La fuente de ruido suele estar hecha de un metal de alta pureza que contiene cantidades insignificantes de impurezas magnéticas para garantizar una impedancia independiente de la temperatura. A bajas temperaturas, las señales de ruido son muy pequeñas y preferiblemente se miden con un sensor basado en un dispositivo superconductor de interferencia cuántica (SQUID). En la banda de frecuencia evaluada, se debe determinar con precisión la función de transferencia electrónica de todo el circuito, incluida la fuente de ruido y el sensor SQUID. Se han logrado incertidumbres típicas combinadas relativas del orden de 1×10^{-3} para temperaturas termodinámicas determinadas por JNT primaria absoluta de baja temperatura. Los detalles se encuentran en el anexo "Termometría de ruido de Johnson de baja temperatura" y las referencias que contiene. Véase también Qu *et al*. [8] y Flowers-Jacobs *et al*. [9].

4.4.3. Termometría primaria relativa de ruido Johnson, para bajas temperaturas (por debajo de 4 K)

En JNT de baja temperatura primaria relativa, se determinan relaciones de temperatura a partir de la relación entre la densidad espectral de potencia de ruido medida y la densidad espectral de potencia de ruido medida a una temperatura de referencia para la que se conoce el valor termodinámico. La incertidumbre de la JNT primaria relativa puede ser del mismo nivel o inferior a la de la JNT primaria absoluta, siempre que la incertidumbre de la temperatura de referencia termodinámica sea suficientemente baja. Los detalles se encuentran en el anexo "Termometría de ruido de Johnson de baja temperatura" y las referencias que contiene.

4.4.4. Termometría primaria absoluta de ruido Johnson (por encima de 1 K)

La densidad espectral de potencia se deduce de las mediciones de tensión cuadrática media de ruido (o corriente de ruido) sobre el ancho de banda medido del sistema de medición, y de la medición de la resistencia. Las propiedades no ideales en corriente alterna de las resistencias reales y de los cables de conexión pueden adaptarse con el uso de un modelo dependiente de la frecuencia y la extrapolación a frecuencia nula.

Las mediciones de tensión, resistencia y ancho de banda deben ser trazables al amperio, kilogramo y segundo. La JNT primaria absoluta se ha realizado a la temperatura del punto triple del agua con incertidumbres relativas del orden de 4×10^{-6}. Se han realizado mediciones puramente electrónicas comparando la potencia de ruido térmico con la potencia de ruido de una forma de onda de ruido pseudoaleatorio de precisión cuántica generada con un sintetizador de forma de onda de unión Josephson superconductora. Las bajas incertidumbres declaradas para la JNT se han confirmado mediante mediciones independientes que utilizan termometría de gas acústica primaria absoluta. Detalles sobre la JNT primaria absoluta se pueden encontrar en el anexo "Termometría primaria de ruido Johnson" y las referencias en el mismo.

4.4.5. Termometría primaria relativa de ruido Johnson (por encima de 1 K)

La JNT primaria relativa determina relaciones entre temperaturas termodinámicas a partir de mediciones de relaciones entre densidades espectrales de potencia. Normalmente, la temperatura se determina como relación respecto a la temperatura de un punto fijo para el que se conoce la temperatura termodinámica. Las relaciones de temperatura medidas suelen expresarse en términos de relaciones medidas de potencia de ruido y de resistencia. La JNT primaria relativa se ha realizado en un amplio rango de temperaturas por encima de 2500 K. Detalles sobre la JNT primaria relativa se pueden encontrar en el anexo "Termometría primaria de ruido Johnson" y las referencias allí incluidas.

5. Realización práctica del kelvin aplicando escalas de temperatura definidas

El CIPM ha adoptado una serie de escalas internacionales de temperatura; primero en 1927, actuando bajo la autoridad de la CGPM y, desde 1937, con el asesoramiento de su CCT. Posteriormente a la escala de 1927, se adoptaron nuevas escalas en 1948, 1968 y 1990, con revisiones ocasionales menores en años intermedios. En 2000, se adoptó una escala provisional de bajas temperaturas EPBT-2000 para temperaturas inferiores a 1 K.

Cabe señalar que las temperaturas de puntos fijos asignadas en una escala internacional de temperatura son exactas con respecto a la temperatura de la escala respectiva (no hay incertidumbre asignada) y fijas (el valor permanece sin cambios durante la vida útil de la escala). Como consecuencia, la definición del kelvin a partir de la constante de Boltzmann no tiene ningún efecto sobre los valores de temperatura o las incertidumbres de realización de las escalas internacionales de temperatura.

La Escala Internacional de Temperatura de 1990 (EIT-90), desde 0,65 K en adelante, y la Escala Provisional de Bajas Temperaturas, desde 0,9 mK a 1 K (EPBT-2000) permanecerán en uso en un futuro previsible permitiendo aproximaciones precisas, reproducibles y prácticas a la temperatura termodinámica. En particular, las mediciones de temperatura más precisas en el rango de temperaturas de aproximadamente -250 °C a 960 °C, al menos inicialmente, seguirán siendo trazables a los termómetros patrón de resistencia de platino calibrados de acuerdo con la EIT-90.

5.1. Escala Internacional de Temperatura de 1990 (EIT-90) para temperaturas por encima de 0,65 K

La EIT-90 [Recomendación 5, CI-1989] es la descendiente más reciente de la Escala Internacional de Temperatura original de 1927 y reemplazó a la Escala Internacional Práctica de Temperatura de 1968 (IPTS-68) y su extensión, la de 1976 Escala Provisional de temperatura de 0.5 K a 30 K (EPT-76). La EIT-90 cubre el rango de temperaturas desde 0,65 K hasta las temperaturas más altas que se pueden determinar prácticamente por medios radiométricos. Hay guías disponibles tanto para la EIT-90 como para métodos de aproximación a la EIT-90.

Además del texto de la EIT-90[11], el Anexo Técnico de la *MeP*-K es obligatorio para la realización de la EIT-90. Este anexo especifica la composición isotópica de las tres sustancias de punto fijo agua, hidrógeno y neón. Tal especificación no se incluye en la definición de la propia escala. Para la definición anterior de la unidad básica kelvin a partir de la temperatura del punto triple del agua, el CIPM especificó la misma composición isotópica que la que figura en el anexo en su 94ª reunión en 2005. Además, el anexo técnico contiene ecuaciones que facilitan las correcciones de los resultados obtenidos con muestras de puntos fijos que tienen otras composiciones isotópicas.

Las diferencias recomendadas entre la temperatura termodinámica T y la temperatura T_{90} en la EIT-90, T-T_{90}, junto con sus incertidumbres, se dan en el anexo "Estimaciones de las diferencias T-T_{90}" de la *MeP*-K. Estas constituyen un soporte para las mediciones de alta precisión de T. El usuario puede convertir fácilmente las mediciones obtenidas según T_{90} a T y viceversa. Dado que las temperaturas de punto fijo asignadas en la EIT-90 no tienen incertidumbre, las diferencias T-T_{90} permiten deducir directamente los valores de T para los puntos fijos y sus incertidumbres.

5.2. Escala provisional de baja temperatura, desde 0,9 mK a 1 K (EPBT-2000)

Se ha llevado a cabo una investigación considerable para establecer una escala de temperatura que se extienda a temperaturas inferiores a 0,65 K. Ello ha dado lugar a la EPBT-2000, adoptada en 2000 por el CIPM [Recomendación 1, CI-2000]. La EPBT-2000 define la temperatura desde 1 K hasta 0,9 mK. Es explícitamente una escala provisional, que reconoce que los conjuntos de datos que componen la base de la escala eran algo inconsistentes por debajo de 10 mK. En el rango de temperatura de 0,65 K a 1 K, la temperatura puede definirse utilizando la ITS-90 o la PLTS-2000. Cualquiera de las dos escalas es aceptable; la elección de la escala está orientada por la conveniencia o la incertidumbre de realización alcanzable. En los casos raros en los que el uso de ambas escalas es igual de conveniente, la T_{2000} ofrece una mejor aproximación de la temperatura termodinámica que la T_{90} en la región de superposición.

A diferencia de la EIT-90, para la cual el Anexo Técnico de la *MeP*-K contiene especificaciones importantes, solo el texto de la escala es obligatorio para la realización de temperaturas T_{2000} en la EPBT-2000. Una guía de realización de la EPBT-2000 describe los métodos mediante los cuales puede realizarse con éxito la EPBT-2000.

Referencias

[1] BIPM, The International System of Units (SI Brochure) [9th edition, 2019], https://www.bipm.org/en/publications/si-brochure/

[2] Newell D B, Cabiati F, Fischer J, Fujii K, Karshenboim S G, Margolis H S, de Mirandés E, Mohr P J, Nez F, Pachucki K, Quinn T J, Taylor B N, Wang M, Wood B M and Zhang Z 2018 The CODATA 2017 Values of *h*, *e*, *k*, and *N*A for the revision of the SI *Metrologia* **55**, L13-L16 https://doi.org/10.1088/1681-7575/aa950a

[11] La primera frase de la Sección 1 *Unidades de temperatura* de este texto ha sido reemplazada por la definición, en formato de constante explícita, de la unidad SI de temperatura termodinámica dada en la Sección 2.

[3] Preston-Thomas H 1990 The International Temperature Scale of 1990 (ITS-90) *Metrologia* **27**, 3-10 (8 pp.) https://doi.org/10.1088/0026-1394/27/1/002 and 109 (1 p. - erratum)

[4] Procès-Verbaux du Comité International des Poids et Mesures, 89th meeting (2000), https://www.bipm.org/utils/en/pdf/PLTS-2000.pdf

[5] Moldover M, Gavioso R M, Mehl J B, Pitre L, de Podesta M and Zhang J T 2014 Acoustic gas thermometry *Metrologia* **51**, R1-R19 https://doi.org/10.1088/0026-1394/51/1/R1

[6] Gaiser C, Zandt T and Fellmuth B 2015 Dielectric-constant gas thermometry *Metrologia* **52**, S217-S226 https://doi.org/10.1088/0026-1394/52/5/S217

[7] Rourke P M C, Gaiser C, Gao Bo, Ripa D M, Moldover M R, Pitre L and Underwood R J 2019 Refractive-index gas thermometry *Metrologia* **56**, 032001 (13 pp) https://doi.org/10.1088/1681-7575/ab0dbe

[8] Qu Jifeng, Benz S P, Coakley K, Rogalla H, Tew W L, White R, Zhou K and Zhou Z 2017 An improved electronic determination of the Boltzmann constant by Johnson noise thermometry *Metrologia* **54**, 549-558 (10 pp) https://doi.org/10.1088/1681-7575/aa781e

[9] Flowers-Jacobs N-E, Pollarolo A, Coakley J J, Fox A E, Rogalla H, Tew W L and Benz S P 2017 A Boltzmann constant determination based on Johnson noise thermometry *Metrologia* **54**, 730-737 (8 pp) https://doi.org/10.1088/1681-7575/aa7b3f

Anexos

Termometría radiométrica primaria absoluta
https://www.bipm.org/utils/en/pdf/si-mep/MeP-K-2018_Absolute_Primary_Radiometry.pdf

Estimación de la incertidumbre en medición radiométrica primaria de temperatura
https://www.bipm.org/utils/en/pdf/si-mep/MeP-K-2018_Absolute_Primary_Radiometry_Uncertainty.pdf

Termometría radiométrica primaria relativa
https://www.bipm.org/utils/en/pdf/si-mep/MeP-K-2018_Relative_Primary_Radiometry.pdf

Termometría de ruido Johnson de baja temperatura
https://www.bipm.org/utils/en/pdf/si-mep/MeP-K-2019-LT_Johnson_Noise_Thermometry.pdf

Termometría primaria de ruido Johnson
https://www.bipm.org/utils/en/pdf/si-mep/MeP-K-2018-Document-being-prepared.pdf

Realización práctica de la definición del mol

Comité Consultivo para la Cantidad de Sustancia - Metrología en Química y Biología (CCQM)

1. Introducción

El propósito de esta realización práctica (*mise en pratique*), preparada por el Comité Consultivo para la Cantidad de Sustancia - Metrología en Química y Biología (CCQM) del Comité Internacional de Pesas y medidas (CIPM), es indicar cómo puede realizarse en la práctica la definición de la unidad básica del SI, el mol, símbolo mol.

En general, el término "realización de una unidad" se interpreta como el establecimiento del valor e incertidumbre asociada de una magnitud de la misma clase que la unidad, que es consistente con la definición de la unidad. La definición del mol no implica ningún experimento en particular para su realización práctica. En principio podría utilizarse cualquier método capaz de generar un valor de cantidad de sustancia trazable al conjunto de las siete constantes de referencia. Por tanto, la lista de métodos propuestos no pretende ser una lista exhaustiva de todas las posibilidades, sino más bien una lista de los métodos más fáciles de implementar y/o que proporcionan las más pequeñas incertidumbres y que son los oficialmente reconocidos por el Comité Consultivo pertinente como métodos primarios.

Un método primario es aquel que posee las propiedades metrológicas más altas; cuya operatividad puede describirse y comprenderse en su totalidad, al que puede asociarse una declaración completa de incertidumbre en términos de unidades SI, y que no requiere un patrón de referencia de la misma magnitud.

2. Definición del mol

La definición del mol, unidad básica SI de cantidad de sustancia, es la siguiente [2.1]:

> **El mol, símbolo mol, es la unidad SI de cantidad de sustancia. Un mol contiene exactamente 6,022 140 76 × 10^{23} entidades elementales. Esta cifra es el valor numérico fijo de la constante de Avogadro, N_A, cuando se expresa en la unidad mol^{-1}, y se denomina número de Avogadro.**
>
> **La cantidad de sustancia, símbolo *n*, de un sistema, es una medida del número de entidades elementales especificadas. Una entidad elemental puede ser un átomo, una molécula, un ion, un electrón, cualquier otra partícula o grupo especificado de partículas.**

Como consecuencia de la definición del mol, la constante de Avogadro y el número de Avogadro ya no tienen una incertidumbre experimental en el SI.

Esta definición fue acordada por la 26ª Conferencia General de Pesas y Medidas (CGPM) en 2018 y entró en vigor el 20 de mayo de 2019. Ahora está basada en un número fijo de entidades [2.2] y reemplaza a la definición adoptada en 1971 que definió el mol como "la cantidad de sustancia de un sistema que contiene tantas entidades elementales como átomos hay en 0,012 kilogramos de carbono 12".

Las magnitudes utilizadas para caracterizar una muestra de una sustancia química pura X son:

n	la cantidad de sustancia en la muestra de X;
N	el número de entidades elementales de la sustancia X en la muestra;
m	la masa de las N entidades elementales;
$A_r(\mathrm{X})$	la masa[12] atómica o molecular relativa de X (dependiendo de si X es un elemento o un compuesto, respectivamente).
M_u	la constante de masa molar

Estas magnitudes están relacionadas entre sí mediante dos ecuaciones ampliamente utilizadas:

$$n = m / \left(A_r(\mathrm{X}) M_u \right) \tag{2.1}$$

y

$$n = N / N_A \tag{2.2}$$

Estas ecuaciones son válidas según la definición de 2019, como lo eran anteriormente bajo la definición de 1971. En este documento se explica cómo deberían interpretarse las incertidumbres de medición de las magnitudes en estas ecuaciones bajo la definición de 2019.

En la Sección 3, se presenta un ejemplo de la realización de la unidad de cantidad de sustancia con la menor incertidumbre posible. Utiliza un método que motivó el desarrollo de la presente definición y ahora demuestra su aplicación a nivel primario. En la Sección 4, se describen algunos métodos prácticos adicionales para la realización del mol. En la Sección 5, se discute el tema de la cuantificación de un pequeño número de entidades. Finalmente, en la Sección 6, se explica la continuidad de los resultados de medición expresados en moles respecto a las definiciones de 1971 y 2019.

Esta realización práctica puede modificarse en el futuro, para incluir realizaciones prácticas adicionales o incertidumbres revisadas. La realización práctica se publica únicamente como apéndice *on-line* de la última edición del folleto SI. De esta forma, puede actualizarse fácilmente cuando sea necesario.

3. Realización práctica de la definición del mol con la menor incertidumbre.

En la actualidad, la realización más exacta del mol resulta de un experimento que condujo a la determinación de la constante de Avogadro. Este experimento se llevó a cabo en el marco de la *International Avogadro Coordination* y fue fundamental para determinar los mejores valores experimentales de las constantes de Avogadro y de Planck antes de fijar sus valores numéricos. Implicaba la determinación del número de átomos de ^{28}Si (N) en un monocristal de Si, enriquecido en ^{28}Si, utilizando mediciones volumétricas y de interferometría de rayos X [3.1, 3.2, 3.3]:

$$N = 8 \cdot V_S / a\left({}^{28}Si \right)^3 \tag{3.1}$$

donde V_S es el volumen del cristal, 8 es el número de átomos por celda unidad del silicio cristalino y a(^{28}Si) es el parámetro de red de la celda unidad cúbica. La ecuación (3.1) es estrictamente válida solo para el caso hipotético de un cristal perfecto de ^{28}Si puro - de ahí que pudieran

[12] Por razones históricas, todavía se utilizan los términos equivalentes "peso atómico" y "peso molecular" [2.3].

identificarse en el cristal todas las entidades elementales. Esto se logró determinando y corrigiendo la fracción de cantidad de sustancia de todas las impurezas (impurezas elementales e isotópicas, es decir, ^{29}Si, ^{30}Si) con suficiente exactitud [3.1, 3.2]. Esto es consistente con el concepto de realización del kilogramo a partir de la determinación de la densidad cristalina mediante rayos X (XRCD), tal como se describe en la realización práctica (*mise en pratique*) del kilogramo [2.1].

Utilizando el valor numérico fijo de la constante de Avogadro [3.4] y (2.2), la cantidad de sustancia n de ^{28}Si en el cristal macroscópico viene dada por:

$$N = 8 \cdot V_{\mathrm{S}} / \left(a\left({}^{28}Si \right)^{3} N_{\mathrm{A}} \right) \tag{3.2}$$

Esto permite realizar las definiciones tanto del mol como del kilogramo con incertidumbres típicas relativas inferiores a 2×10^{-8} [3.3, 3.5, 3.6] en un monocristal de Si enriquecido en ^{28}Si.

Esta realización primaria del mol con la menor incertidumbre difiere de los métodos generalmente utilizados hasta ahora para su realización, presentándose aquí como el "estado del arte" para determinar el número de entidades en una muestra macroscópica y, por tanto, la cantidad de sustancia en esa muestra. Es también, al mismo tiempo, una realización primaria del kilogramo; es decir, un patrón primario de masa, por lo que la unidad de masa, el kilogramo, puede diseminarse a partir de este patrón [3.7]. En las siguientes secciones, se describen algunos de los métodos más comunes y prácticos para realizar el mol.

4. Realizaciones comunes y prácticas de la definición del mol y unidades derivadas y diseminación del mol

En la práctica, las mediciones químicas requieren la realización, en todos los tipos de entidades químicas, de unidades derivadas que contienen una cantidad de sustancia relevante para la medición química práctica, como la *concentración* de cantidad de sustancia (mol/m^3), el *contenido* de cantidad de sustancia (mol/kg) o la *fracción* de cantidad de sustancia (mol/mol). Esto puede hacerse mediante una variedad de métodos primarios de medición [4.1]. La definición actual del mol permite determinar el número de entidades N existentes en una muestra con la misma exactitud que se determina la cantidad de sustancia n en la muestra porque, a partir de (2.2), $N = n \cdot N_{\mathrm{A}}$ y N_{A} tienen un valor numérico exacto.

Del mismo modo, la masa atómica o molecular $m_{\mathrm{a}}(\mathrm{X})$ y la masa molar $M(\mathrm{X})$ de cualquier entidad X se conocen con la misma incertidumbre relativa porque:

$$m_{\mathrm{a}}(\mathrm{X}) = \frac{M(\mathrm{X})}{N_{\mathrm{A}}} \tag{4.1}$$

La constante de masa atómica m_{u} es 1/12 de la masa de un átomo de ^{12}C libre, en reposo y en su estado fundamental. Su valor actual determinado experimentalmente es de aproximadamente 1,660 539 067(1) × 10^{-27} kg con una incertidumbre relativa inferior a 1 parte en 10^9 y es idéntica a la de M_{u}. Obsérvese que $N_{\mathrm{A}} \cdot m_{\mathrm{u}} = M_{\mathrm{u}}$ es un caso especial de (4.1). La literatura ha resaltado las ventajas de estas características de la presente definición del mol [4.2]. Los valores e incertidumbres más actualizados de m_{u} y M_{u} son los recomendados más recientemente por el TG de CODATA sobre constantes fundamentales.

Se presentan a continuación tres ejemplos de métodos para la realización del mol (y el número de entidades):

4.1 Preparación gravimétrica

Basándose en (2.1) y (2.2), el número de entidades N de una sustancia X o su cantidad de sustancia n en una muestra puede determinarse mediante el producto de la fracción de masa de X en la muestra, w(X), por la masa m de la muestra, a partir de las siguientes ecuaciones[13]:

$$N = \frac{w(\mathrm{X})m}{m_{\mathrm{a}}(\mathrm{X})} = \frac{w(\mathrm{X})m}{A_{\mathrm{r}}(\mathrm{X})m_{\mathrm{u}}} \tag{4.2}$$

$$N = \frac{N}{N_{\mathrm{A}}} = \frac{w(\mathrm{X})m}{A_{\mathrm{r}}(\mathrm{X})N_{\mathrm{A}}m_{\mathrm{u}}} = \frac{w(\mathrm{X})m}{A_{\mathrm{r}}(\mathrm{X})M_{\mathrm{u}}} \tag{4.3}$$

En (4.2) y (4.3), A_{r}(X) es la masa atómica o molecular relativa de X calculada a partir de la fórmula química de la sustancia pura y de las tablas de las masas atómicas relativas A_{r} de los elementos. Las masas atómicas relativas de los elementos están tabuladas [4.3] con incertidumbres que, excepto para los elementos mononucleidos, están dominadas por la incertidumbre debida a la distribución de los isótopos en elementos naturales en diferentes entornos. Los valores reportados de A_{r} son relaciones de masas, por lo que no se ven afectados por los cambios en el SI.

Este método de realización del mol es comúnmente utilizado porque la medición de masa de una muestra es relativamente simple y exacta. El conocimiento de la fracción de masa w es un requisito previo para su empleo. Cuando se dispone de sustancias de muy alta pureza, el factor limitante es a menudo la incertidumbre de la determinación de la masa m y entonces el mol puede realizarse con una incertidumbre típica relativa inferior a 1×10^{-6}. Es importante tener en cuenta que hay relativamente pocas sustancias (por ejemplo, gases puros o metales puros), en las que a su fracción de masa (tradicionalmente denominada "pureza") puede asignársele una incertidumbre suficientemente pequeña como para permitir la realización del mol con una incertidumbre relativa del orden de 1×10^{-6}. Si se quiere lograr una incertidumbre de este orden, también tiene que verificarse experimentalmente que la composición isotópica de la sustancia es equivalente a la utilizada para el cálculo de la masa molar.

La realización del mol para una sustancia orgánica o inorgánica pura estará generalmente más limitada por la incertidumbre de las asignaciones de las fracciones másicas a la sustancia, que por la incertidumbre de las determinaciones de dichas masas. Como hay muy pocas sustancias orgánicas cuya fracción de masa ("pureza") se asigne con incertidumbre típica relativa inferior a 1×10^{-4}, en la mayoría de los casos el límite está en lograr una incertidumbre típica relativa de 1×10^{-4} para la realización del mol en sustancias orgánicas o inorgánicas puras.

Este método de realización se utiliza para la mayoría de las entidades químicas. Sin embargo, existen otros métodos que pueden utilizarse para ciertas clases restringidas de sustancias, los cuales se describen en los apartados 4.2 y 4.3.

4.2 Ecuaciones de estado para los gases

La cantidad de sustancia n de una muestra de un gas puro puede determinarse resolviendo la ecuación de estado para los gases:

[13] La ecuación (4.2) supone que N entidades de X contribuyen con una masa $N \cdot m_{\mathrm{a}}(\mathrm{X})$ a una muestra cuya masa total es m.

$$pV = nRT\left[1 + B(T)\left(\frac{n}{v}\right) + \cdots\right] \tag{4.4}$$

donde p es la presión, V el volumen, T la temperatura y R la constante molar de los gases. El valor de R se conoce de manera exacta ($R = N_A\, k$, k es la constante de Boltzmann y su valor numérico es fijo). La unidad coherente SI de la constante molar de los gases es Pa m^3 mol^{-1} K^{-1} o bien J mol^{-1} K^{-1}, es decir, kg m^2 s^{-2} mol^{-1} K^{-1} cuando se expresa en unidades básicas. Los términos incluidos en el segundo coeficiente del virial $B(T)$ y los posibles términos de orden superior son generalmente pequeñas correcciones. Los coeficientes del virial están tabulados para varios gases simples, y expresados en unidades SI. La incertidumbre en una medida de n realizada de esta manera, depende de la incertidumbre de medición de p, V y T, y de los valores tabulados de $B(T)$. Este método de realización del mol para un gas supone la utilización de una muestra de gas puro. El número de moléculas en el gas es $n \cdot N_A$, que tiene la misma incertidumbre relativa que n.

4.3 Electrólisis

En un experimento de electrólisis química, el número N de entidades que han reaccionado en un electrodo es equivalente a la carga Q que pasa por el sistema dividida por $z \cdot e$, donde z es el número de cargas de los iones que reaccionaron y e es la carga eléctrica elemental. Así:

$$N = \frac{Q}{z \cdot e} \tag{4.5}$$

donde e tiene un valor fijo. En términos de cantidad de sustancia n:

$$n = \frac{Q}{z \cdot N_A \cdot e} = \frac{Q}{z \cdot F} \tag{4.6}$$

La constante de Faraday F tiene la unidad C/mol y se conoce con total exactitud ($F = N_A \cdot e$). La incertidumbre de este método de realización del mol depende de la eficiencia de reacción del ion de interés y de que no interfieran otros iones presentes.

5. Número pequeño de entidades

En los casos en que el número de entidades consideradas es pequeño, es común que las magnitudes se expresen como número de entidades en lugar de como cantidad de sustancia [5.1]. La constante de Avogadro es la constante de proporcionalidad que vincula la cantidad de sustancia con el número de entidades. Sin embargo, el número de entidades y la cantidad de sustancia solo pueden equipararse de esta manera si las entidades consideradas en ambas magnitudes son entidades elementales del mismo tipo. La unidad para el número de entidades es el uno, símbolo 1, aunque rara vez aparece explícitamente. Un ejemplo de su uso es la concentración del número de moléculas de ozono en el aire, que tiene la unidad 1/m^3.

6. Continuidad con la definición previa

Obsérvese que la definición de 1971 ligaba directamente el mol y la masa de un nucleido particular. Esto permitió establecer la trazabilidad del mol mediante mediciones de masa y estableció una relación simple entre las mediciones macroscópicas y el número de entidades microscópicas tales como átomos o moléculas, a través de la constante de masa molar. La masa de un mol de ^{12}C se fijó exactamente en 12 g. Esto significaba que $M(^{12}\mathrm{C})$ era exactamente 12 g/mol y M_u era exactamente 1 g/mol.

Sin embargo, la definición actual del mol fija el valor numérico de N_A. Por tanto, considerando:

$$M_{\mathrm{u}} = m_{\mathrm{u}} N_{\mathrm{A}} \tag{6.1}$$

M_{u} y m_{u} tienen ahora la misma incertidumbre relativa.

En (6.1) m_{u} es la constante de masa atómica. La unidad de masa atómica u (también conocida como dalton, unidad fuera del SI cuyo símbolo es Da) y la constante de masa atómica m_{u} se definen en función de la masa del isótopo ^{12}C. La unidad u está relacionada con la constante m_{u} mediante

$$1\ \mathrm{u} = m_{\mathrm{u}} = m\left(^{12}C\right)/12 \tag{6.2}$$

La constante de masa molar M_{u} y la constante de masa atómica m_{u} se determinan con la misma incertidumbre relativa, por ejemplo a partir de la ecuación:

$$M_{\mathrm{u}} = N_{\mathrm{A}} m_{\mathrm{u}} = \frac{2N_{\mathrm{A}} h}{c} \frac{R_{\infty}}{\alpha^2 A_{\mathrm{r}}(e)} \tag{6.3}$$

donde la constante de Rydberg (R_{∞}), la constante de la estructura fina (α) y la masa atómica relativa del electrón (A_{r}(e)) se determinan experimentalmente. La velocidad de la luz (c), la constante de Planck (h) y la constante de Avogadro tienen valores numéricos fijos [2.1].

Las condiciones de continuidad impuestas en las redefiniciones de las unidades básicas SI aseguran que M_{u}, ahora determinada experimentalmente, siga siendo 1×10^{-3} kg/mol, con una incertidumbre típica relativa de $4{,}5 \times 10^{-10}$ obtenida de (6.3) y métodos experimentales independientes adicionales [6.1]. La incertidumbre actual es más que suficiente para las necesidades de las mediciones químicas, siendo un orden de magnitud menor que la incertidumbre relativa alcanzable en la realización más exacta del mol [3.1-3.3], y varios órdenes de magnitud inferior a las incertidumbres de los ejemplos de realización del mol más comunes, descritos anteriormente.

Referencias

[2.1] BIPM, The International System of Units (SI Brochure) [9th edition, 2019], https://www.bipm.org/en/publications/si-brochure/.

[2.2] *IUPAC Recommendation, Pure Appl. Chem.* **90**, (2018) 175-180

[2.3] *IUPAC Quantities, Units and Symbols in Physical Chemistry*, third ed. (2007) RSC Publishing, Cambridge UK https://www.iupac.org/fileadmin/user_upload/publications/e-resources/ONLINE-IUPAC-GB3-2ndPrinting-Online-Sep2012.pdf

[3.1] Fujii K, Bettin H, Becker P, Massa E, Rienitz O, Pramann A, Nicolaus A, Kuramoto N, Busch I and Borys M, *Metrologia* **53** (2016) A19-A45.

[3.2] Bartl G, Becker P, Beckhoff B, Bettin H, Beyer E, Borys M, Busch I, Cibik L, D'Agostino G, Darlatt E, *Metrologia* **54** (2017) 693-715.

[3.3] Kuramoto N, Mizushima S, Zhang L, Fujita K, Azuma Y, Kurokawa A, Okubo S, Inaba H, Fujii K, *Metrologia* **54** (2017) 716-729.

[3.4] Newell D B, Cabiati F, Fischer J, Fujii K, Karshenboim S G, Margolis H S, de Mirandés E, Mohr P J, Nez F, Pachucki K, Quinn T J, Taylor B N, Wang M, Wood B M and Zhang Z, *Metrologia* **55** (2018) L13-L16.

[3.5] Cladé P, Biraben F, Julien L, Nez F and Guellati-Khelifa S, *Metrologia* **53** (2016) A75-A82.

[3.6] Fujii K, Massa E, Bettin H, Kuramoto N and Mana G *Metrologia* **55** (2018) L1-L4.

[3.7] https://www.bipm.org/utils/en/pdf/si-mep/MeP-kg-2018.pdf

[4.1] Milton M and Quinn T, *Metrologia* **38**, (2001) 289-296.

[4.2] Milton M, and Mills I, *Metrologia* **46** (2009) 332-338.

[4.3] Commission of Isotopic Abundances and Atomic Weights, http://ciaaw.org/atomic-weights.htm

[5.1] Brown R J C, *Metrologia* **55** (2018) L25–L33.

[6.1] Mohr P J, Newell D B, Taylor B N and Tiesinga E, *Metrologia* **55** (2018) 125-146.

Realización práctica de la definición de la candela

y unidades derivadas asociadas para magnitudes fotométricas y radiométricas

Comité Consultivo de Fotometría y Radiometría

1. Introducción

El propósito de esta realización práctica (*mise en pratique*), preparada por el Comité Consultivo de Fotometría y Radiometría (CCPR) del Comité Internacional de Pesas y Medidas (CIPM) y adoptada formalmente por el CIPM, es indicar cómo puede realizarse en la práctica la definición de la unidad básica SI, la candela, símbolo cd, y las unidades SI derivadas lumen (lm), lux (lx) y candela por metro cuadrado (cd m^{-2}).

En general, el término "realizar una unidad" se interpreta como el establecimiento del valor y la incertidumbre asociada de una magnitud del mismo tipo que la unidad, consistente con su definición. Un método primario es un método que tiene las propiedades metrológicas más altas, cuya operatividad puede describirse y comprenderse en su totalidad, al que puede asociarse una declaración completa de incertidumbre en términos de unidades SI; y que no requiere un patrón de referencia de la misma magnitud.

El alcance de la realización práctica reconoce el hecho de que los dos campos, fotometría y radiometría, y sus unidades, están estrechamente relacionados a través de la definición actual de la unidad básica del SI para la magnitud fotométrica intensidad luminosa: la candela. Cubre la realización de la candela y otras unidades relacionadas utilizadas para magnitudes fotométricas y radiométricas. Los avances recientes en la generación y manipulación de fotones individuales muestran la gran promesa de poder producir flujos radiantes con un número bien establecido de fotones. Así, esta realización práctica también incluye información sobre la realización práctica de unidades de magnitudes fotométricas y radiométricas utilizando técnicas basadas en el número de fotones. A continuación, para las unidades utilizadas para magnitudes fotométricas y radiométricas, se utilizará generalmente el término abreviado de unidades fotométricas y radiométricas.

La sección 2 describe la definición de la candela, basada en la constante K_{cd}. La sección 3 describe la relación entre las unidades fotométricas y las radiométricas. La sección 4 presenta los enfoques para la realización de las unidades fotométricas y radiométricas, detallados respectivamente en las secciones 7 y 5, con consideraciones sobre las unidades basadas en el número de fotones en la sección 6. La sección 7.1 explica cómo, en general, las unidades fotométricas derivan de las unidades radiométricas. Las secciones 7.2 a 7.5 tratan de las condiciones geométricas particulares para unidades fotométricas específicas. La sección 8 trata muy brevemente el tema de la determinación de las incertidumbres de medida en fotometría.

2. Definición de la candela

La definición de la candela es la siguiente [1]:

> **La candela, símbolo cd, es la unidad SI de intensidad luminosa en una dirección dada. Se define al fijar el valor numérico de la eficacia luminosa de la radiación monocromática de frecuencia 540 x 10^{12} Hz, K_{cd}, en 683, cuando se expresa en la unidad lm·W^{-1}, igual a cd·sr·W^{-1}, o a cd·sr·kg^{-1}·m^{-2}·s^3, donde el kilogramo, el metro y el segundo se definen en función de h, c y $\Delta\nu_{Cs}$**

La candela es la unidad básica SI para la magnitud fotométrica de intensidad luminosa. La definición de la candela se basa en la constante K_{cd} que vincula las unidades fotométricas con las unidades radiométricas correspondientes.

3. Relación entre la fotometría, la radiometría y las magnitudes basadas en el número de fotones

3.1. La fotometría, la radiometría y la candela

La definición de candela se expresa en términos estrictamente físicos y viene dada para una única frecuencia de la radiación electromagnética. El objetivo de la fotometría es medir la luz de tal manera que el resultado de la medición se correlacione con la sensación visual de luminosidad que experimenta un observador humano para la misma radiación. La mayoría de las fuentes de luz emiten un amplio espectro de frecuencias. Para este propósito, la Comisión Internacional de Iluminación (CIE) ha definido un conjunto de funciones de ponderación espectral o espectros de acción, denominadas funciones de eficiencia luminosa espectral que describen la sensibilidad espectral relativa del ojo humano promedio para condiciones visuales específicas. Estas funciones se definen en función de la longitud de onda en aire estándar (aire seco a 15 ºC y 101 325 Pa, que contiene un 0,03 % en volumen de dióxido de carbono [2]) normalizadas a la unidad en su valor máximo. La constante, K_{cd}, junto con las funciones de eficiencia luminosa espectral, relaciona las magnitudes fotométricas con las radiométricas para establecer un sistema metrológicamente consistente.

En 2007, el CIPM estableció un acuerdo con la CIE, por el que las dos organizaciones reconocen que:

- el CIPM es responsable de la definición de las unidades fotométricas en el SI y
- la CIE es responsable de la normalización de las funciones de eficiencia luminosa espectral del ojo humano.

Para obtener más detalles sobre las funciones de eficiencia luminosa espectral del ojo humano y las definiciones de las magnitudes fotométricas asociadas, consúltese la publicación conjunta CIPM/CIE: *Principles Governing Photometry*, 2ª edición [2].

Es una práctica tradicional en fotometría establecer las longitudes de onda en el aire, λ. Sin embargo, la forma más definitiva de localizar una radiación monocromática dentro del espectro es declarar su frecuencia, f, ya que la frecuencia es independiente del medio óptico. Los valores de f y λ están relacionados por:

$$f\lambda = c / n_a(\lambda) \tag{1}$$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío, igual a 2,997 924 58 × 10^8 m s^{-1}, y $n_a(\lambda)$ es el índice de refracción del aire. Cabe señalar que el valor de $n_a(\lambda)$ depende de la presión parcial de cada componente del aire y también de la longitud de onda [3]. En el caso del aire estándar, definido antes en [2], da lugar a un índice de refracción en el aire, $n_a(\lambda)$, aproximadamente igual a 1,000 28 en todo el espectro visible.

Para una fuente de luz práctica, es decir, cualquier fuente que emita radiación no solo a la frecuencia de 540 × 10^{12} Hz, las magnitudes fotométricas correspondientes se definen en términos puramente físicos como magnitudes físicas proporcionales a la integral de la distribución de potencia espectral de la fuente de luz (determinada para la configuración geométrica apropiada), ponderada de acuerdo con la función de eficiencia luminosa espectral especificada, y convertida a valores fotométricos absolutos utilizando la constante definitoria del SI, K_{cd}.

Así, las magnitudes fotométricas (basadas en el observador humano) se relacionan con las magnitudes radiométricas a través de relaciones simples. La forma general de la ecuación que relaciona una magnitud radiométrica espectral dada $X_{c,\lambda}(\lambda)$ con su correspondiente magnitud fotométrica $X_{v,x}(\lambda)$ se da a continuación:

$$X_{v,x} = \frac{K_{cd}}{V_x(\lambda_a)} \int_\lambda X_{e,\lambda}(\lambda)\, V_x(\lambda)\, \mathrm{d}\lambda \qquad (2)$$

donde λ_a = 555,017 nm es la longitud de onda en aire estándar [3] a la frecuencia de 540 x 10^{12} Hz dada en la definición de K_{cd} y $V_x(\lambda)$ es cualquiera de las funciones de eficiencia luminosa espectral CIE; el subíndice "x" indica la función respectiva.

La más importante de estas funciones visuales es la función de eficiencia luminosa fotópica para el ojo adaptado a la luz, $V(\lambda)$, que está definida por la CIE en el rango de longitud de onda de 360 nm a 830 nm, a intervalos de 1 nm. Cuando se necesitan valores entre estas longitudes de onda definidas, se utiliza la interpolación lineal [2,4]. Para esta función, el valor máximo se encuentra en una longitud de onda λ de exactamente 555 nm en aire estándar [4]. Para condiciones adaptadas a la oscuridad, la CIE normalizó la función de eficiencia luminosa escotópica, $V'(\lambda)$, que tiene una forma similar a $V(\lambda)$ pero en la que su pico se halla desplazado hacia una longitud de onda más corta que en la curva fotópica.

Recientemente, la CIE definió un sistema de funciones de eficiencia luminosa espectral para su utilización en niveles de luminancia entre las condiciones fotópica y escotópica, lo que se denomina región mesópica, completando así la normalización de las funciones visuales para todos los estados de adaptación visual; las definiciones detalladas de estas funciones y otras importantes funciones de eficiencia luminosa espectral de la CIE se pueden encontrar en la publicación conjunta CIPM/CIE actualizada recientemente sobre los principios que gobiernan la fotometría [2]. La realización práctica y los principios que gobiernan la fotometría son documentos interrelacionados que proporcionan una descripción completa del actual sistema de fotometría física práctica.

Las ecuaciones básicas que relacionan las magnitudes fotométricas específicas (correspondientes a diferentes geometrías de medición) con las magnitudes radiométricas correspondientes se dan en [2]. Los niveles de potencia y el rango de longitud de onda involucrados son tales que los conceptos clásicos de radiación electromagnética de fuentes incoherentes y haces elementales de radiación (óptica geométrica) se utilizan para describir las magnitudes fotométricas. Además de los aspectos espectrales, es importante tener en cuenta que la definición de las magnitudes fotométricas y radiométricas se ocupa de la propagación de la luz en el espacio, por lo que una definición de estas magnitudes también requiere una definición de estos parámetros geométricos intrínsecos que se consideran esenciales para la fotometría práctica [2].

Para la definición de la candela, estos parámetros geométricos son la dirección dada del flujo radiante en un punto dado de una superficie de irradiación real o imaginaria y el ángulo sólido en el que se propaga el haz y que contiene esta dirección dada. Para las unidades fotométricas derivadas, es esencial especificar los parámetros geométricos adicionales; estos incluyen el área de una sección del haz que contiene el punto dado (fuente o receptor) y el ángulo desde la normal al elemento de la superficie (fuente o receptor).

3.2. La fotometría y las magnitudes basadas en el número de fotones

Las magnitudes basadas en el número de fotones son magnitudes de radiación óptica que se expresan en términos de un número conocido de fotones o flujo de fotones. Debido al aspecto dual de la radiación electromagnética, las magnitudes radiantes fotométricas y/o espectrales también se pueden expresar en términos de magnitudes basadas en el número de fotones. Para

longitudes de onda en el aire, la relación entre la magnitud radiante espectral a una longitud de onda dada, $X_{e,\lambda}(\lambda)$, y la magnitud correspondiente basada en el número de fotones, $X_{p,\lambda}(\lambda)$, es:

$$X_{e,\lambda}(\lambda) = \frac{hc}{\lambda} \cdot n_a(\lambda)\, X_{p,\lambda}(\lambda) \tag{3}$$

donde h es la constante de Planck, c es la velocidad de la luz en el vacío y $n_a(\lambda)$ es el índice de refracción en el aire a la longitud de onda dada, λ.

Por lo tanto, combinando las ecuaciones 2 y 3, la forma general de la ecuación que relaciona una magnitud fotométrica dada $X_{v,x}$ con su correspondiente magnitud basada en el número de fotones $X_{p,\lambda}(\lambda)$ viene dada por:

$$X_{v,x} = K_{p,x} \int_{\lambda} X_{p,\lambda}(\lambda) \frac{n_a(\lambda) V_x(\lambda)}{\lambda} \mathrm{d}\lambda \tag{4}$$

donde

$$K_{p,x} = \frac{K_{cd} hc}{V_x(\lambda_a)} \tag{5}$$

donde $K_{p,x}$ es el factor de conversión en magnitudes fotométricas de magnitudes basadas en el número de fotones, para la función de eficiencia luminosa espectral $V_x(\lambda)$.

4. Aproximaciones a la realización de las unidades fotométricas y radiométricas y la candela

Como se indica en la introducción, en general, el término "realizar una unidad" se interpreta como el establecimiento del valor (dentro de la incertidumbre asociada) de una magnitud del mismo tipo que la unidad, de una manera que sea consistente con la definición de la unidad. La definición de la candela no implica ningún experimento en particular para su realización práctica. Si bien en general es cierto que cualquier método consistente con las leyes de la física y la definición de la unidad básica SI puede usarse para realizar cualquier unidad SI, básica o derivada, se requieren consideraciones especiales en el caso de la fotometría para asegurar que la unidad realizada es relevante para la medición de fuentes de luz prácticas, es decir, fuentes que emitan no solo en la longitud de onda correspondiente a una frecuencia de 540×10^{12} Hz. La lista de métodos que se proporciona aquí no pretende ser una lista exhaustiva de todas las posibilidades, sino más bien una lista de los métodos que son más fáciles de implementar y/o que proporcionan las menores incertidumbres y que están oficialmente reconocidos como métodos primarios por el Comité Consultivo de Fotometría y Radiometría. En [5] se pueden encontrar más detalles sobre los métodos disponibles para realizar unidades fotométricas y radiométricas.

Como la definición de la candela se basa en la constante K_{cd}, y por tanto en unidades radiométricas, la realización práctica de la candela y las unidades fotométricas derivadas casi siempre se basa en la realización práctica de unidades radiométricas. Así, esta realización práctica comienza lógicamente con una descripción de métodos para la realización práctica de unidades radiométricas con el fin de proporcionar la base necesaria para describir la realización práctica de la candela.

5. Realización práctica de las unidades radiométricas

Hay dos tipos de métodos primarios de uso general para realizar unidades radiométricas. Estos se denominan "basados en detectores" y "basados en fuentes" dependiendo de si se basan en un detector patrón primario o en una fuente patrón primaria, respectivamente.

5.1. Trazabilidad radiométrica basada en detectores

Un radiómetro absoluto es un instrumento que puede detectar y cuantificar la cantidad de radiación óptica incidente, donde la forma de cuantificación es por referencia directa a otro fenómeno físico medible (generalmente esto significa una ruta de trazabilidad a unidades eléctricas SI, que se pueden medir con una incertidumbre más baja que otros métodos que miden potencia óptica) y que es auto-calibrable; es decir, que el radiómetro no requiere calibración externa frente a otro instrumento de medición de potencia óptica o fuente de referencia. Un radiómetro absoluto generalmente puede tomar dos formas, ambas con una ruta de trazabilidad a las unidades eléctricas SI:

- Radiómetro de sustitución eléctrica (ESR) - donde el efecto de calentamiento de la radiación óptica se iguala al resultante de una potencia eléctrica de sustitución medida. Este método bien establecido ahora se lleva a cabo más comúnmente con instrumentos enfriados a temperaturas criogénicas (< ~ 20 K), donde muchas de las fuentes de incertidumbre asociadas se reducen significativamente; estos se denominan "radiómetros criogénicos". Para más detalles, consulte [5-7].

- Fotodiodos de eficiencia cuántica predecible (PQED) - se basan en un semiconductor de baja pérdida, generalmente de silicio, y un modelo preciso de conversión y detección “fotón a electrón” dentro del dispositivo, para determinar la cantidad de radiación óptica incidente a partir de la medida de la fotocorriente generada. Aunque inicialmente se basó en la auto-calibración de fotodiodos individuales, este enfoque ha ganado importancia a través de la construcción de "detectores de trampa", que aumentan la eficiencia de detección general mediante la creación de trampas de luz a partir de múltiples reflexiones en varios fotodiodos con salidas combinadas eléctricamente. Para más detalles, consulte [5, 8, 9].

Cabe señalar que los radiómetros absolutos son sensibles a un amplio rango espectral y no pueden, por sí mismos, proporcionar ninguna información relacionada con la distribución espectral de la potencia de la fuente que se mide. La adición de un elemento espectralmente selectivo (por ejemplo, un filtro) es necesaria para obtener información espectral. Téngase en cuenta que este elemento requiere una calibración independiente en valores absolutos de transmitancia espectral regular, para que un radiómetro que incorpore dicho elemento pueda considerarse "absoluto". En la práctica, la realización de la candela a menudo implica mediciones radiométricas en varias longitudes de onda utilizando fuentes de luz basadas en láseres o en monocromadores. También debe tenerse en cuenta que los radiómetros absolutos miden típicamente la cantidad de flujo radiante absorbido, que no incluye los aspectos geométricos de la luz, que son de gran importancia para la fotometría.

5.2. Trazabilidad radiométrica basada en fuentes

Una fuente absoluta es una fuente para la que se puede predecir la cantidad de radiación óptica emitida basándose en mediciones de otros parámetros físicos. La radiación óptica producida por cualquier otra fuente se puede medir mediante comparación directa con una fuente absoluta de este tipo. Hay dos tipos de fuentes que pueden considerarse absolutas bajo ciertas condiciones:

- Radiador de Planck - Para una cavidad con alta emisividad (muy cercana a la unidad), la radiancia espectral emitida se puede predecir a partir de la temperatura termodinámica de la cavidad utilizando la ley de radiación de Planck. En este caso, la trazabilidad es a la unidad SI de temperatura, el kelvin. Para muchas aplicaciones de alta precisión, la temperatura termodinámica de la cavidad se determina mediante el uso de un detector con un filtro calibrado radiométricamente (denominado "radiómetro de filtro") y, en este caso, la trazabilidad se considera más apropiadamente como "basada en detector” y ligada a unidades eléctricas SI, como se describe en la Sección 5.1. Si la distribución de radiancia de esta fuente es constante en todas las direcciones, puede utilizarse una apertura de

precisión frente al radiador de Planck, a una distancia suficientemente grande, en una determinada dirección, para calcular su radiancia espectral y transformarla en intensidad radiante espectral predecible.

- Anillo de almacenamiento de electrones que produce radiación de sincrotrón - Los electrones relativistas en una órbita circular emiten radiación de sincrotrón (SR). Bajo determinadas condiciones, esta fuente se puede considerar absoluta y, en este caso, la intensidad radiante espectral (en W rad^{-1}) de la SR emitida se puede predecir a partir de los parámetros del anillo de almacenamiento y los parámetros geométricos, conocidos y medidos, mediante el uso de la ecuación de Schwinger [10]. Aquí, la trazabilidad es a las unidades SI eléctricas y de longitud. La SR cubre un amplio rango dinámico de flujo de fotones, de hasta 12 décadas, lo que permite el ajuste del flujo de fotones a la sensibilidad del sistema de detección en estudio sin cambiar la forma del espectro emitido. Esto se hace mediante un ajuste apropiado del número de electrones almacenados, en el rango desde corriente máxima hasta un único electrón almacenado.

6. Realización práctica de las unidades basadas en el número de fotones

La realización práctica de unidades para magnitudes basadas en el número de fotones, como el flujo de fotones (número de fotones por segundo) o la irradiancia fotónica (número de fotones por segundo y unidad de área) para aplicaciones radiométricas de bajo flujo, también se puede llevar a cabo utilizando los métodos radiométricos basados en detectores y basados en fuentes descritos anteriormente y que utilizan la conversión de magnitudes radiométricas a magnitudes basadas en el número de fotones, dada en la Ecuación 3. Sin embargo, también es posible usar fuentes que generen fotones individuales con una tasa conocida y el recuento de fotones como método primario para la realización de unidades asociadas basadas en el número de fotones. Este enfoque se denomina "basado en el número de fotones".

En los últimos tiempos, y particularmente para algunas aplicaciones emergentes, p. ej. óptica cuántica, resulta práctico considerar la naturaleza totalmente cuántica de la radiación electromagnética como ruta principal de trazabilidad al SI. Dado que cada fotón se puede considerar como un cuanto de energía que depende de su frecuencia, es conceptualmente simple correlacionar el número de fotones con una cantidad de energía o potencia. Ahora se pueden generar fotones individuales, usando p. ej. materiales no lineales, así como fuentes de fotones individuales, ópticas y eléctricas, y contarlos, utilizando p. ej. fotomultiplicadores, diodos de avalancha de fotón único, detectores superconductores de nanohilos y sensores de transición de borde. En [5] se pueden encontrar más detalles sobre los métodos disponibles para la trazabilidad de las unidades para magnitudes radiométricas utilizando técnicas basadas en el número de fotones.

7. Realización práctica de las unidades fotométricas

7.1. Rutas de trazabilidad para la realización práctica de las unidades fotométricas

La sección 5 describe las rutas de trazabilidad para la realización práctica de las unidades radiométricas. Como se describe en la Sección 2, estos apuntalan la realización de las unidades fotométricas asociadas a las magnitudes fotométricas correspondientes (por ejemplo, intensidad luminosa, luminancia, iluminancia, flujo luminoso) mediante el uso de funciones de eficiencia luminosa espectral (para proporcionar una ponderación espectral) combinadas con la eficacia luminosa a una frecuencia de 540×10^{12} Hz, como se indica en la definición de K_{cd}. La menor incertidumbre en la realización de las unidades fotométricas se logra actualmente si la cadena de trazabilidad comienza con un detector absoluto, pero en el futuro podría lograrse utilizando una fuente absoluta o el método de conteo de fotones. Para más detalles, consulte [5] y sus referencias.

7.1.1. Trazabilidad fotométrica basada en detectores

El método más común para la realización de unidades fotométricas es medir la salida fotométrica de una fuente de luz de calidad patrón (descrita con más detalle a continuación en la Sección 7.2) en la configuración geométrica deseada utilizando un detector fotométrico de referencia, con una capacidad de respuesta espectral que coincida con la función de eficiencia luminosa deseada, que haya sido calibrado espectralmente en respuesta de irradiancia absoluta (responsividad) con trazabilidad a un radiómetro absoluto (ver 5.1) y que esté equipado con una apertura precisa, con un área calibrada trazable a la unidad SI de longitud. La unidad fotométrica realizada se transfiere luego a otras fuentes de luz de calidad patrón (o, en un segundo paso, a otros detectores fotométricos), que se convierten en fuentes fotométricas patrón secundarias (o detectores) para la magnitud fotométrica asociada. En este caso, la trazabilidad al SI, "basada en detectores", lo es a las unidades eléctricas del SI. Este método generalmente requiere calibración espectral adicional para establecer la relación (desajuste espectral) de la curva de respuesta espectral del detector a la función de eficiencia luminosa espectral CIE apropiada. Para cuantificar el impacto de este desajuste espectral, también es necesario realizar una calibración espectral relativa de la fuente de luz. En el caso de que las magnitudes basadas en el número de fotones se midan experimentalmente como se describe en la Sección 6 anterior, estas se pueden convertir a la magnitud fotométrica asociada, usando la Ecuación 4, aunque es más común usar una integral ponderada en frecuencia en lugar de en longitud de onda.

7.1.2. Trazabilidad fotométrica basada en fuentes

Un segundo método realiza las unidades fotométricas directamente mediante el uso de una fuente absoluta, cuya salida fotométrica (en la configuración geométrica relevante) se calcula a partir de principios primarios basados en las características de la propia fuente. En este caso, la trazabilidad al SI es "basada en la fuente". La fuente absoluta (calculable) más común es un cuerpo negro de alta temperatura (una cavidad con alta emisividad) cuyo flujo radiante de salida se puede predecir a partir de la temperatura termodinámica de la cavidad utilizando la ley de radiación de Planck. En este caso, la trazabilidad es a la unidad SI de temperatura, el kelvin. Sin embargo, a las altas temperaturas que normalmente se requieren para las aplicaciones fotométricas, la temperatura termodinámica generalmente se determina mediante la inversión de la ley de Planck mediante una medición cuasi monocromática de la salida de flujo radiante absoluto del radiador realizada con uno o varios detectores de banda estrecha calibrados por referencia a un radiómetro absoluto, como se describe en la Sección 5.1 anterior. En este caso, la trazabilidad se considera más apropiadamente como "basada en detectores", y lo es a las unidades eléctricas SI.

7.2. Realización práctica de la candela (cd), unidad básica SI de intensidad luminosa, I_v

La candela (cd) se realiza con mayor frecuencia utilizando una lámpara patrón cuyo diseño físico está optimizado para su empleo en una dirección definida para proporcionar una fuente de luz (filamento) que es pequeña en relación con la distancia entre la fuente y la apertura que limita el área activa del detector, de modo que pueda considerarse como una fuente puntual en esa dirección especificada. En el caso de una lámpara patrón de tungsteno (la más comúnmente utilizada de las lámparas patrón), los parámetros de funcionamiento eléctrico de la fuente se eligen generalmente de manera que la salida espectral de la fuente se aproxime al Iluminante Patrón A definido por la CIE [11], que tiene la misma salida espectral relativa que un radiador de Planck que opera a una temperatura de aproximadamente 2856 K. La configuración geométrica se establece de acuerdo con la relación de la intensidad radiante en una dirección dada, $I_e = \Phi_e/\Omega$, y la aproximación del ángulo sólido para grandes distancias, $\Omega = A/r^2$, donde Φ_e es el flujo radiante producido por la fuente de intensidad radiante I_e en una apertura de área A y r es la distancia entre la fuente y la apertura. Dado que el ángulo sólido (Ω) es adimensional, debe tenerse en cuenta que la intensidad radiante es dimensionalmente equivalente a la magnitud SI derivada “flujo radiante” (Φ_e), expresada en vatios (W), lo que puede causar confusión cuando se expresa solo en unidades básicas del SI; es decir, metro (m), kilogramo (kg) y segundo (s). Por lo tanto, se recomienda incluir explícitamente la unidad SI derivada sr, como se indica en la Sección 2, en la definición

de K_{cd}, para mostrar claramente la dependencia geométrica de la magnitud. La intensidad radiante se convierte mediante la Ecuación 2 en intensidad luminosa utilizando la función de eficiencia luminosa espectral CIE apropiada y la constante fotométrica K_{cd} [2].

En principio sería posible realizar la candela utilizando una lámpara monocromática estable de referencia que emita en la longitud de onda λ_a, correspondiente a la frecuencia especificada en la definición de la candela (Sección 3.1), montada en un banco fotométrico a una distancia conocida r desde la apertura limitadora (área A) de un radiómetro absoluto que mide el flujo radiante. Esta disposición permite el cálculo de la intensidad radiante a esta longitud de onda, $I_e(\lambda_a)$. La intensidad luminosa de la lámpara se obtiene utilizando la relación $I_v = K_{cd}\ V(\lambda_a)\ I_e(\lambda_a)$. Sin embargo, tal realización sería de poca utilidad para las mediciones en fuentes prácticas de banda ancha. Por lo tanto, la realización práctica de la candela se lleva a cabo predominantemente utilizando uno de los dos métodos siguientes de acuerdo con las rutas descritas en las Secciones 7.1.1 y 7.1.2:

- Método A - utilizar una fuente policromática suficientemente pequeña que proporcione un campo de radiación casi isotrópico en la dirección de medición. Esta es comúnmente una fuente incandescente que se aproxima a la distribución de potencia espectral relativa del Iluminante Patrón A de la CIE. Para su uso como lámpara de referencia de intensidad luminosa, se necesita una caracterización espectral. Esta intensidad radiante espectral $I_e(\lambda)$ en una cierta dirección se mide típicamente a una distancia suficientemente grande r usando una serie de filtros radiométricos de referencia calibrados, de respuesta en irradiancia conocida en unas pocas longitudes de onda discretas en el rango de longitud de onda visible de 360 nm a 830 nm o mediante el uso de un espectrorradiómetro con una óptica de entrada de irradiancia adecuada, que haya sido calibrada de forma absoluta en respuesta a la irradiancia. Para estas mediciones, la lámpara debe configurarse de acuerdo con sus condiciones de funcionamiento especificadas (orientación de la lámpara, dirección de medición y corriente de la lámpara) y debe conocerse y controlarse con precisión la distancia, r, desde la fuente hasta el área de la apertura limitadora, A, del detector. La intensidad radiante de la fuente policromática se mide en todo el rango de longitud de onda visible, ya sea directamente a intervalos regulares, poco espaciados o en un número suficiente de longitudes de onda discretas para permitir la interpolación y extrapolación a otras longitudes de onda utilizando un modelo físico apropiado. Estos valores pueden luego multiplicarse por la función de eficiencia luminosa espectral CIE deseada e integrarse espectralmente para obtener la intensidad luminosa correspondiente.

- Método B - utilizando un medidor de iluminancia de referencia, que es un radiómetro de filtro cuya respuesta espectral relativa ha sido diseñada para coincidir estrechamente con las características espectrales de la función de eficiencia luminosa espectral CIE deseada. Este radiómetro de filtro se utiliza generalmente junto con una apertura de precisión y se calibra por referencia a un radiómetro absoluto para dar una respuesta de iluminancia conocida (A lm^{-1} m^2). En la mayoría de los casos, esto implica una calibración contra el radiómetro absoluto para dar su respuesta de irradiancia espectral absoluta (A W^{-1} m^2 nm^{-1}) en longitudes de onda discretas, junto con mediciones contra otros detectores de referencia (por ejemplo, trampas de silicio o PQED) para permitir la interpolación a intervalos regulares en todo el rango de longitud de onda visible. Estos valores espectrales se convierten luego en respuesta de iluminancia (para una fuente específica) por integración. Este medidor de iluminancia de referencia calibrado se puede utilizar para calibrar una lámpara patrón en términos de su intensidad luminosa en una dirección específica por medio de un banco fotométrico, que permite controlar cuidadosamente la magnitud geométrica de distancia, r, desde la fuente al medidor de iluminancia limitado por el área de la apertura, A, la alineación de la lámpara y la dirección de medición. También puede ser necesaria una calibración espectral de la fuente de luz para corregir el desajuste espectral entre el medidor de iluminancia y la función de eficiencia luminosa espectral CIE requerida.

7.3. Realización práctica del lumen (lm), unidad derivada SI de flujo luminoso ϕ_v

El lumen (lm = cd · sr), puede derivarse de la realización de la unidad SI de intensidad luminosa I_v, la candela, y la unidad del ángulo sólido Ω, el estereorradián. Para una fuente de intensidad uniforme dentro del ángulo sólido definido, puede establecerse simplemente usando la relación $\Phi_V = I_v\,\Omega$. Para el caso más general de una fuente cuya intensidad varía con la dirección, el flujo luminoso Φ_V se obtiene de la integración angular de la distribución de la intensidad luminosa de la fuente $I_V\,(\theta, \phi)$ medida en una superficie esférica de acuerdo con la relación: $\Phi_V = \iint I_V\,(\theta, \phi)$ sin θ dϕ dθ, donde θ es el ángulo polar y ϕ es el ángulo azimutal en un sistema de coordenadas esféricas; la integración se lleva a cabo sobre $0 \leq \theta \leq \pi$ y $0 \leq \phi \leq 2\pi$. Por lo tanto, el lumen también puede realizarse midiendo con un medidor de iluminancia de referencia, como se describe en el Método B en la Sección 7.2. Se pueden utilizar varias configuraciones geométricas:

(a) El flujo luminoso emitido por una fuente de luz que pasa a través de una apertura de área conocida A puede establecerse utilizando la aproximación del ángulo sólido para distancias grandes, $\Omega = A/r^2$, y colocando la apertura A a una distancia conocida r de la fuente de intensidad luminosa conocida.

(b) El flujo luminoso emitido en un ángulo sólido mayor que el utilizado para realizar la intensidad luminosa de la lámpara de referencia conocida puede determinarse utilizando varios métodos de integración espacial de secciones más pequeñas. En cada uno de estos métodos de integración espacial, el detector utilizado debe ser un fotómetro con una respuesta espectral cercana a la función de eficiencia luminosa espectral deseada, que ha sido calibrado para la respuesta del flujo luminoso utilizando la configuración (a) anterior, o un medidor de iluminancia de referencia calibrado, como se describe en el Método B (Sección 7.2). La integración del flujo luminoso se lleva a cabo utilizando:

- un goniofotómetro sobre un ángulo sólido definido de la fuente. Si se requiere el flujo luminoso total emitido por una fuente de luz, la integración se realiza sobre el ángulo sólido completo $0 \leq \theta \leq \pi$ y $0 \leq \phi \leq 2\pi$. Téngase en cuenta que si se utiliza un medidor de iluminancia que ha sido calibrado de acuerdo con los métodos de la Sección 7.4, la integración espacial de la fuente se realiza sobre un ángulo sólido definido por la respuesta de la iluminancia (dentro de un cierto ángulo sólido donde la intensidad luminosa se espera que sea constante) del detector y la distancia entre el detector y la fuente, o bien

- una esfera integradora en combinación con un detector, donde la respuesta espectral de la combinación esfera/detector es muy similar a la función de eficiencia luminosa espectral deseada y que se ha calibrado, por ejemplo, mediante la introducción de una cantidad conocida de flujo luminoso dentro de la esfera (medida utilizando el método (a) anterior). El flujo luminoso emitido desde una sección seleccionada de la fuente se mide introduciendo solo esa parte del flujo en la esfera. Si se desea medir el flujo luminoso acumulativo de la fuente para un ángulo sólido de 4π sr, este flujo luminoso total (de la fuente) se determina colocando la fuente enteramente dentro de la esfera. Como la distribución angular de la fuente es generalmente muy diferente del haz de luz utilizado para calibrar la esfera, el efecto de la falta de uniformidad espacial de la esfera debe caracterizarse y corregirse mediante un método apropiado. Para tener en cuenta las no uniformidades espectrales y espaciales de la esfera, que influyen en los resultados de la medición si se comparan diferentes fuentes o geometrías, se deben aplicar correcciones adicionales. Además, es necesario caracterizar la linealidad del sistema para tener en cuenta los muy diferentes niveles de flujo que se producen para la fuente fuera y dentro de la esfera, respectivamente.

7.4. Realización práctica del lux (lx), unidad derivada SI de iluminancia E_v

El lux (lx = cd·sr·m^{-2}) se puede derivar de una realización de la candela y de la unidad de longitud, usando la relación: $E_v = I_v\Omega_0/r^2$, donde r es una distancia apropiadamente elegida desde la fuente con intensidad luminosa I_v a la cual se produce la iluminancia E_v para satisfacer la condición de que el área de la superficie curva de la esfera, A_s, sea aproximadamente igual al área de su proyección bidimensional, A; es decir, $A_S \cong A$ (véase la sección 7.3a), que se perdería si A_S simplemente se intercambiara por A. Pueden encontrarse más detalles en [13].

El lux también puede obtenerse directamente de un radiómetro absoluto calibrado en respuesta a la irradiancia espectral (ver 5.1) o de una fuente de cuerpo negro calculable. Dado que esta última es principalmente una fuente de radiancia o luminancia, la iluminancia incidente sobre una superficie a una distancia r de la apertura de salida de la fuente depende del área de la apertura de salida de la fuente, la distancia r, y el área de la superficie en que se recibe el flujo. La iluminancia de la fuente de cuerpo negro se determina multiplicando la irradiancia espectral del cuerpo negro por la función de eficiencia luminosa espectral estándar CIE deseada e integrando espectralmente, utilizando la ecuación para la realización de escalas de irradiancia espectral a partir de fuentes de radiancia absoluta dadas en [14, Ecuación 24].

7.5. Realización práctica de la candela por metro cuadrado (cd m^{-2}), unidad derivada SI de luminancia, L_v

La unidad de luminancia (cd · m^{-2}) en una dirección dada, se puede realizar utilizando una fuente lambertiana difusa, bien calculando la luminancia de la propia fuente de luz, como radiador de cuerpo negro, o bien midiendo la luminancia en la dirección especificada, a partir de una superficie difusa uniforme, producida mediante una esfera integradora o una superficie reflectante difusa blanca.

- La realización de la unidad de luminancia usando un radiador de cuerpo negro requiere el cálculo de la radiancia espectral absoluta de la apertura del cuerpo negro usando la ley de Planck y la temperatura termodinámica conocida del cuerpo negro. La luminancia correspondiente de la fuente de cuerpo negro se puede calcular directamente a partir de su radiancia espectral y la función de eficiencia luminosa espectral CIE apropiada, como se describe en la Sección 3.1.

- Para la realización de la unidad de luminancia utilizando una configuración de esfera integradora, la luminancia en el puerto de salida se determina a partir del flujo luminoso en la dirección de salida, es decir, del flujo luminoso parcial (para la definición de flujo luminoso parcial LED, véase [15]) desde el puerto a través de la apertura de un fotómetro calibrado como se indica en la sección 7.2, o a partir de la iluminancia en la apertura de entrada de un fotómetro de referencia calibrado usando la relación dada en la sección 7.4. El flujo luminoso parcial/iluminancia en el fotómetro calibrado depende de la luminancia de la apertura de la esfera y de un factor geométrico que depende de la distancia r, y las áreas de apertura tanto del puerto de la esfera como de la entrada del fotómetro [12,14]. Como alternativa al uso de una configuración de esfera integradora, se puede usar otra fuente de luminancia suficientemente uniforme.

- Para la realización de la unidad de luminancia usando la configuración de superficie reflectante difusa, la luminancia se calcula a partir de la iluminancia producida en el patrón reflectante por la fuente de intensidad luminosa (ver Sección 7.4) y el factor de reflectancia luminosa para el patrón reflectante difuso blanco, determinado espectrofotométricamente bajo las mismas condiciones geométricas utilizadas para la medición de la luminancia [14].

8. Consideración sobre la incertidumbre de medida

Cada valor de medición debe expresarse con una incertidumbre de medición asociada. En [16, 17] se ofrece una descripción general sobre cómo tratar las incertidumbres en fotometría.

Referencias

[2.1] BIPM, The International System of Units (SI Brochure) [9th edition, 2019], Appendix 3, https://www.bipm.org/en/publications/si-brochure/.

[2.2] Principles Governing Photometry, 2nd ed., Joint CIPM/CIE publication (in press).

[2.3] Ciddor P.E., Refractive index of air: new equations for the visible and near infrared, Appl. Optics, 1996, 35, 1566-1573.

[2.4] CIE (International Commission on Illumination), Joint ISO/CIE Standard: Photometry - The CIE System of Physical Photometry, ISO 23539:2005(E)/CIE S 010/E:2004.

[2.5] Zwinkels J.C., Ikonen E., Fox N.P., Ulm G., and Rastello M.L., Photometry, radiometry and "the candela": evolution in the classical and quantum world, *Metrologia*, 2010, 47, R15-R32.

[2.6] Martin, J.E., Fox, N.P., and Key, P.J., A cryogenic radiometer for absolute radiometric measurements, *Metrologia*, 1985, 21, 147-155.

[2.7] Hoyt C.C. and Foukal, P.V., Cryogenic radiometers and their application to metrology, *Metrologia*, 1991, 28, 163-167.

[2.8] Sildoja M. et al., Predictable Quantum Efficient Detector I: Photodiodes and predicted responsivity, *Metrologia*, 2013, 50, 385–394.

[2.9] Müller I. et al., Predictable Quantum Efficient Detector II: Characterization results, *Metrologia*, 2013, 50, 395–401.

[2.10] Schwinger, J., On the classical radiation of accelerated electrons", Physical Review, 1949, 75, 1912-25.

[2.11] CIE (International Commission on Illumination), Joint ISO/CIE Standard: CIE Colorimetry – Part 2: CIE Standard Illuminants for Colorimetry, ISO 11664-2:2007(E)/CIE S 014-2/E:2006.

[2.12] Ohno Y., Photometric Standards (Chapter 3), In Handbook of Applied Photometry, Casimir DeCusatis, (p. 55-99) American Institute of Physics Press, ISBN 1-56396-416-3, Woodbury, NY, USA. (1997).

[2.13] CIE 210:2014 Photometry Using V(λ)-Corrected Detectors as Reference and Transfer Standards.

[2.14] Gaertner A.A., Optical Radiation Measurement (Chapter 9), in Modern Metrology Concerns, Luigi Cocco, InTech, ISBN 978-953-51-0584-8, Rijeka, Croatia (2012). Open Access available at http://www.intechopen.com/articles/show/title/optical-radiation-measurements

[2.15] CIE (International Commission on Illumination) International Standard on Test Method for LED lamps, LED luminaires and LED modules, S025/E:2015.

[2.16] CIE 198:2011 Determination of Measurement Uncertainties in Photometry.

[2.17] CGM 100:2008 Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement.

Bureau International des Poids et Mesures

GOBIERNO DE ESPAÑA MINISTERIO DE INDUSTRIA, COMERCIO Y TURISMO

Centro Español de Metrología
CENTRO ESPAÑOL DE METROLOGÍA

NIPO: 113210146