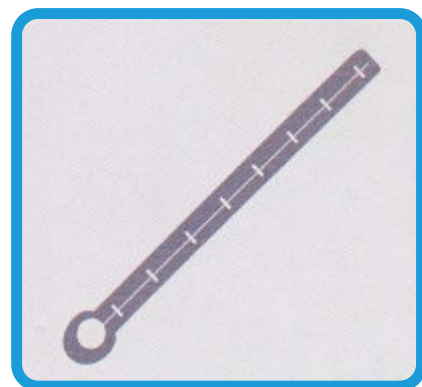
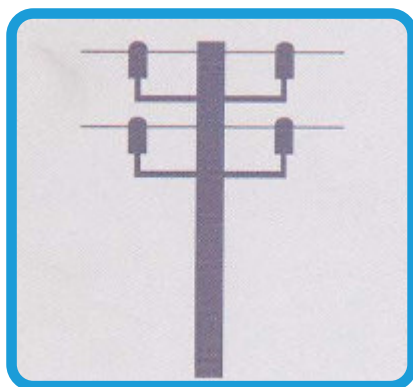
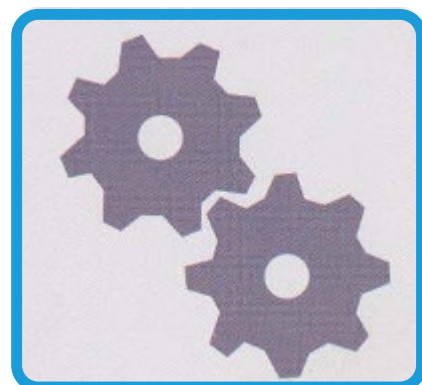
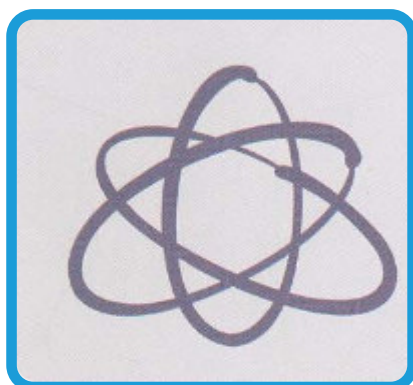
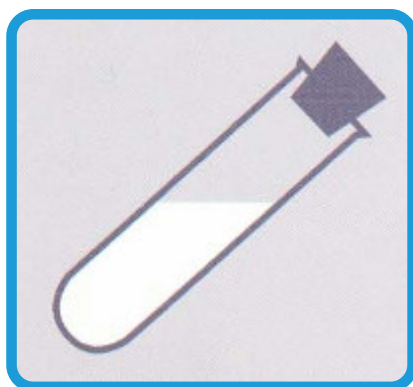
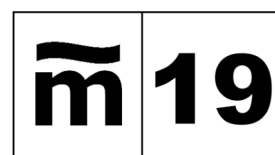


Metrología



PROCEDIMIENTO DI-032 PARA LA
CALIBRACIÓN DE POLÍGONOS PATRÓN



PROCEDIMIENTO DI-032 CALIBRACIÓN DE POLÍGONOS PATRÓN

La presente edición de este procedimiento se emite exclusivamente en formato digital y puede descargarse gratuitamente de nuestra página web (www.cem.es).

Los procedimientos editados por el CEM presentan modelos de calibración, en línea con documentos clave universales como son el Sistema Internacional de unidades (SI), el Vocabulario internacional de metrología (VIM) o la Guía para la expresión de la incertidumbre de medida (GUM). Como modelos que son, los usuarios de los mismos pueden, bajo su responsabilidad, modificarlos para adecuarlos a sus necesidades específicas (instrumentación, condiciones ambientales, etc.). En tal caso, siempre deberá primar el sentido crítico y la ética profesional.

El CEM no acepta ninguna responsabilidad derivada de la interpretación y/o uso de este procedimiento.

El CEM no mantiene correspondencia sobre el contenido de los procedimientos.

ÍNDICE

	Página
1.- OBJETO	3
2.- ALCANCE	3
3.- DEFINICIONES	4
4.- GENERALIDADES.....	4
4.1.- Abreviaturas.....	4
5.- DESCRIPCIÓN	5
5.1.- Equipos y materiales.....	5
5.2.- Operaciones previas	6
5.3.- Proceso de calibración.....	7
5.4.- Toma y tratamiento de datos.....	8
6.- RESULTADOS.....	9
6.1.- Cálculo de incertidumbres	9
6.2.- Interpretación de resultados.....	10
7.- REFERENCIAS.....	10
8.- ANEXOS.....	10

1. OBJETO

El presente procedimiento de calibración tiene por objeto exponer un método de calibración para los POLÍGONOS PATRÓN, codificados como D-04.01 según la Clasificación de Instrumentos de Metrología Dimensional [5], actualizando el proceso de calibración de la referencia [6]. En lo que sigue se emplearán opcionalmente las abreviaturas que se indican al final del apartado 4, cuando se considere adecuado.

2. ALCANCE

El presente procedimiento es de aplicación a los POLÍGONOS PATRÓN (PP), de acero o de vidrio, que se utilizan como patrones angulares de alta precisión, generalmente junto con bloques patrón angulares (BPA), para la calibración de platos divisores, mesas giratorias, proyectores de perfiles, etc.

Los PP son prismas con un eje común normal a sus dos bases que materializan un conjunto de ángulos patrón, todos ellos del mismo valor nominal entre sus caras de medida. Este procedimiento es aplicable a PP con número par, I , de caras de medida, entre 4 y 72:

$$I = \text{par}$$

$$4 \leq I \leq 72$$

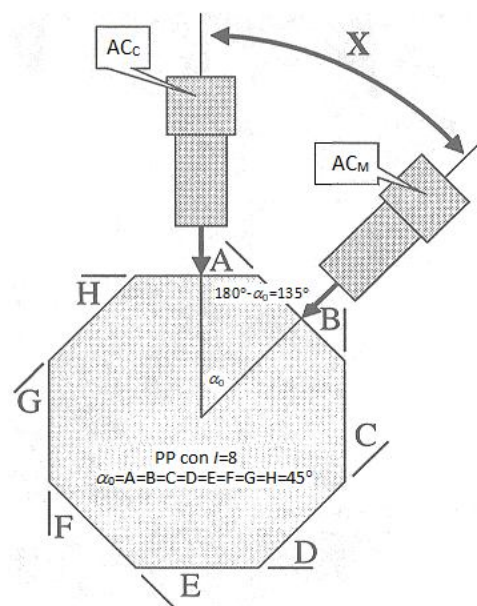
Los valores usuales a) del número I de caras de medida, b) del ángulo nominal α_0 entre caras de medida y la prolongación de cualquiera de las caras contiguas (igual al ángulo formado en el centro entre las perpendiculares a las caras de medida) y c) del ángulo nominal $(180^\circ - \alpha_0)$ entre caras contiguas, son los que se indican en la tabla 1.

$$\alpha_0 = \frac{360^\circ}{I} \quad 180^\circ - \alpha_0 = 180^\circ - \frac{360^\circ}{I} = 180^\circ \left(1 - \frac{2}{I}\right)$$

Tabla 1. Valores usuales de PP

I	α_0	$180^\circ - \alpha_0$
4	90°	90°
6	60°	120°
8	45°	135°
12	30°	150°
16	22° 30'	157° 30'
18	20°	160°
24	15°	165°
36	10°	170°
72	5°	175°

Figura 1.- Polígono de 8 caras de medida



Quedan fuera del alcance de este procedimiento cualquier otro tipo de polígonos patrón.

3. DEFINICIONES

Ángulo nominal del polígono patrón

Ángulo α_0 formado por cada cara de medida y la prolongación de cualquiera de las caras contiguas, para un polígono patrón perfecto.

Caras de medida

Superficies planas laterales del prisma que constituye el polígono patrón y que definen los ángulos diedros patrón. Estas caras deben ser altamente reflectantes, por lo que a veces llevan un tratamiento superficial o un espejo y en estos casos, pueden ir protegidas por una carcasa metálica con aberturas para el acceso óptico a las mismas.

4. GENERALIDADES

La calibración de un PP consiste fundamentalmente en obtener los valores de los ángulos entre caras o, lo que es igual, de los ángulos suplementarios de estos, con sus incertidumbres correspondientes a una probabilidad de cobertura del 95 % (referencias [3] y [4]).

5.1 Abreviaturas

En el presente procedimiento se emplean las abreviaturas siguientes:

AC	Autocolimadores
AC _C	Autocolimador de enrase de cero
AC _M	Autocolimador de Medida
BPA	Bloques Patrón Angulares
C	Campo de medida
C_{cAC_C}	Corrección de calibración del AC _C
c_{cAC_C}	Estimador de la corrección de calibración del AC _C
C_{cAC_M}	Corrección de calibración del AC _M
c_{cAC_M}	Estimador de la corrección de calibración del AC _M
C_E	Corrección por redondeo de indicaciones
c_E	Estimador de la corrección por redondeo de indicaciones
D	Desviación al nominal de la longitud del PMR
d	Estimador de la desviación al nominal de la longitud del PMR
$D\alpha_i$	Desviación al nominal del ángulo <i>i</i> -ésimo
$d\alpha_i$	Estimador de la desviación al nominal del ángulo <i>i</i> -ésimo
E	División de escala
h_i	Coefficiente de sensibilidad de x_i

I	Número de ángulos del PP a calibrar
J	Número de medidas en cada ángulo del PP
k	Factor de cobertura o de recubrimiento
MG	Mesa Giratoria
MP	Mesa Pivotante
N	Número par de caras de medida del PP
PP	Polígono Patrón
R	Recorrido de la diez indicaciones δ_j .
u_i	Estimador de la desviación típica poblacional de las medidas del ángulo i -ésimo
u_c	Estimador de la incertidumbre típica de la corrección de calibración de los AC
$u(da_i)$	Incertidumbre típica de la desviación al nominal del ángulo i -ésimo
$U(da_i)$	Incertidumbre expandida de la desviación al nominal del ángulo i -ésimo para un nivel de cobertura del 95 %
u_E	Estimador de la incertidumbre típica por división de escala.
$u(\delta\alpha_i)$	Estimador de la incertidumbre típica de $\delta\alpha_i$
X_i	Magnitud de entrada
x_i	Estimador de la magnitud X_i
Y	Magnitud de salida
y	Estimador de la magnitud de salida
α_{ij}	Medida j -ésima del ángulo i -ésimo
$\bar{\alpha}_i$	Promedio de las J medidas del ángulo i -ésimo
δ_j	Indicación de repetibilidad del cero en el AC _M , realizada previamente a la calibración
δ_{ij}	Desviación de α_{ij} respecto a θ_j
$\delta_{\text{máx}}$	Valor máximo de δ_j
$\delta_{\text{mín}}$	Valor mínimo de δ_j
$\Delta\alpha_i$	Desviación al nominal del ángulo i -ésimo indicado, sin correcciones.
$\delta\alpha_i$	Estimador de la desviación al nominal del ángulo i -ésimo indicado, sin correcciones.
θ_j	Ángulo entre ACs en el giro i -ésimo.

5. DESCRIPCIÓN

5.1 Equipos y materiales

Para la calibración de POLÍGONOS PATRÓN (PP), se utilizarán dos autocolimadores (AC) y una mesa giratoria (MG). Los AC deben tener una división de escala suficientemente pequeña:
 $E \leq 0,1''$

Estos AC de tan alta exactitud suelen ser de tipo fotoeléctrico, realizando incluso el enrase de lectura de forma automática. Dispondrán de bases regulables, cosa habitual en ellos.

La MG no necesita tener escala, pues sólo efectúa giros mecánicos para pasar de una a otra cara del PP y la MP permite colocar el eje del prisma que forma el PP paralelo al eje de giro de la MG.

El conjunto de todos estos elementos debe quedar aislado de vibraciones, para lo cual puede montarse sobre una mesa de planitud grande, que podría ser la de una medidora de tres coordenadas que disponga de plato divisor como MG.

5.2 Operaciones previas

- a) Para poder emitir un certificado de calibración de un PP, éste debe encontrarse identificado, de forma permanente, con los siguientes datos como mínimo:

MARCA
NÚMERO DE SERIE o DE IDENTIFICACIÓN
ÁNGULO NOMINAL
IDENTIFICACIÓN DE CADA ÁNGULO

En un PP es necesario poder identificar individualmente cada uno de los l ángulos entre caras de medida. Para ello pueden numerarse dichos ángulos o bien las l caras de medida, si es que no vienen así ya de fábrica, denominando cada ángulo a partir de sus caras.

En caso de que falte alguno de estos datos, se admite que se le proporcionen de forma tal que no pueda surgir duda alguna en cuanto a la correspondencia entre el patrón calibrado y su certificado de calibración.

- b) La sala en la que se efectúe la calibración deberá permanecer todo el tiempo dentro del intervalo de temperaturas:

$$(20,0 \pm 0,5) \text{ } ^\circ\text{C}$$

Es recomendable que para esta calibración el operador use guantes.

- c) Se procederá a una limpieza previa del PP a calibrar, mediante una gamuza suave, sin emplear ningún tipo de líquidos.

A continuación se efectúa una inspección visual del PP en todas sus caras de medida, para comprobar que no existen marcas, oxidaciones, defectos de material, etc. que impidan una correcta calibración del mismo; esta inspección se efectúa mejor con una luz fría potente y una lupa.

- d) Se coloca la MP sobre la MG, aproximadamente centrada sobre ella y el PP sobre la MP, también aproximadamente centrado sobre ella y si es necesario, embridado a ella.

Se sitúan los dos AC frente a dos caras de medida contiguas del PP y se encienden.

- e) El conjunto de elementos así preparados se deja estabilizar térmicamente, al menos durante 30 minutos antes de iniciar la calibración propiamente dicha.

5.3 Proceso de calibración

En el método que se expone, uno de los dos AC sólo realiza funciones de enrase de cero (AC_C) y el otro es el que realiza las medidas (AC_M), pero han de ser ambos de similar exactitud, pues ambas operaciones influyen en la incertidumbre final resultante.

Se comienza por actuar sobre la MP, a fin de situar lo más paralelos posible el eje del PP y el eje de la MG; para ello se enrasa una de las caras de medida con un AC (lo que consiste en situarlo perpendicularmente a dicha cara, mediante su base regulable) y se da un giro de 180° al PP, enrasando la cara de medida diametralmente opuesta y corrigiendo el posible desvío de la escala vertical de lectura del AC, la mitad con la MP y la mitad con la base regulable del AC. Este proceso, que trata de minimizar el error piramidal, se reitera hasta obtener la mejor concordancia posible.

A continuación se enrasan las posiciones de ambos AC, mediante sus bases regulables, de forma que los ejes ópticos de ambos queden perpendiculares a dos caras de medida contiguas del PP; evidentemente, el ángulo entre ambos ejes de los AC, será igual al valor suplementario del ángulo entre las dos caras contiguas del PP.

Como criterio previo a la calibración propiamente dicha, se gira ahora suavemente el PP, en uno y otro sentido alternativamente hasta 10 veces, regresando siempre a la posición inicial en el AC de cero y leyendo las desviaciones con su signo en el AC de medida. El rango total R de las lecturas de los 10 valores δ_j obtenidos no debe superar el valor:

$$R = \delta_{\max} - \delta_{\min} \leq 5E$$

en donde E = división de escala del AC de medida.

Notas:

1. Se recuerda que este PROCEDIMIENTO DE CALIBRACIÓN es un documento orientativo y no impositivo, por lo que el usuario, en base al conocimiento de sus equipos, podrá variar adecuadamente los valores límites que para diferentes criterios de aceptación o rechazo se exponen a lo largo del mismo.
2. Los valores δ_j se anotarán con apreciación igual a E . Si se produce rechazo, se desecharán los valores obtenidos, se limpiarán y repararán todos los elementos y se comenzará de nuevo.

Se regresa de nuevo a la situación inicial, regulando los AC para que ambos queden perpendiculares a dos caras de medida contiguas del PP. Esto supone que la primera desviación angular en cada giro se hace igual a cero, por ajuste.

Se procede a girar suavemente la MG, hasta que la cara inicialmente enfrentada al AC_M pase a estar enrasada con el AC_C , momento en el que puede procederse a leer en el AC_M la desviación angular resultante δ_{ji} , con su signo. Esta operación se reitera hasta completar un giro total del PP, lo que supone $i = 1$ a I (recuérdese que en cada grupo de I desviaciones $\delta_{i1} = 0,0$ "por ajuste").

Se efectúan $J = 10$ giros totales del PP, para disponer de 10 indicaciones de desviación del ángulo entre cada dos caras. Al iniciar cada giro, se regularán a cero los dos AC, siempre sobre las mismas caras del PP, lo cual supone una ligera variación del ángulo θ_j entre ejes de los AC.

Cada ángulo α_i es el promedio de los diez valores obtenidos.

Siempre que las desviaciones que se observen en la escala de medida vertical del AC de medida, no superen los 5", podrá desprejarse su influencia en las desviaciones angulares medidas en sentido horizontal. Si se presentan desviaciones verticales superiores a este valor, será señal de que el PP no es suficientemente bueno para el grado de exactitud deseado, presentando errores piramidales en el tallado de sus caras.

El objeto de la calibración del PP es la determinación de la desviación al nominal de los ángulos entre caras y la incertidumbre expandida para un nivel de confianza del 95 % de cada desviación.

La función modelo correspondiente a la desviación al nominal del ángulo α_i es

$$D\alpha_i = \Delta\alpha_i + C_{c_{AC_C}} + C_{c_{AC_M}} + C_E$$

donde $\Delta\alpha_i$ son las desviaciones al nominal a partir de las indicaciones brutas; $C_{c_{AC_C}}$, $C_{c_{AC_M}}$, las correcciones de calibración de los autocolimadores y C_E la corrección por división de escala.

5.4 Toma y tratamiento de datos

Las desviaciones angulares δ_{ij} , se anotarán con apreciación igual a E , los valores resultantes de operaciones lineales se anotarán con apreciación de una cifra significativa más que E y los valores resultantes de operaciones cuadráticas se anotarán con apreciación de dos cifras significativas más que E .

En cada giro de orden j , resulta: $\alpha_{ij} = \theta_j + \delta_{ij}$

en donde: α_{ij} = Medida del ángulo α_i en el giro j .
 θ_j = Ángulo entre ACs en el giro j .
 δ_{ij} = Desviación angular medida para el ángulo α_i en el giro j .

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^I \alpha_{ij} &= 360^\circ = I\theta_j + \sum_{i=1}^I \delta_{ij} \\ \theta_j &= \frac{360^\circ}{I} - \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \delta_{ij} \\ \alpha_{ij} &= \frac{360^\circ}{I} - \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \delta_{ij} + \delta_{ij} \\ \bar{\alpha}_i &= \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \alpha_{ij} = \frac{360^\circ}{I} + \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \delta_{ij} - \frac{1}{IJ} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \delta_{ij} \end{aligned}$$

El valor de cada ángulo $\bar{\alpha}_i$ se obtiene pues como la diferencia entre dos valores constantes

$$\frac{360^\circ}{I} \quad \text{y} \quad \frac{1}{IJ} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \delta_{ij}$$

más el valor medio de sus desviaciones angulares en los 10 giros, $\frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \delta_{ij}$.

Suele resultar cómodo trabajar con desviaciones angulares al valor nominal (δ_{α_i}), cuya expresión es:

$$\delta\alpha_i = \bar{\alpha}_i - \frac{360^\circ}{I} = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \delta_{ij} - \frac{1}{IJ} \sum_{l=1}^I \sum_{m=1}^J \delta_{lm}$$

Se observa, además, que al imponer que la suma de los l ángulos sea igual a 360° , se satisface la siguiente condición de cierre

$$\sum_{i=1}^I \delta\alpha_i = 0$$

pues

$$\sum_{i=1}^I \delta\alpha_i = \frac{1}{J} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \delta_{ij} - \sum_{i=1}^I \frac{1}{IJ} \sum_{l=1}^I \sum_{m=1}^J \delta_{lm} = \frac{1}{J} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \delta_{ij} - I \frac{1}{IJ} \sum_{l=1}^I \sum_{m=1}^J \delta_{lm} = 0$$

6. RESULTADOS

6.1 Toma y tratamiento de datos

El cálculo de incertidumbres se realizará aplicando los criterios establecidos en la Guía para la expresión de la Incertidumbre de Medida editada por el Centro Español de Metrología [3] y el documento EA-4/02 "Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration" [4].

En el Anexo 1 se incluye el desarrollo del cálculo de incertidumbres y la explicación de cómo se calcula cada contribución a la incertidumbre. A continuación se facilita la tabla resumen a partir de la cual se puede realizar el cálculo de la incertidumbre asociada a la calibración de los PP de acuerdo con este procedimiento. Esta incertidumbre es la incertidumbre del ángulo entre cada dos caras (α_i) o de su desviación al nominal.

De acuerdo con el documento EA-4/02 [4], en este caso no hace falta calcular el número de grados efectivos de libertad y se adopta $k = 2$ para un nivel de cobertura del 95 %.

Magnitud X_i	Valor estimado x_i	Incertidumbre típica $u(x_i)$	Distribución de probabilidad	Coefficiente de sensibilidad h_i	Contribución a la incertidumbre $u_i(y)$
$\Delta\alpha_i$	$\delta\alpha_i$	$u(\delta\alpha_i)$	normal	1	$u(\delta\alpha_i)$
$C_{c,ACC}$	0	u_c	normal	1	u_c
$C_{c,ACM}$	0	u_c	normal	1	u_c
C_E	0	$u_E = \frac{E}{\sqrt{6}}$	uniforme	1	$\frac{E}{\sqrt{6}}$
		Incertidumbre combinada		$u(d\alpha_i) = \sqrt{u^2(\delta\alpha_i) + 2u_c^2 + \frac{E^2}{6}}$	
Número de grados efectivos de libertad, ν_{ef}				No se aplica	
Factor de cobertura 95 %				$k = 2$	
Incertidumbre expandida 95 %				$U(d\alpha_i) = 2u(d\alpha_i)$	
Corrección no realizada máxima				0	
Incertidumbre global de calibración				$U(d\alpha_i) = 2u(d\alpha_i)$	

En el Anexo 2 se incluye un ejemplo numérico de aplicación del cálculo de incertidumbres.

6.2 Interpretación de resultados

Para los PP no existen normas que especifiquen tolerancias o criterios de aceptación de los resultados de la calibración. Cuando en algún caso concreto se establezcan, la declaración de cumplimiento o no cumplimiento con los mismos, se hará siempre en función de los errores o desviaciones obtenidos, teniendo en cuenta la incertidumbre de dichas determinaciones.

La CIMD (referencia [5]) aconseja para los PP un intervalo de calibración de 6 a 24 meses, dependiendo fundamentalmente de sus condiciones de utilización; no obstante, el responsable final de asignar el intervalo de recalibración y revisarlo cuando sea preciso, es siempre el usuario del equipo.

7. REFERENCIAS

- [1] Procedimiento para la elaboración de procedimientos de calibración. CEM, 4ª Edición, 19 páginas, 2003, Madrid.
- [2] Vocabulario Internacional de Metrología. Conceptos fundamentales y generales y términos asociados. 3ª edición 2012 (Ed. VIM 2008 con inclusión de pequeñas correcciones), Centro Español de Metrología, 2012.
- [3] Evaluación de datos de medición. Guía para la expresión de la incertidumbre de medida., 3ª ed. en español (traducción de 1ª ed. 2008 en inglés), Centro Español de Metrología, 2009, NIPO: 706-09-002-6.
- [4] Guía EA-4/02 M: 2013, Evaluation of the Uncertainty of Measurement in Calibration, Sept. 2013, rev. 01.
- [5] Clasificación de Instrumentos de Metrología Dimensional. 1ª ed. Centro Español de Metrología, 2005, NIPO: 165-02-003-4.
- [6] Proceso de calibración D-019 para polígonos patrón D-04.01. Sistema de Calibración Industrial (SCI). 1ª Edición, 22 páginas, 1982.

8. ANEXOS

- ANEXO 1.- Desarrollo del cálculo de incertidumbres.
ANEXO 2.- Ejemplo numérico.

ANEXO I – Desarrollo del cálculo de incertidumbres.

El objeto de la calibración del PP es la determinación de la desviación al nominal de los ángulos entre caras y la incertidumbre expandida para un nivel de confianza del 95 %.

La función modelo correspondiente a la desviación al nominal del ángulo α_i es

$$D\alpha_i = \Delta\alpha_i + C_{cACc} + C_{cACm} + C_E$$

que relaciona la variable de salida (primer miembro) con las de entrada (segundo miembro).

Dichas variables representan las siguientes magnitudes:

- $D\alpha_i$ Desviación al nominal del ángulo α_i . Como el PP tiene l caras, el nominal de α_i es $(360/l)^\circ$
- $\Delta\alpha_i$ Desviación al nominal del ángulo α_i a partir de las indicaciones, sin tener en cuenta correcciones. De acuerdo con la metodología del apartado 5.4 es

$$\Delta\alpha_i = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \Delta_{ij} - \frac{1}{IJ} \sum_{l=1}^l \sum_{m=1}^J \Delta_{lm}$$

donde Δ_{ij} es la desviación angular al nominal para α_i en el giro j -ésimo.

- C_{cACc} Corrección global de calibración, de valor nulo, para el autocolimador de cero.
- C_{cACm} Corrección global de calibración, de valor nulo, para el autocolimador de medida.
- C_E Corrección por redondeo de indicaciones, estimada con valor nulo y distribución uniforme en $\pm E/2$, siendo E la división de escala de los AC y teniendo en cuenta que cada indicación resulta de la diferencia de dos lecturas.

Dado que la temperatura de la sala ha de estar en $(20 \pm 0,5)^\circ\text{C}$ y que se exige una buena estabilización térmica, no se consideran significativas otras contribuciones en esta calibración, en particular los efectos diferenciales de temperatura.

De acuerdo con la función modelo, las desviaciones al nominal se estiman a partir de las indicaciones de los J giros mediante

$$d\alpha_i = \delta\alpha_i = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \delta_{ij} - \frac{1}{IJ} \sum_{l=1}^l \sum_{m=1}^J \delta_{lm}$$

pues las tres últimas correcciones de calibración se estiman nulas.

Todas las indicaciones $\delta_{i\varphi}$ se consideran no correlacionadas por lo que la ley de propagación de incertidumbres se reduce a la ley de propagación de varianzas.

Las incertidumbres típicas estimadas para las magnitudes de entrada en la función modelo se relacionan a continuación.

a) Medidas del patrón (repetibilidad)

Admitiendo que las desviaciones angulares de cada ángulo pertenecen a una misma población, se pueden agrupar los términos que resultan de aplicar la ley de propagación de varianzas a $\delta\alpha_i$ que, para poder derivar, se expresa ahora en la forma:

$$\delta\alpha_i = \frac{1}{J}\delta_{i1} + \frac{1}{J}\delta_{i2} + \dots + \frac{1}{J}\delta_{iJ} - \frac{1}{IJ}\sum_{l=1}^I\sum_{m=1}^J\delta_{lm}$$

de la que se obtiene

$$\frac{\partial\delta\alpha_i}{\partial\delta_{lm}} = -\frac{1}{IJ} \quad (\text{si } l \neq i), \quad \frac{\partial\delta\alpha_i}{\partial\delta_{lm}} = \frac{1}{J} - \frac{1}{IJ} \quad (\text{si } l = i)$$

Por consiguiente

$$\begin{aligned} u^2(\delta\alpha_i) &= \left(\frac{1}{J} - \frac{1}{IJ}\right)^2 (u_{i1}^2 + \dots + u_{iJ}^2) + \\ &+ \left(-\frac{1}{IJ}\right)^2 (u_{11}^2 + \dots + u_{1J}^2) + \dots + \left(-\frac{1}{IJ}\right)^2 (u_{i-11}^2 + \dots + u_{i-1J}^2) + \\ &+ \left(-\frac{1}{IJ}\right)^2 (u_{i+11}^2 + \dots + u_{i+1J}^2) + \dots + \left(-\frac{1}{IJ}\right)^2 (u_{I1}^2 + \dots + u_{IJ}^2) \end{aligned}$$

y como todas las varianzas con el mismo primer subíndice son iguales:

$$\begin{aligned} u^2(\delta\alpha_i) &= \left(\frac{1}{J} - \frac{1}{IJ}\right)^2 Ju_i^2 + \left(-\frac{1}{IJ}\right)^2 (Ju_1^2 + \dots + Ju_{i-1}^2 + Ju_{i+1}^2 + \dots + Ju_I^2) \\ u^2(\delta\alpha_i) &= \frac{(I-1)^2}{I^2} \frac{u_i^2}{J} + \frac{1}{I^2} \frac{1}{J} \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^I u_l^2 \end{aligned}$$

siendo u_i^2 la varianza de repetibilidad del ángulo i -ésimo y u_l^2 la de los demás.

b) Autocolimadores

Su contribución es la incertidumbre típica de corrección global nula que, normalmente, se estimará con igual valor en ambos

$$u_c = u(c_{c_{AC_c}} = 0) = u(c_{c_{AC_M}} = 0)$$

c) Redondeo en las lecturas

Como se aprecian los resultados hasta la división de escala y cada indicación se obtiene de la diferencia de dos lecturas, se toma

$$u_E = \frac{E}{\sqrt{6}}$$

La incertidumbre típica de la magnitud de salida es

$$u(d\alpha_i) = \sqrt{u^2(\delta\alpha_i) + 2u_c^2 + u_E^2}$$

Las contribuciones indicadas son suficientemente seguras de acuerdo con los criterios del documento EA-4/02 [4] por lo que no procede determinar grados efectivos de libertad.

Como las incertidumbres típicas obtenidas son suficientemente fiables, las correspondientes incertidumbres expandidas para un nivel de confianza del 95 % se obtienen mediante un factor de cobertura $k = 2$. Para las desviaciones angulares al nominal se tiene

$$U(d\alpha_i) = 2u(d\alpha_i) \quad (k = 2)$$

La misma incertidumbre se aplica al ángulo α_i pues al ser los estimadores $\delta\alpha_i = d\alpha_i$, según el apartado 5.4

$$\bar{\alpha}_i = \frac{360^\circ}{I} + d\alpha_i$$

En el apartado 6.1 se recogen las contribuciones indicadas en una tabla inspirada en el formato propuesto en el documento EA-4/02 [4].

ANEXO 2 – Ejemplo numérico.

Se calibra un PP de $I = 6$ caras de medida y ángulos nominales de 60° (120° entre caras contiguas), mediante dos AC iguales, de campo de medida $C = \pm 1'$ y división de escala $E = 0,1''$. La corrección global nula de calibración, para cada AC, se conoce con una incertidumbre típica de $0,25''$.

a) Operaciones previas y toma de datos

La temperatura inicial es $19,9^\circ\text{C}$.

Tras las comprobaciones y preparaciones previas, se procede a obtener la repetibilidad, resultando los 10 valores δ_j siguientes:

δ_1	=	0,0" (por puesta a cero)
δ_2	=	+0,2"
δ_3	=	+0,2"
δ_4	=	0,0"
δ_5	=	-0,1"
δ_6	=	-0,1"
δ_7	=	+0,1"
δ_8	=	+0,2"
δ_9	=	0,0"
δ_{10}	=	+0,2"

De ellos se obtiene: $R = \delta_{\text{máx}} - \delta_{\text{mín}} = +0,2'' - (-0,1'') = 0,3'' < 0,5''$

Con esto se procede a la calibración del PP, de acuerdo con los valores y convenios siguientes:

$$I = 6 \text{ (} i = 1 \text{ a } 6\text{)}, \quad J = 10 \text{ (} j = 1 \text{ a } 10\text{)}, \quad E = 0,1 \text{ segundos de arco (} 0,1''\text{)}$$

Ajuste de θ para cada giro de calibración

0,0 = Valores por ajuste

Valores δ_{ij} en segundos de arco

j	$i =$	1	2	3	4	5	6
1	δ_{ij}	0,0	+ 1,0	+ 2,8	- 1,6	+ 1,0	- 2,5
2		0,0	+ 1,6	+ 2,5	- 1,3	+ 0,8	- 2,0
3		0,0	+ 1,5	+ 2,4	- 1,7	+ 0,7	- 2,6
4		0,0	+ 1,0	+ 2,4	- 1,2	+ 1,1	- 2,2
5		0,0	+ 1,4	+ 2,6	- 1,7	+ 1,2	- 2,4
6		0,0	+ 1,1	+ 2,2	- 1,3	+ 1,0	- 2,4
7		0,0	+ 1,8	+ 2,5	- 1,7	+ 1,0	- 2,4
8		0,0	+ 1,6	+ 2,5	- 1,4	+ 0,9	- 2,5
9		0,0	+ 1,5	+ 2,2	- 1,5	+ 0,7	- 2,1
10		0,0	+ 1,2	+ 2,4	- 1,4	+ 1,3	- 2,0

La temperatura final es de 20,2 °C.

b) Tratamiento de datos e inventario de incertidumbres

Se recogen a continuación los resultados de las operaciones intermedias con las desviaciones δ_{ij} que se establecen en el apartado 5.4.

i	1	2	3	4	5	6
$\sum_j \delta_{ij}$	0,00	+13,70	+24,50	-14,80	+9,70	-23,10
$\frac{1}{10} \sum_j \delta_{ij}$	0,00	+1,37	+2,45	-1,48	+0,97	-2,31
$\frac{1}{60} \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^{10} \delta_{ij}$	+0,17					

Los estimadores de los ángulos α_i se obtienen, según 5.4, mediante:

$$\alpha_i = 60^\circ + \frac{1}{10} \sum_{j=1}^{10} \delta_{ij} - 0,17''$$

Las desviaciones al nominal de los anteriores son

$$d\alpha_i = \alpha_i - 60^\circ = \frac{1}{10} \sum_{j=1}^{10} \delta_{ij} - 0,17''$$

En la tabla siguiente se recogen los estimadores de la desviación al nominal para cada ángulo, todo ello de acuerdo con los datos anteriores. Los valores están redondeados en una cifra por debajo de la división de escala (apartado 5.4 y $E=0,1''$). En la tercera fila figuran las desviaciones típicas muestrales de cada columna de la tabla de valores δ_{ij} , redondeadas a la milésima de segundo de arco según establece el apartado 5.4 para los valores obtenidos de operaciones cuadráticas.

l	1	2	3	4	5	6
$d\alpha_i$ (")	-0,17	+1,20	+2,28	-1,65	+0,80	-2,48
u_i (")	0,000	0,279	0,178	0,187	0,200	0,218

La primera línea de la siguiente tabla vuelve a recoger la desviación típica muestral de las diez medidas de cada ángulo, que permiten calcular las contribuciones $u(\delta\alpha_i)$ mediante

$$u(\delta\alpha_i) = \sqrt{\frac{(I-1)^2}{I^2} \frac{u_i^2}{J} + \frac{1}{I^2} \frac{1}{J} \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^I u_l^2}$$

con $I=6$ y $J=10$.

El resto de la tabla recoge las contribuciones de incertidumbre para cada uno de los ángulos, o para su desviación al nominal. Concretamente, las cuatro casillas de las filas 2, 3, 4 y 5 de cada columna contienen los componentes detallados en el Anexo 1 para la incertidumbre típica.

La última fila de la tabla contiene la incertidumbre expandida (nivel de confianza del 95 %) para las correcciones locales de calibración, con un redondeo por defecto cuando el resultado no se reduce más de un 5 % respecto del valor inicial, tal y como prescribe el documento EA-4/02 [4].

Todos los valores en segundos de arco (")

u_i	---	0,279	0,178	0,187	0,200	0,218
$u(\delta\alpha_i)$	0,020	0,075	0,050	0,053	0,056	0,060
$u(c_{c_{AC_C}} = 0)$	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250
$u(c_{c_{AC_M}} = 0)$	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250
u_E (μm)	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041
$u(d\alpha_i)$	0,356	0,364	0,359	0,360	0,360	0,361
$2u(d\alpha_i)$	0,713	0,728	0,719	0,720	0,720	0,722
$U(d\alpha_i)$ ($k=2$)	0,71	0,72	0,71	0,71	0,72	0,72

c) Resultado final

Los resultados finales que deben figurar necesariamente en el certificado de calibración son los valores de los ángulos entre caras, o sus desviaciones al nominal, y sus incertidumbres. Los valores finales en este ejemplo, se ofrecen redondeados a múltiplos de la división de escala de los autocolimadores:

$d\alpha_i$ (")	-0,2	+1,2	+2,3	-1,6	0,8	-2,5
$U_{95}(d\alpha_i)$ ($k=2$) (")	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7

De nuevo, el redondeo por defecto de la incertidumbre es inferior al 5 % indicado.

Metrología

NIPO: 113-19-006-0