



PROCEDIMIENTO DI-001 PARA LA CALIBRACIÓN DE PROYECTORES DE PERFILES DE PERFILES

m 13

La presente edición de este procedimiento se emite exclusivamente en formato digital y puede descargarse gratuitamente de nuestra página web (www.cem.es).

El procedimiento ha sido revisado, corregido y actualizado, respecto a la edición anterior en papel.

Este procedimiento de calibración es susceptible de modificación permanente a instancia de cualquier persona o entidad. Las propuestas de modificación se dirigirán por escrito, justificando su necesidad, a cualquiera de las siguientes direcciones:

Correo postal

Centro Español de Metrología
C/ del Alfar, 2,
28760 Tres Cantos, Madrid

Correo electrónico

cem@cem.es



ÍNDICE

	Página
1. OBJETO.....	4
2. ALCANCE	4
3. DEFINICIONES	4
4. GENERALIDADES	6
5. DESCRIPCIÓN	9
5.1. Equipos y materiales	9
5.2. Operaciones previas.....	10
5.3. Proceso de calibración	11
5.4. Toma y tratamiento de datos.....	17
6. RESULTADOS.....	20
6.1. Cálculo de incertidumbres.....	20
6.2. Interpretación de resultados.....	28
7. REFERENCIAS	29
8. ANEXOS	29
8.1. Ejemplo numérico de aplicación del procedimiento descrito	29



1. OBJETO

El presente procedimiento tiene por objeto mostrar un método posible para la calibración de proyectores de perfiles, codificados como D-10.03 (proyectores de perfiles) según la Clasificación de Instrumentos de Metrología Dimensional (ref. [5]).

2. ALCANCE

El presente procedimiento es de aplicación a proyectores de perfiles, tanto de eje vertical como de eje horizontal, que poseen iluminación diascópica (por luz transmitida), episcópica (por luz reflejada) o ambas.

La medición de longitudes directamente sobre la pantalla de observación del proyector, mediante la utilización de plantillas, reglas, etc., requiere una calibración específica, con el fin de caracterizar la amplificación real, no contemplada en el presente procedimiento.

3. DEFINICIONES

3.1. Proyector de perfiles:

Equipo medidor de dimensiones y formas, por amplificación óptica, que permite la realización de medidas directas o con desplazamiento, sobre una pantalla de proyección. Los principales componentes de un proyector de perfiles son: la fuente de luz, el sistema óptico, la mesa soporte de las piezas y la pantalla de observación.

3.2. Iluminación diascópica (proyección por luz transmitida):

El haz luminoso se transmite a través de la pieza, proyectando el contorno o silueta situada en el plano focal en la pantalla de observación.



3.3. Iluminación episcópica (proyección por luz reflejada):

El haz luminoso incide sobre la superficie de la pieza, reflejando su imagen iluminada en la pantalla. La calidad de la reflexión depende principalmente de la calidad superficial de la pieza.

3.4. Proyector de perfiles de eje vertical:

En este tipo de proyectores el haz luminoso incide verticalmente sobre el elemento a medir. La pieza suele situarse sobre mesas de cristal, a través de las cuales se transmite el haz luminoso. Se trata de instrumentos con campos de medida pequeños (de hasta 0,2 ó 0,3 metros como máximo en cada eje de medida), adecuados para piezas pequeñas y ligeras, siendo en cambio los de mayor exactitud. En ellos los dos ejes longitudinales de medida se denominan X e Y, utilizándose el eje Z para enfoque.

3.5. Proyector de perfiles de eje horizontal:

En este tipo de proyectores el haz luminoso incide horizontalmente sobre el elemento a medir. Estos proyectores poseen campos de medida mayores (de hasta 0,5 metros), adecuados para piezas grandes y pesadas, que se sitúan sobre mesas de acero dotadas de ranuras y elementos de fijación. A veces, todo el sistema de sustentación e iluminación se encuentra situado en un lateral del instrumento. Poseen exactitudes peores que los proyectores de eje vertical. Los dos ejes longitudinales de medida suelen denominarse X y Z, utilizándose el eje Y para el enfoque.

3.6. Ejes de medición:

Además de dos ejes con escalas de medida longitudinales, los proyectores de perfiles suelen contar con una pantalla giratoria dotada de una tercera escala angular, superpuesta a la pantalla de proyección.



Según los distintos modelos, la lectura de todos o algunos de los ejes puede ser digital o analógica, con posibilidad incluso de utilizar sensores ópticos que detectan el paso de luz a sombra o viceversa, de forma automática. También pueden tener incorporado un pequeño ordenador en el que almacenar las coordenadas de los diversos puntos de medición observados en la pantalla, mediante accionamiento de un pequeño pedal o unidad de control, pudiendo calcular con posterioridad distancias, ángulos o características geométricas de la pieza objeto de medición.

3.7. Enrasar:

En el sentido dado en el presente procedimiento, acción cuyo efecto es lograr la coincidencia perfecta entre la línea o superficie extrema de un patrón o pieza y alguna de las líneas del retículo perteneciente a la pantalla de observación del proyector de perfiles.

3.8. Alinear:

En el sentido dado en el presente procedimiento, proceso mediante el cual el patrón o la pieza queda situada sobre la mesa soporte del proyector, de forma que las caras o aristas tomadas como referencia quedan perfectamente paralelas a la dirección del movimiento del eje en calibración, eliminándose el error de coseno en la medición.

4. GENERALIDADES

Con objeto de producir una imagen no distorsionada, a la vez que amplificada, tanto de la imagen reflejada como de la silueta o contorno del objeto en la pantalla de observación, un proyector de perfiles consta de los siguientes elementos principales:

- a) *La fuente de luz*, normalmente lámparas halógenas de alta intensidad, con el fin de producir una buena imagen incluso con valores de amplificación elevados.



- b) *El sistema óptico*, que incluye el *grupo de colimación*, cuya función es transformar el haz de luz original en uno de rayos paralelos, de intensidad prácticamente uniforme y de diámetro capaz de cubrir el área de trabajo donde se sitúa el objeto, y el *sistema de amplificación y transmisión* de la imagen reflejada o la silueta del mensurando, según la técnica de iluminación utilizada. Los valores de amplificación suelen oscilar entre 5 aumentos (5X) y 200 aumentos (200X), dependiendo de las aplicaciones, aunque los más habituales son los de 10X, 20X y 50X.
- c) *La mesa soporte*, que define el campo de medida del instrumento, es otra de las características importantes de un proyector de perfiles. La misión de la mesa es situar en el plano focal aquellas características del mensurando que se desean observar, con objeto de poder lograr un buen enrase de las líneas que las definen con las líneas del retículo de la pantalla de observación, o con las líneas de las plantillas de verificación, y realizar las mediciones.
- d) *La pantalla de observación*, sobre la que aparece la imagen reflejada o la silueta del objeto bajo medición. Su dimensión es una característica principal de un proyector de perfiles, ya que tanto el sistema óptico como las dimensiones externas del proyector son función del diámetro de la pantalla.

Desde el punto de vista práctico, el diámetro de la pantalla de observación determina el área de objeto que puede verse, para una amplificación dada. Aunque frecuentemente se desplaza el objeto, observando cada vez diferentes secciones del mismo, en algunas ocasiones es deseable observarlo totalmente, o al menos una parte importante del mismo. Este es el caso cuando se utilizan plantillas específicas (de perfiles, de roscas, de coordenadas cartesianas, polares, etc.) para mediciones o evaluaciones directas sobre la propia pantalla.

NOTA: El campo de visión es igual al diámetro de la pantalla de observación dividido por la amplificación; por tanto, a mayor amplificación, mejor definición del objeto, y a menor amplificación, mayor campo de visión (mayor área del objeto, en la pantalla de observación).



Los proyectores de perfiles poseen diferentes ampliaciones ópticas, habitualmente desde 10X hasta 200X. Estas ampliaciones permiten ver con mayor detalle los perfiles de las piezas, facilitando el enrase sobre sus contornos y la determinación de características constructivas.

Los proyectores de perfiles deben situarse en recintos o áreas de bajo nivel de iluminación, para facilitar el contraste de imagen, pudiéndose también efectuar las lecturas mediante sensores de transición claro-oscuro, o viceversa, con los que a veces vienen equipados.

El presente procedimiento se basa en la utilización de bloques patrón longitudinales, reglas de trazos y bloques angulares, dependiendo del tipo de proyector, tipo de iluminación y ejes considerados. Aunque también podrían utilizarse sistemas de medida láser, principalmente para los proyectores de gran campo de medida, estos métodos no se contemplan en el presente procedimiento.



5. DESCRIPCIÓN

5.1. Equipos y materiales

Para la calibración se utilizarán preferentemente bloques patrón longitudinales, en el caso del sistema de iluminación diascópica (por luz transmitida), y reglas patrón de trazos, en el caso de iluminación episcópica (por luz reflejada). Dado que la resolución de las escalas de lectura, incluso las de tipo digital no suele ser mejor que $1\ \mu\text{m}$, pueden utilizarse bloques de cualquiera de las calidades normalizadas, incluso de calidad 2 (norma UNE EN ISO 3650:2000, ref. [6]). En el caso de utilizar reglas patrón de trazos, éstas serán de la mejor clase entre las disponibles y habrán sido calibradas con la menor incertidumbre posible.

En proyectores de gran campo de medida, superior a 0,3 m, puede ser compleja la alineación y el engrase de los bloques de gran longitud por lo que, alternativamente, puede realizarse una calibración mixta, mediante bloques pequeños, para uno o algunos puntos de la escala, y un sistema láser de medición de distancias para toda la escala. Esta variante del método no se contempla en el presente procedimiento.

Es muy conveniente contar con un sensor de temperatura, de contacto, para poder situarlo sobre los patrones a utilizar en la calibración, observando el incremento de temperatura que sufren éstos durante el proceso.

Asimismo, para el conocimiento de la temperatura ambiente, es recomendable contar con un sensor de temperatura, de resolución igual o mejor que $0,5\ ^\circ\text{C}$, situado próximo a la mesa soporte sobre la que se situarán los distintos tipos de patrón utilizados.



5.2. Operaciones previas

- 5.2.1. Para proceder a la calibración de un proyector de perfiles, éste debe encontrarse perfectamente identificado en lo que se refiere a MARCA, MODELO y NÚMERO DE SERIE. En caso de que no exista alguno de estos datos, se procederá a la identificación del instrumento de la mejor forma posible (p. ej., mediante etiqueta fuertemente adherida al instrumento) de forma que no surja duda alguna en cuanto a la correspondencia entre el equipo calibrado y el certificado emitido.
- 5.2.2. La calibración se realizará en un recinto acondicionado, con una temperatura dentro de $20\text{ °C} \pm 5\text{ °C}$. Todo alejamiento de la temperatura de referencia (20 °C), observado mediante la lectura del sensor de temperatura, implica la aplicación de una corrección, tal como se describe en el apartado 5.4.1,2).
- 5.2.3. Se verificará que toda la dotación del proyector, necesaria para su calibración, se encuentre completa y disponible.
- 5.2.4. Se procederá a preparar el conjunto de patrones que va a ser utilizado, limpiándolos cuidadosamente mediante paños y tejidos suaves, que no suelten fibras, y utilizando un producto de limpieza adecuado (p. ej., mezcla de alcohol y éter al 50 %).
- 5.2.5. Los patrones a emplear se situarán próximos al proyector, preferiblemente sobre una base metálica, dejándolos estabilizar al menos durante 3 horas.
- 5.2.6. Antes de proceder a la calibración, se comprobará y eliminará, si es el caso, el posible error de coseno del proyector, mediante ajuste del movimiento de la mesa soporte del mensurando respecto a las líneas del retículo de la pantalla de observación, logrando el paralelismo de ambos movimientos. Para ello, se seguirán las instrucciones del fabricante.



- 5.2.7. Asimismo, con ayuda de un bloque angular de 90° , o de una escuadra, se comprobará la perpendicularidad de los ejes de medida longitudinales, ajustándose éstos de acuerdo con las instrucciones del fabricante.
- 5.2.8. Dada la alta potencia de la fuente de luz, ésta deberá mantenerse apagada durante los procesos de manipulación y colocación de los patrones sobre la mesa soporte, procurando además que los procesos de toma de medidas se realicen en el menor tiempo posible.

5.3. Proceso de Calibración

5.3.1. Iluminación diascópica (proyección por luz transmitida).

5.3.1.1. *Calibración de los ejes de medida longitudinales:*

El proceso aquí desarrollado deberá efectuarse para los dos ejes longitudinales, denominados normalmente X e Y en proyectores verticales, X y Z en proyectores horizontales.

La calibración se realizará utilizándose bloques patrón longitudinales, de longitudes nominales tales que cubran de forma aproximadamente equidistante el campo de medida de cada uno de los ejes.

Puesto que las medidas se obtienen mediante diferencia de lecturas, no existiendo lecturas “absolutas”, se tomará como punto cero cualquier valor incluido en el primer milímetro del campo de movimiento de los ejes. La metodología se simplifica cuando se dispone de indicador con posibilidad de puesta a cero arbitraria, aunque deberá mantenerse la condición anterior de realizar la puesta a cero dentro del primer milímetro de los ejes.



Los bloques se irán situando sucesivamente sobre la mesa soporte, procediéndose a su alineamiento y enrase. Se realizarán entre 6 y 10 medidas de cada patrón (conviene siempre un número par), sobre un total de entre 5 y 10 patrones, para cada uno de los ejes de medida.

Se realizará al menos un punto de calibración para cada una de las ampliaciones del proyector, concentrándose el resto de puntos en la ampliación más habitual.

Pasos del proceso:

- a) Colocación del primer bloque sobre la mesa soporte, procediéndose a su alineamiento. Para realizar el alineamiento se actuará siempre sobre el bloque, rotándolo respecto al eje perpendicular a la mesa soporte, hasta que sus caras de medida estén perfectamente enrasadas con la línea reticular de la pantalla de observación, que es perpendicular al movimiento del eje que se está calibrando. No debe olvidarse que tanto el enfoque como el enrase dependen de la ampliación utilizada.
- b) Comenzando por este primer bloque, se enrasará una de sus caras de medida en la forma descrita anteriormente, en las proximidades del comienzo del campo de medida de la mesa soporte (dentro del primer milímetro), anotándose la lectura si el accionamiento es por tornillo micrométrico, o haciendo cero arbitrario si dispone de indicador digital.



- c) A continuación, sin tocar el eje perpendicular al que se está calibrando, se desplazará la mesa soporte hasta enrasar la cara de medida opuesta del bloque utilizado, tomando nota de la lectura obtenida.
- d) Este proceso se repetirá, tras superar la posición de enrase de la segunda cara de medida (con objeto de eliminar la holgura del tornillo micrométrico que comanda los movimientos de la mesa soporte), enrasando de nuevo dicha cara, tras aproximarse en sentido contrario. Tomando ahora esta cara como origen, se desplazará la mesa soporte en sentido contrario hasta alcanzar la cara opuesta del bloque, anotando la lectura al enrasar ésta.
- e) El proceso total se repetirá entre 6 y 10 veces (la mitad en cada sentido de aproximación), anotando todos los valores en una tabla. Además, se tomará nota de la temperatura ambiente, en el entorno del haz de luz, cerca de los patrones, tanto al principio como al final de la serie de mediciones.
- f) A continuación, se pasará al siguiente bloque de los seleccionados, repitiendo de nuevo los pasos anteriores.

5.3.1.2. *Calibración de la escala de medida angular:*

La calibración se realizará mediante bloques patrón angulares de cualquiera de las calidades existentes, pudiendo materializarse aquellos valores nominales para los que no se disponga del bloque adecuado mediante la composición de bloques de los valores apropiados.

Dado que habitualmente la resolución de estas escalas angulares, superpuestas a la pantalla de proyección, no es mejor que un minuto de arco, bastará con estudiar la repetibilidad en un punto del campo de medida, tomando únicamente una medida para cada uno de los demás puntos de calibración.

Se dividirá el campo total ($\pm 180^\circ$) en un número de puntos, entre 6 y 10, distribuidos preferiblemente de forma regular.

Se procederá a situar sucesivamente los bloques angulares sobre la mesa soporte de desplazamientos longitudinales, o mejor sobre una mesa goniométrica (como accesorio auxiliar) situada sobre la anterior, hasta cubrir todos los puntos de medida.

NOTA: Es posible utilizar un pequeño número de bloques (p. ej., 15° , 30° , 45° y 90°) o incluso un único bloque (p. ej., 30°), para cubrir todo el campo de medida angular. En el primer caso, acudiendo a la combinación de bloques, y en el segundo acumulando las desviaciones obtenidas en las posiciones previas del bloque a las nuevas posiciones de la escala angular.

Pasos del proceso:

- a) Situar el primer bloque angular sobre la mesa soporte y enfocar con cualquiera de las ampliaciones.
- b) Hacer coincidir una de las líneas del retículo de la pantalla de observación con la arista de una de las caras de medida del bloque, tomando la lectura de la escala angular.



- c) Girar la escala de medida angular hasta hacer coincidir la misma línea del retículo con la arista de la otra cara de medida del bloque, tomando de nuevo la lectura correspondiente.

NOTA: Para lograr esta coincidencia, el giro de la escala de medida angular debe acompañarse de movimientos de traslación de la mesa soporte del bloque angular, no de la mesa goniométrica auxiliar. Estos movimientos no introducen error angular apreciable, si el instrumento está bien ajustado (paso previo a la calibración, según apartado 5.2.6 del presente procedimiento). La coincidencia de las líneas del retículo de la pantalla de proyección con las aristas de las caras de medida de los bloques angulares, sin movimientos de traslación de la mesa, solo se produciría si las prolongaciones de las aristas del bloque angular se cortaran exactamente en el centro de la pantalla de proyección.

- d) El valor medido del bloque se obtendrá como diferencia de las lecturas anteriores.
- e) Situar sucesivamente los siguientes patrones sobre la mesa, o girar la escala angular a valores iguales a los de los bloques utilizados, enrasando de nuevo sobre la primera cara en esta posición, y repetir los pasos b) a d) del proceso, para cada uno de ellos.

5.3.2. Iluminación episcópica (proyección por luz reflejada).

5.3.2.1. *Calibración de los ejes de medida longitudinales:*

Al igual que en el caso de iluminación por transmisión, el proceso a desarrollar se efectuará para ambos ejes.

Como patrones se tomarán en este caso reglas patrón de trazos, de la mejor clase entre las



disponibles, que cubran el campo de medida, y hayan sido calibradas con la menor incertidumbre posible.

La calibración se realizará entre 5 y 10 puntos, distribuidos de forma regular a lo largo del campo de medida, para cada uno de los ejes.

Pasos del proceso:

- a) Situar y alinear la regla de trazos sobre la mesa soporte, obteniendo el enfoque de los trazos de la regla, para cualquiera de las ampliificaciones.
- b) Efectuar el enrase sobre el primer trazo elegido de la regla, tomando éste como origen. Sin tocar la regla, desplazar la mesa soporte hasta lograr el enrase sucesivo de los siguientes trazos elegidos, tomando nota de las lecturas.
- c) Se elegirá uno cualquiera de los trazos de la regla para estudiar la repetibilidad. Dicho estudio se realizará para la mínima ampliificación disponible. Para ello, en este punto concreto, se realizarán 10 medidas de la distancia existente entre el trazo tomado como origen y el trazo elegido, cinco en cada sentido de aproximación, al igual que en 5.3.1.1, d).
- d) Se tomará nota de la temperatura ambiente, en el entorno del haz de luz, cerca de los patrones, al principio y al final de la serie de mediciones.

5.3.2.2. *Calibración de la escala de medida angular:*

Se utilizarán una o varias plantillas angulares calibradas, de aristas vivas, que presenten suficiente capacidad de reflexión.



El proceso será análogo al descrito en 5.3.1.2.

5.4. Toma y tratamiento de datos

5.4.1. Calibración de los ejes de medida longitudinales:

Denominando:

l_{ji} a la medida *i-ésima* en el punto de calibración *j-ésimo*, en el eje que se está calibrando; X, Y o Z.

NOTA: l_{ji} representa la diferencia entre las indicaciones en el proyector de perfiles, al hacer los enrase correspondientes para un patrón dado. En el caso de que el proyector tenga indicador digital, dicha diferencia coincidirá con la lectura del indicador, tras haber hecho cero arbitrario en el enrase correspondiente al origen de lectura.

n al número de repeticiones en cada punto de calibración.

$l_{pj_{20}}$ al valor certificado a 20 °C del patrón empleado en el punto *j* de calibración.

α_p al coeficiente de dilatación lineal del patrón considerado (en el caso del acero, $\alpha_p = 11,5 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$).

Se calcularán los siguientes parámetros, utilizando las expresiones que se indican:

1) \bar{l}_j = valor medio de calibración en el punto *j*:

$$\bar{l}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n l_{ji} \quad (1)$$

NOTA: En el caso de luz reflejada, $n = 1$, salvo en el punto concreto j elegido para verificar la repetibilidad, donde $n = 10$.

- 2) l_{pj_t} = valor del patrón empleado en el punto j de calibración, a la temperatura media de calibración t °C:

$$l_{pj_t} = l_{pj_{20}} [1 + \alpha_p \Delta t] = l_{pj_{20}} [1 + \alpha_p (t - 20)] \quad (2)$$

donde $t = (t_f + t_i)/2$, siendo $t_f = t_{\text{final}}$ y $t_i = t_{\text{inicial}}$

NOTA: t_f y t_i deben medirse, para ser rigurosos, mediante el sensor en contacto con los patrones. En caso de contar únicamente con sensor de ambiente, se tomarán las lecturas de este sensor, situado como se indica en 5.3.1.1, e) ó 5.3.2.1, d), como mejor aproximación a los valores anteriores.

- 3) D_{l_j} = Desviación respecto al valor corregido del patrón, en el punto j :

$$D_{l_j} = \bar{l}_j - l_{pj_t} \quad (3)$$

NOTA IMPORTANTE: El objeto de la calibración es precisamente la obtención de estas desviaciones. Esta es, por tanto, la ecuación que expresa la magnitud de salida en función de las magnitudes de entrada ($Y = f(X_i)$), véanse referencias [3] y [4]; es decir:

$$D_{l_j} = \bar{l}_j - l_{pj_t} = \bar{l}_j - l_{pj_{20}} [1 + \alpha_p (t - 20)] \quad (4)$$

- 4) Varianza de repetibilidad:

$$s_j^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (l_{j_i} - \bar{l}_j)^2 \quad (5)$$



NOTA: En el caso de luz transmitida, habrá entre 5 y 10 valores de s_j para cada eje, mientras que en el caso de luz reflejada, habrá un único valor de s_j para cada eje.

5.4.2 Calibración de la escala de medida angular:

Denominando:

α_j a la medida en el punto de calibración j -ésimo.

α_{ji} a la medida i -ésima en el punto de calibración j -ésimo elegido para verificar la repetibilidad.

n al número de repeticiones en el punto j -ésimo elegido para verificar la repetibilidad ($n = 10$).

α_{pj} al valor certificado del patrón (bloque angular individual o compuesto, o plantilla angular) empleado en el punto j -ésimo de calibración.

Se calcularán los siguientes parámetros, utilizando las expresiones que se indican:

- 1) D_{α_j} = Desviación respecto al valor certificado del bloque angular, en el punto j :

$$D_{\alpha_j} = \alpha_j - \alpha_{pj} \quad (6)$$

NOTA IMPORTANTE: El objeto de la calibración es precisamente la obtención de estas desviaciones. De nuevo en este caso, esta es la ecuación que expresa la magnitud de salida en función de las magnitudes de entrada ($Y = f(X_i)$), véanse referencias [3] y [4].

- 2) Varianza de repetibilidad:

$$s_j^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\alpha_{ji} - \bar{\alpha}_j)^2 = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^n (\alpha_{ji} - \bar{\alpha}_j)^2 \quad (7)$$

donde:
$$\bar{\alpha}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \alpha_{j_i} \quad (8)$$

6. RESULTADOS

6.1. Cálculo de incertidumbres

Para la estimación y cálculo de las incertidumbres se seguirá lo establecido en la Guía GUM (*referencias [3] y [4]*).

En el cálculo de incertidumbres que se realice puede asociarse una incertidumbre a cada uno de los resultados obtenidos, o bien suponer una incertidumbre máxima para todo el campo de medida. En este último caso, podría ser conveniente, con el fin de no incrementar excesivamente la incertidumbre de determinados resultados, expresar las contribuciones máximas en valor relativo, respecto al resultado obtenido.

NOTA: Las contribuciones debidas a la repetibilidad y a la resolución deben tomarse siempre en valor absoluto; nunca en valor relativo.

6.1.1 Calibración de los ejes de medida longitudinales:

Se consideran las siguientes contribuciones a la incertidumbre final:

1. Debida a la magnitud de entrada \bar{l}_j (valor medio observado):

1.1. Repetibilidad:

$$u_{1,1} = \frac{s_j}{\sqrt{n}} \quad (9)$$



NOTA: Esta expresión es válida para ambos tipos de iluminación (transmitida y reflejada). En el caso de luz reflejada, salvo para el punto concreto j en el que se determina la repetibilidad, $n = 1$ y $u_{1,1}$ coincide con el valor de s_j obtenido en dicho punto j .

Dentro del valor de s_j normalmente se considera incluida la componente de incertidumbre debida a los errores cometidos en los enrasos.

- 1.2. Debida a la lectura, obtenida ésta como diferencia de indicaciones en dos enrasos sucesivos, teniendo en cuenta la resolución longitudinal e del instrumento y considerando que el máximo error posible cometido debido a la resolución es $e/2$.

$$u_{1,2} = \sqrt{\left(\frac{e}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{e}{2\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{e}{\sqrt{6}} \quad (10)$$

NOTA: En los indicadores de tipo digital, un valor típico de e es $1 \mu\text{m}$. En los analógicos, e podría tomar el mismo valor, o bien $0,01 \text{ mm}$. En este último caso, dependiendo de la amplificación de la escala, podría apreciarse $e' = e/2 = 5 \mu\text{m}$, en cuyo caso $u_{1,2} = e'/\sqrt{6} \sim 2 \mu\text{m}$.

2. Debida al patrón utilizado:

$$u_2 = \frac{U_{\text{certif}}}{k} \quad (11)$$

NOTA: En el presente procedimiento, según el caso, el patrón será un bloque longitudinal o una regla a trazos. De los respectivos certificados se tomará el valor U_{certif} .

En el caso de bloques patrón, aún tomando la incertidumbre máxima, $U_{\text{certif máx.}}$, que normalmente corresponde al bloque patrón de mayor longitud, esta contribución es totalmente despreciable. Asimismo,

siendo rigurosos, debería tomarse el valor real del bloque, considerando la posible variación de longitud que ha sufrido éste desde que fue calibrado hasta el momento de su utilización. Tanto esta variación, como la incertidumbre asociada a la misma, son totalmente despreciables.

En el caso de composición de bloques, $U_{\text{certif}}/k = \sqrt{\sum (U_{\text{certif}_i}/k_i)^2}$, expresando las U_{certif_i} en valor absoluto.

En el caso de las reglas a trazos, su incertidumbre de calibración es normalmente superior a la de los bloques. En este caso, esta incertidumbre puede no ser despreciable. Sin embargo, se considera despreciable la posible variación sufrida por ésta desde su calibración.

3. Por desconocimiento del coeficiente de dilatación, dentro de una variación de temperatura Δt °C, observada mediante el sensor de ambiente situado en las proximidades del haz de luz, cerca de los patrones.

$$u_3 = (l_{pj_{20}} \Delta t) \frac{\delta \alpha_p}{\sqrt{3}} \quad (12)$$

siendo habitualmente $\delta \alpha_p = 1 \times 10^{-6}$ °C⁻¹ y $l_{pj_{20}}$ la distancia calibrada en el eje considerado.

4. Incertidumbre en longitud, debida a la variación δt de la temperatura del patrón, durante el proceso de calibración:

$$u_4 = (l_{pj_{20}} \alpha_p) \frac{\delta t}{2\sqrt{3}} \quad (13)$$

donde $\delta t = (t_f - t_i)$ (diferencia entre temperaturas final e inicial) del patrón, calculada a partir de la lecturas del sensor en contacto con el patrón.

NOTA: Si no se dispone de sensor de contacto, y se realiza el procedimiento de calibración con las precauciones apuntadas en el párrafo 5.2.8, esta contribución de incertidumbre será:

$$u_4 = (l_{p_{j_{20}}} \alpha_p) \frac{\delta t'}{2\sqrt{3}} \quad (13')$$

donde $\delta t'$ puede alcanzar, según la experiencia, valores de hasta 2 °C.

La estimación de $\delta t'$ incluye tanto la variación de temperatura del bloque durante el proceso de calibración, como el desconocimiento de las temperaturas reales del bloque.

5. Incertidumbre en longitud, debida a la incertidumbre en el conocimiento de l , por causa de la incertidumbre de medida del termómetro utilizado.

$$u_5 = (l_{p_{j_{20}}} \alpha_p) \frac{U_t}{k} \quad (14)$$

A partir de las contribuciones consideradas, puede construirse la Tabla 1:

Tabla 1: Contribuciones a la incertidumbre combinada en la calibración de los ejes de medida longitudinales

magnitud de entrada X_i	incertidumbre típica $u(x_i)$	distribución de probabilidad	coeficiente de sensibilidad c_i	contribución a la incertidumbre $u_i(y)$
\bar{l}_j	$\frac{s_j}{\sqrt{n}}$ (o bien s_j) ⁽¹⁾	normal	1	$\frac{s_j}{\sqrt{n}}$ (o bien s_j) ⁽¹⁾
	$\frac{e}{\sqrt{6}}$	rectangular ⁽²⁾		$\frac{e}{\sqrt{6}}$
$l_{pj_{20}}$	$\frac{U_{\text{certif}}}{k}$	normal	$-(1 + \alpha_p \cdot \Delta t)$ ⁽³⁾	$\frac{U_{\text{certif}}}{k}$
α_p	$\frac{\delta\alpha_p}{\sqrt{3}}$	rectangular	$-l_{pj_{20}} \Delta t$	$-l_{pj_{20}} \Delta t \frac{\delta\alpha_p}{\sqrt{3}}$
t	$\frac{\delta t}{2\sqrt{3}}$	rectangular	$-l_{pj_{20}} \alpha_p$	$-l_{pj_{20}} \alpha_p \frac{\delta t}{2\sqrt{3}}$ (o $\delta t'$)
	$\frac{U_t}{k}$	normal	$-l_{pj_{20}} \alpha_p$	$-l_{pj_{20}} \alpha_p \frac{U_t}{k}$
incertidumbre combinada (u_c)				$u_c = \sqrt{\sum u_i^2(y)}$
Incertidumbre expandida (U)				$U = k \cdot u_c$

⁽¹⁾ véase NOTA de 6.1.1, 1.1

⁽²⁾ suma de dos distribuciones rectangulares

⁽³⁾ aprox. igual a -1, por ser el segundo término despreciable frente al primero.

La expresión de U^2 para cada punto calibrado queda pues como sigue:

$$U_j^2 = k^2 \sum u_i^2(y) = k^2 \left(\frac{s_j^2}{n} + \frac{e^2}{6} + \frac{U_{\text{certif}}^2}{k^2} + \frac{(l_{pj_{20}} \Delta t \delta \alpha_p)^2}{3} + \frac{(l_{pj_{20}} \alpha_p \delta t)^2}{12} + \frac{(l_{pj_{20}} \alpha_p U_t)^2}{k^2} \right) \quad (15)$$

6.1.2 Calibración de la escala de medida angular:

Se consideran las siguientes contribuciones a la incertidumbre final:

1. Debida a la magnitud de entrada α_j (valor observado):

NOTA: En el punto j elegido para verificar la repetibilidad, $\alpha_j = \bar{\alpha}_{j_i}$

- 1.1. Repetibilidad:

$$u_{1,1} = \frac{s_j}{\sqrt{n}} \quad (16)$$

NOTA: En el punto j elegido para estudiar la repetibilidad, $u_{1,1} = s_j / \sqrt{10}$. En los demás puntos, $u_{1,1} = s_j$.

- 1.2. Debida a la lectura, obtenida ésta como diferencia de indicaciones en dos enrasos sucesivos, teniendo en cuenta la resolución e de la escala de medida angular, y considerando que el máximo error posible cometido debido a la resolución es $e/2$.

$$u_{1,2} = \sqrt{\left(\frac{e}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{e}{2\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{e}{\sqrt{6}} \quad (17)$$

2. Debida al patrón utilizado:
$$u_2 = \frac{U_{\text{certif}}}{k} \quad (18)$$

NOTA: Este valor, aún tomando la incertidumbre máxima de los patrones utilizados, será prácticamente despreciable, para la calibración con luz transmitida, puesto que la incertidumbre de calibración de los bloques patrón angulares utilizados es muy pequeña en comparación con la resolución de la escala angular.

Tanto la variación temporal del bloque desde su calibración, como la incertidumbre asociada a la misma, son totalmente despreciables. Asimismo, el efecto del incremento de la temperatura sobre el patrón angular se considera despreciable.

En el caso de composición de bloques, $U_{\text{certif}}/k = \sqrt{\sum (U_{\text{certif}_i}/k_i)^2}$, expresando las U_{certif_i} en valor absoluto. Aún así, también en este caso la incertidumbre asociada a la composición de bloques angulares será despreciable frente a la resolución, por cuanto normalmente no se compondrán más de dos o tres bloques, ambos de incertidumbres individuales despreciables.

En el caso de luz reflejada, la incertidumbre de calibración de las plantillas angulares suele ser más alta que la de los bloques, por lo que podrá ser necesario considerar su contribución. Sin embargo, sí se considera despreciable la posible variación sufrida por los bloques desde su calibración.

Tabla 2: Contribuciones a la incertidumbre combinada en la calibración de la escala de medida angular

magnitud de entrada X_i	incertidumbre típica $u(x_i)$	distribución de probabilidad	coeficiente de sensibilidad c_i	contribución a la incertidumbre $u_i(y)$
α_j	$\frac{s_j}{\sqrt{n}}$ (o bien s_j) ⁽¹⁾	normal	1	$\frac{s_j}{\sqrt{n}}$ (o bien s_j) ⁽¹⁾
	$\frac{e}{\sqrt{6}}$	rectangular ⁽²⁾		$\frac{e}{\sqrt{6}}$
α_{pj}	$\frac{U_{\text{certif}}}{k}$	normal	-1	$-\frac{U_{\text{certif}}}{k}$
incertidumbre combinada (u_c)				$u_c = \sqrt{\sum u_i^2(y)}$
Incertidumbre expandida (U)				$U = k \cdot u_c$

⁽¹⁾ véase NOTA de 6.1.2, 1.1

⁽²⁾ suma de dos distribuciones rectangulares

La expresión de U^2 para cada punto calibrado queda pues como sigue:

$$U_j^2 = k^2 \sum u_i^2(y) = k^2 \left(\frac{s_j^2}{n} + \frac{e^2}{6} + \frac{U_{\text{certif}}^2}{k^2} \right) \quad (19)$$

6.2. Interpretación de resultados

Para cada tipo de iluminación, eje y escala, se obtiene una **tabla de desviaciones** a los valores convencionalmente verdaderos, proporcionados por los patrones utilizados. Las correcciones a aplicar, para cada uno de los puntos de calibración considerados, serán los valores de dichas desviaciones, cambiados de signo.

Cada desviación llevará asociada una incertidumbre de calibración, obtenida como se indica en el apartado 6.1., para cada uno de los ejes longitudinales y para la escala de medida angular.

En el Certificado de Calibración, además de dar la incertidumbre expandida, se especificará el valor del factor de cobertura k utilizado.

Por no existir norma alguna para este tipo de instrumentos, no cabe incluirlos en clase de exactitud alguna, a la vista de las desviaciones obtenidas. Sin embargo, puede ser habitual el definir previamente una tolerancia admisible para el proyector. En este caso, el cumplimiento o no con dicha tolerancia deberá comprobarse teniendo en cuenta las desviaciones obtenidas, junto con sus incertidumbres asociadas.

NOTA FINAL: Una vez concluida la calibración del proyector, si en el trabajo habitual resulta complejo, o no deseable, aplicar las correcciones obtenidas, puede trabajarse con una incertidumbre de calibración ampliada, que englobe la máxima desviación encontrada en la calibración, en valor absoluto. De esta forma, como incertidumbre global de calibración del proyector, para cada eje o escala, podría tomarse:

$$U = U_{j\text{máx}} + |D_{\text{máx}}|$$

(apartado F.2.4.5, de ref. [3])



7. REFERENCIAS

- [1] Procedimiento para la elaboración de procedimientos de calibración. Grupo de Trabajo MINER-CEM. Ed. 2, Tres Cantos, Madrid. Año 2000.
- [2] Vocabulario Internacional de Metrología. Conceptos fundamentales y generales y términos asociados. 3ª ed. en español (traducción de 3ª ed. en inglés), Centro Español de Metrología, 2009, NIPO 706-09-001-0.
- [3] Evaluación de datos de medición. Guía para la expresión de la incertidumbre de medida., 3ª ed. en español (traducción de 1ª ed. 2008 en inglés), Centro Español de Metrología, 2009, NIPO: 706-09-002-6.
- [4] Guía CEA-ENAC-LC/02, Expresión de la incertidumbre de medida en las calibraciones, Rev. 1, Enero 1998.
- [5] Clasificación de Instrumentos de Metrología Dimensional. 1ª ed. Centro Español de Metrología, 2005, NIPO: 165-02-003-4.
- [6] Norma UNE EN-ISO 3650:2000. Especificación geométrica de productos (GPS). Patrones de longitud. Bloques patrón. (ISO 3650:1998). AENOR, 22 páginas, Enero 2000.

8. ANEXOS

8.1. Ejemplo numérico de aplicación del procedimiento descrito.

Calibración de un proyector de perfiles de eje vertical, con campos de medida longitudinales $X = 100$ mm, e $Y = 50$ mm, con lectura digital de resolución $1 \mu\text{m}$, y campo de medida angular de 360° , con división de escala analógica, mediante nonius, de valor $1'$. Dispone de sistemas de iluminación por luz transmitida y por luz reflejada.



La calibración se realiza para luz transmitida, utilizando bloques patrón longitudinales de calidad 2. Se eligen 10 bloques para cada eje, repitiéndose las mediciones 10 veces sobre cada bloque.

El material de los bloques es acero, y la incertidumbre expandida de calibración de los mismos, para $k = 2$, responde a la expresión $U = 0,1 \mu\text{m} + 1 \times 10^{-3} L$, donde L representa la longitud nominal del bloque, en mm.

La escala angular se calibra por medio de bloques patrón angulares, de incertidumbre despreciable frente a la resolución angular del instrumento. Se elige el punto de 90° para estudiar la repetibilidad.

La temperatura se mide mediante un sensor de contacto, de resolución $0,5^\circ\text{C}$, e incertidumbre de medida $U_t = 1^\circ\text{C}$, para $k = 2$.

En las siguientes tablas se incluyen los datos de medición, el tratamiento de los mismos y los resultados e incertidumbres obtenidos.

Tabla 1: Toma y tratamiento de datos en Eje X.

Campo de medida = 100 mm		20,0	20,0	20,0	20,0	20,5	20,5	20,5	20,5	20,5	21,0	22,0	22,5	23,5
temp. inicial t_i (°C)	Longitud nominal (mm)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100			
Resultados I_{j_i}		9,993	20,003	29,997	40,002	50,001	60,000	70,003	79,993	90,000	100,003			
		9,992	20,002	29,999	40,001	50,002	59,996	70,005	79,995	89,998	100,002			
		9,994	20,001	29,997	40,000	49,997	59,995	70,002	79,995	89,998	100,001			
		9,995	20,000	29,998	40,002	49,995	59,999	70,000	79,992	89,996	100,002			
		9,994	20,001	29,999	39,998	49,999	59,999	60,002	70,005	80,000	90,005	100,003		
		9,995	20,001	30,000	39,999	49,999	50,005	60,001	70,002	79,996	89,999	100,005		
		9,996	20,002	29,997	39,997	49,995	59,996	69,996	79,999	89,998	99,998	100,002		
		9,995	20,003	29,996	40,001	49,999	59,996	69,996	79,998	89,998	99,998	100,003		
		9,996	20,001	30,000	40,000	49,998	59,998	69,998	79,995	89,998	99,998	100,001		
		9,998	20,001	30,001	40,002	50,003	60,003	70,003	80,003	90,003	100,003			
valor medio I_{j_i} (mm)		9,9948	20,0015	29,9984	40,0002	49,9994	59,9980	70,0032	79,9962	89,9997	100,0025			
desv.típica s_j (µm)		1,7	1,0	1,6	1,8	3,3	2,4	2,1	2,7	2,5	1,2			
temp. final t_f (°C)		20,0	20,0	20,5	20,5	20,5	21,0	22,0	22,5	22,5	25,0			
temp. media f (°C)		20,00	20,00	20,25	20,50	20,50	20,75	21,50	22,25	22,50	24,25			

Tabla 2: Toma y tratamiento de datos en Eje Y

Campo de medida = 50 mm		19,0	20,0	21,5	22,0	23,0	23,5	23,5	24,5	24,5	
temp. inicial t_i (°C)	Longitud nominal (mm)	5	10	12,5	15	20	22,5	25	30	40	50
Resultados		5,000	10,002	12,500	15,000	20,000	22,499	25,001	30,002	40,003	49,998
l_{j_i}		5,001	10,005	12,499	15,000	20,001	22,500	25,002	30,004	40,005	50,000
		5,002	10,007	12,498	15,001	19,998	22,498	24,998	30,002	39,995	50,001
		4,998	10,001	12,501	15,002	19,999	22,497	24,999	30,005	39,999	50,002
		4,999	9,995	12,496	14,998	19,997	22,497	24,997	30,005	40,001	49,999
		4,997	9,997	12,499	14,997	19,998	22,499	24,998	30,003	40,002	49,996
		4,996	9,999	12,502	14,999	20,002	22,500	25,000	30,001	40,003	50,002
		5,000	9,995	12,503	15,001	20,000	22,501	24,998	30,000	40,004	50,003
		4,995	10,003	12,500	15,002	20,003	22,502	25,001	30,002	39,998	50,004
		4,998	10,002	12,497	14,998	20,002	22,501	25,002	30,003	39,999	50,000
valor medio \bar{l}_j (mm)		4,9986	10,0006	12,4995	14,9998	20,0000	22,4994	24,9996	30,0027	40,0009	50,0005
desv. típica s_j (µm)		2,2	4,1	2,2	1,7	2,0	1,7	1,8	1,6	3,1	2,4
temp. final t_f (°C)		20,0	20,0	21,5	22,0	23,0	23,5	23,5	24,5	24,5	25,0
temp. media t (°C)		19,50	20,00	20,75	21,75	22,50	23,25	23,50	24,00	24,50	24,75



Tabla 3: Toma y tratamiento de datos en Escala angular

Campo de medida = 360°		30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330
Valor nominal α_{β} (°)		30° 04'	60° 05'	90° 03'	120° 01'	150° 01'	179° 59'	209° 59'	239° 56'	269° 58'	300° 04'	330° 02'
Resultados α_{j_i}				89° 59'								
				89° 58'								
				89° 59'								
				90° 02'								
				90° 01'								
				89° 59'								
				89° 58'								
				90° 00'								
				90° 01'								
valor medio α_{j_i} (mm)				90°								
desv. típica s_{j_i} (°)				1,7'								

INCERTIDUMBRES:

Para los ejes longitudinales X e Y:

Cada una de las incertidumbres asociadas a cada punto calibrado j , se obtiene aplicando la expresión (15) (pág. 25), para un factor de cobertura $k = 2$:

$$U_j^2 = k^2 \sum u_i^2(y) = k^2 \left(\frac{s_j^2}{n} + \frac{e^2}{6} + \frac{U_{\text{certif}}^2}{k^2} + \frac{(l_{p/20} \Delta t \delta \alpha_p)^2}{3} + \frac{(l_{p/20} \alpha_p \delta t)^2}{12} + \frac{(l_{p/20} \alpha_p U_t)^2}{k^2} \right) (\mu\text{m})^2$$

donde:

s_j (en μm) ha sido obtenida a partir de 10 repeticiones en cada punto

$$e = 1 \mu\text{m}$$

$$U_{\text{certif}} = (0,1 \mu\text{m} + 1 \times 10^{-3} L) \quad (k = 2), \quad \text{con } L \text{ en mm}$$

$$\Delta t = \left(\frac{t_i + t_f}{2} - 20 \right) ^\circ\text{C} \quad \delta t = (t_f - t_i) ^\circ\text{C}$$

$$U_t = 1 ^\circ\text{C} \quad (k = 2)$$

$$\alpha_p = 11,5 \times 10^{-6} ^\circ\text{C}^{-1} \quad \text{y} \quad \delta \alpha_p = 1 \times 10^{-6} ^\circ\text{C}^{-1}$$

Para la escala angular:

Cada una de las incertidumbres asociadas a cada punto calibrado j , se obtiene aplicando la expresión (19) (pág. 27), para un factor de cobertura $k = 2$:



$$U_j^2 = k^2 \sum u_i^2(y) = k^2 \left(\frac{s_j^2}{n} + \frac{e^2}{6} + \frac{U_{\text{certif}}^2}{k^2} \right)$$

donde:

$s_j = 1,7' = 102''$ en el punto $j = 90^\circ$ elegido para estudiar la repetibilidad.

$n = 10$ para el punto $j = 90^\circ$ y $n = 1$ para el resto de puntos.

$e = 1' = 60''$.

U_{certif} es despreciable frente a los otros términos.

RESULTADOS

Eje	Valor certif. del patrón $l_{pj_{20}}$ (mm)	Valor corregido del patrón l_{pj_i} (mm)	valor medio \bar{l}_j (mm)	Desviación al valor corregido D_{l_j} (μm)	desv.típica s_j (μm)	U_j (μm)
X	9,9997	9,9997	9,9948	-4,9	1,7	1,359
	20,0004	20,0004	20,0015	1,1	1,0	1,065
	30,0005	30,0006	29,9984	-2,2	1,6	1,355
	39,9994	39,9996	40,0002	0,6	1,8	1,481
	49,9995	49,9998	49,9994	-0,4	3,3	2,319
	60,0008	60,0013	59,998	-3,3	2,4	1,875
	70,0005	70,0017	70,0032	1,5	2,1	1,827
	79,9992	80,0013	79,9962	-5,1	2,7	2,139
	89,9994	90,0020	89,9997	-2,3	2,5	2,084
	100,0007	100,0056	100,0025	-3,1	1,2	1,959

Eje	Valor certif. del patrón $l_{pj_{20}}$ (mm)	Valor corregido del patrón l_{pj_i} (mm)	valor medio \bar{l}_j (mm)	Desviación al valor corregido D_{l_j} (μm)	desv.típica s_j (μm)	U_j (μm)
Y	5,0002	5,0002	4,9986	-1,6	2,2	1,618
	9,9999	9,9999	10,0006	0,7	4,1	2,723
	12,5001	12,5002	12,4995	-0,7	2,2	1,628
	14,9996	14,9999	14,9998	-0,1	1,7	1,367
	19,9994	20,0000	20,0000	0,0	2,0	1,535
	22,5001	22,5009	22,4994	-1,5	1,7	1,385
	24,9997	25,0007	24,9996	-1,1	1,8	1,439
	29,9999	30,0013	30,0027	1,4	1,6	1,373
	39,9993	40,0014	40,0009	-0,5	3,1	2,187
49,9994	50,0021	50,0005	-1,6	2,4	1,851	

Escala angular	Valor del patrón α_{pj} (°)	Desviación al valor del patrón D_{α_j} (')	desv.típica s_j (')	U_j (')
α	30	4		3,50
	60	5		3,50
	90	3	1,7	1,35
	120	1		3,50
	150	1		3,50
	180	-1		3,50
	210	-1		3,50
	240	-4		3,50
	270	-2		3,50
	300	4		3,50
	330	2		3,50

Las incertidumbres expandidas de calibración indicadas corresponden a incertidumbres típicas multiplicadas por un factor de cobertura $k = 2$, que para una distribución normal corresponde a un nivel de confianza del 95 % aproximadamente.

Conforme a la NOTA FINAL del presente procedimiento, si p. ej., en el caso de los ejes longitudinales, no fueran a aplicarse correcciones a las medidas efectuadas con el proyector, podría tomarse como incertidumbre global de calibración del proyector, el valor:



$$U = U_{j\text{máx}} + |D_{\text{máx}}|$$

Para el eje X, este valor sería:

$$U = 2,319 \mu\text{m} + 5,1 \mu\text{m} = 7,419 \mu\text{m}$$

Para el eje Y:

$$U = 2,723 \mu\text{m} + 1,6 \mu\text{m} = 4,323 \mu\text{m}$$

Redondeando por exceso, al valor de resolución más próximo, se tendría:

$$U = 8 \mu\text{m}, \text{ para el eje X } (k = 2)$$

$$U = 5 \mu\text{m}, \text{ para el eje Y } (k = 2)$$

