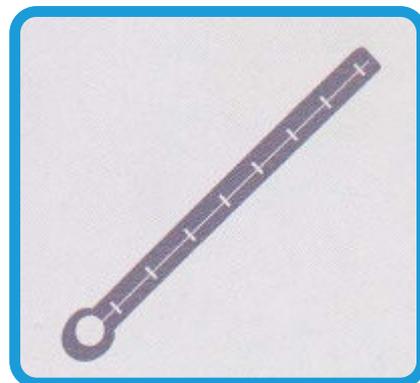
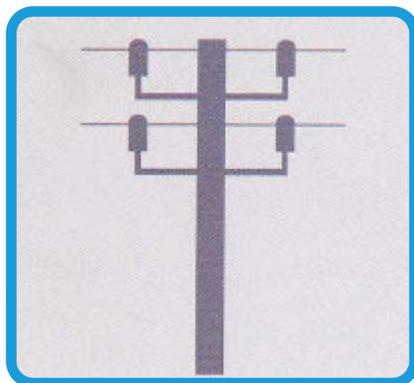
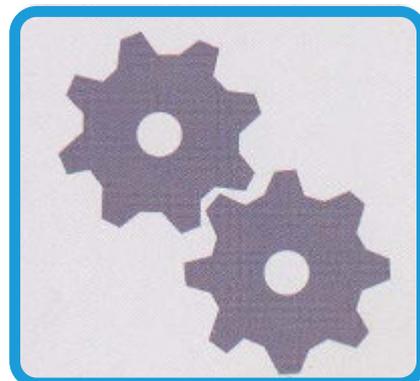
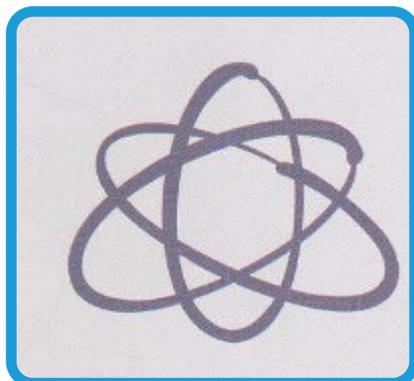
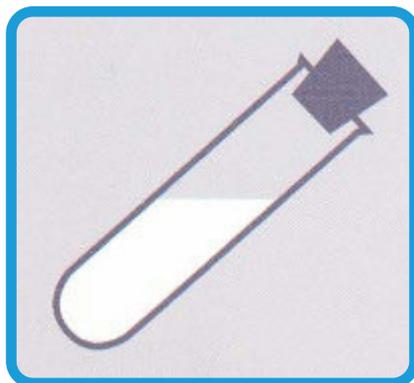
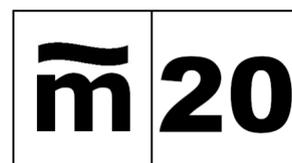


Metrología



PROCEDIMIENTO EL-016 PARA LA
CALIBRACIÓN DE DIVISORES DE
TENSIÓN RESISTIVOS



PROCEDIMIENTO EL-016

PROCEDIMIENTO PARA LA CALIBRACIÓN DE DIVISORES DE TENSIÓN RESISTIVOS

La presente edición de este procedimiento se emite exclusivamente en formato digital y puede descargarse gratuitamente de nuestra página web (www.cem.es).

El procedimiento ha sido revisado, corregido y actualizado, respecto a la edición digital anterior.

Los procedimientos editados por el CEM presentan modelos de calibración, en línea con documentos clave universales como son el Sistema Internacional de unidades (SI), el Vocabulario internacional de metrología (VIM) o la Guía para la expresión de la incertidumbre de medida (GUM). Como modelos que son, los usuarios de los mismos pueden, bajo su responsabilidad, modificarlos para adecuarlos a sus necesidades específicas (instrumentación, condiciones ambientales, etc.). En tal caso, siempre deberá primar el sentido crítico y la ética profesional.

El CEM no acepta ninguna responsabilidad derivada de la interpretación y/o uso de este procedimiento.

El CEM no mantiene correspondencia sobre el contenido de los procedimientos.

ÍNDICE

	Página
1. OBJETO	3
2. ALCANCE	3
3. DEFINICIONES	3
4. GENERALIDADES	6
5. DESCRIPCIÓN	7
5.1 <i>Equipos y materiales</i>	7
5.2 <i>Operaciones previas</i>	8
5.3 <i>Proceso de calibración</i>	9
5.4 <i>Toma y tratamiento de datos</i>	11
6. RESULTADOS	12
6.1 <i>Cálculo de incertidumbres</i>	12
6.2 <i>Interpretación de los resultados</i>	18
7. REFERENCIAS	18
7.1 <i>Documentos necesarios para realizar la calibración</i>	18
7.2 <i>Otras referencias para consulta</i>	18
8. ANEXOS	19

1. OBJETO

El presente procedimiento tiene por objeto dar a conocer la técnica necesaria para realizar la calibración de divisores de tensión resistivos [2] (11.01).

2. ALCANCE

Este procedimiento se aplica a aquellos divisores de tensión resistivos capaces de soportar una tensión nominal máxima de 1 kV, y que no incluyan como parte del mismo instrumento un dispositivo interno de calibración. No se aplica a los divisores resistivos construidos como una cadena autocalibrable (todas las secciones iguales a la sección o suma de secciones inferior), pues este tipo de divisores utiliza una técnica diferente de calibración por escalación.

3. DEFINICIONES

Son de aplicación las definiciones generales del Vocabulario Internacional de Metrología. Conceptos fundamentales y generales y términos asociados [1] que se indican a continuación.

Las definiciones de los instrumentos utilizados están adaptadas de la Clasificación de Instrumentos de Metrología Eléctrica [2].

Divisor de tensión resistivo [2] (11.01)

Es un instrumento que produce relaciones de tensión conocidas utilizando agrupaciones de resistencias dispuestas en serie. Se utiliza frecuentemente para reducir tensiones eléctricas. Para disminuir las corrientes de fugas, algunos de estos instrumentos disponen de un circuito de guarda que, básicamente, es otro divisor resistivo que lo rodea.

Voltímetro digital de c.c. [2] (04.12)

Instrumento que convierte las señales analógicas de tensión en presentaciones digitales o tensiones de salida codificadas, que pueden emplearse en procesos automáticos de registro o de control.

Calibrador multifunción [2] (13:10)

Instrumento que suministra en sus bornes de salida diversos márgenes de las magnitudes básicas eléctricas, tensión e intensidad de corriente, tanto en continua como en alterna, así como resistencia, que son necesarias para la calibración tanto de multímetros digitales como analógicos así como de otros instrumentos eléctricos de aplicación más específica.

Calibrador de tensión continua [2] (04.04)

Instrumento destinado a proporcionar tensiones en corriente continua, de estabilidad y exactitud suficientes, para calibrar voltímetros analógicos o digitales.

Detector de nulo electrónico de c.c. [2] (04.17)

Es un instrumento que indica la condición de cero de intensidad de corriente o tensión en un circuito eléctrico que forma parte de un puente, potenciómetro o medidor en general, y que, al igual que los galvanómetros de c.c., suelen indicar también deflexiones como medida del grado de desequilibrio.

Compensador de cables

Instrumento que sirve para anular la caída de tensión en los cables de conexión en circuitos de comparación de divisores resistivos de tensión. Normalmente esta constituido por resistencias variables.

Calibración [1] (2.39)

Operación que bajo condiciones especificadas establece, en una primera etapa, una relación entre los **valores** y sus **incertidumbres de medida** asociadas obtenidas a partir de los **patrones de medida**, y las correspondientes **indicaciones** con sus incertidumbres asociadas y, en una segunda etapa, utiliza esta información para establecer una relación que permita obtener un **resultado de medida** a partir de una indicación.

NOTA 1: Una calibración puede expresarse mediante una declaración, una función de calibración, un diagrama de calibración, una curva de calibración o una tabla de calibración. En algunos casos, puede consistir en una corrección aditiva o multiplicativa de la indicación con su incertidumbre correspondiente.

NOTA 2: Conviene no confundir la calibración con el **ajuste de un sistema de medida**, a menudo llamado incorrectamente "autocalibración", ni con una **verificación** de la calibración.

NOTA 3: Frecuentemente se interpreta que únicamente la primera etapa de esta definición corresponde a la calibración.

Ajuste de un sistema de medida [1] (3.11)

Conjunto de operaciones realizadas sobre un **sistema de medida** para que proporcione **indicaciones** prescritas, correspondientes a **valores** dados de la **magnitud** a medir.

NOTA 1: Diversos tipos de ajuste de un sistema de medida son: **ajuste de cero**, ajuste del *offset* (*desplazamiento*) y ajuste de la amplitud de escala (denominado también ajuste de ganancia).

NOTA 2: No debe confundirse el ajuste de un sistema de medida con su propia calibración, que es un requisito para el ajuste.

NOTA 3: Después de su ajuste, generalmente un sistema de medida debe ser calibrado nuevamente.

Error de medida [1] (2.16)

Diferencia entre un **valor medido de una magnitud** y un **valor de referencia**.

NOTA 1. El concepto de error de medida puede emplearse:

- cuando exista un único valor de referencia, como en el caso de realizar una **calibración** mediante un **patrón** cuyo **valor medido** tenga una **incertidumbre de medida** despreciable, o cuando se toma un **valor convencional**, en cuyo caso el error es conocido.
- cuando el mensurando se supone representado por un valor verdadero único o por un conjunto de valores verdaderos, de amplitud despreciable, en cuyo caso el error es desconocido.

NOTA 2. Conviene no confundir el error de medida con un error en la producción o con un error humano.

Incertidumbre de medida [1] (2.26)

Parámetro no negativo que caracteriza la dispersión de los **valores** atribuidos a un **mensurando**, a partir de la información que se utiliza.

NOTA 1: La incertidumbre de medida incluye componentes procedentes de efectos sistemáticos, tales como componentes asociadas a correcciones y a valores asignados a patrones, así como la incertidumbre debida a la definición. Algunas veces no se corrigen los efectos sistemáticos estimados y en su lugar se tratan como componentes de incertidumbre.

NOTA 2: El parámetro puede ser, por ejemplo, una desviación típica, en cuyo caso se denomina **incertidumbre típica de medida** (o un múltiplo de ella) , o una semiamplitud con una **probabilidad de cobertura** determinada.

NOTA 3 En general, la incertidumbre de medida incluye numerosas componentes. Algunas pueden calcularse mediante una evaluación tipo A de la incertidumbre de medida, a partir de la distribución estadística de los valores que proceden de las series de mediciones y pueden caracterizarse por desviaciones típicas. Las otras componentes, que pueden calcularse mediante una evaluación tipo B de la incertidumbre de medida, pueden caracterizarse también por desviaciones típicas, evaluadas a partir de funciones de densidad de probabilidad basadas en la experiencia u otra información.

NOTA 4 En general, para una información dada, se sobrentiende que la incertidumbre de medida está asociada a un valor determinado atribuido al mensurando. Por tanto, una modificación de este valor supone una modificación de la incertidumbre asociada.

Resolución de un dispositivo visualizador [1] (4.15)

Mínima diferencia entre **indicaciones** visualizadas, que puede percibirse de forma significativa.

Trazabilidad metrológica [1] (2.41)

Propiedad de un **resultado de medida** por la cual el resultado puede relacionarse con una referencia mediante una cadena ininterrumpida y documentada de **calibraciones**, cada una de las cuales contribuye a la **incertidumbre de medida**

NOTA 1: En esta definición, la referencia puede ser la definición de una **unidad de medida**, mediante una realización práctica, un **procedimiento de medida** que incluya la unidad de medida cuando se trate de una **magnitud no ordinal**, o un **patrón**.

NOTA 2: La trazabilidad metrológica requiere una **jerarquía de calibración** establecida.

NOTA 3: La especificación de la referencia debe incluir la fecha en la cual se utilizó dicha referencia, junto con cualquier otra información metrológica relevante sobre la referencia, tal como la fecha en que se haya realizado la primera calibración en la jerarquía.

NOTA 4: Para **mediciones** con más de una **magnitud de entrada** en el **modelo de medición**, cada **valor** de entrada debiera ser metrológicamente trazable y la jerarquía de calibración puede tener forma de estructura ramificada o de red. El esfuerzo realizado para establecer la trazabilidad metrológica de cada valor de entrada debería ser en proporción a su contribución relativa al resultado de la medición.

NOTA 5: La trazabilidad metrológica de un resultado de medida no garantiza por sí misma la adecuación de la incertidumbre de medida a un fin dado, o la ausencia de errores humanos.

NOTA 6: La comparación entre dos patrones de medida puede considerarse como una calibración si ésta se utiliza para comprobar, y si procede, corregir el valor y la incertidumbre atribuidos a uno de los patrones.

NOTA 7: La ILAC considera que los elementos necesarios para confirmar la trazabilidad metrológica son: una **cadena de trazabilidad** metrológica ininterrumpida a un **patrón internacional** o a un **patrón nacional**, una incertidumbre de medida documentada, un procedimiento de medida documentado, una competencia técnica reconocida, la trazabilidad metrológica al **SI** y los intervalos entre calibraciones (véase ILAC P-10:2002).

NOTA 8: Algunas veces el término abreviado “trazabilidad” se utiliza en lugar de “trazabilidad metrológica” así como para otros conceptos, como trazabilidad de una muestra, de un documento, de un instrumento, de un material, etc., cuando interviene el historial (“traza”) del elemento en cuestión. Por tanto, es preferible utilizar el término completo “trazabilidad metrológica” para evitar confusión.

4. GENERALIDADES

Un divisor de tensión resistivo es un instrumento que proporciona relaciones de tensión, generalmente valores decimales (10:1, 100:1, etc). Consiste, básicamente, en una cadena de resistencias dispuestas en serie con tomas intermedias para obtener las relaciones deseadas. La magnitud característica en un divisor resistivo es la relación entre la tensión eléctrica aplicada en sus terminales de entrada y la que aparece en los terminales de salida. Como se trata de la relación entre dos magnitudes de la misma naturaleza, la relación del divisor es un número adimensional. Por tanto, no es necesario tener trazabilidad a un patrón externo de esta cantidad. Sólo es necesario que la resistencia o tensión de entrada sea trazable a la de salida, o viceversa.

Los divisores resistivos de tensión pueden emplearse para reducir una tensión eléctrica de alto valor a un nivel que se pueda medir fácilmente por un voltímetro o comparar con una referencia de tensión del tipo Zener o pila Weston. También pueden emplearse para generar tensiones de bajo nivel a partir del valor conocido de una fuente de nivel medio (referencia Zener o calibrador de tensión continua). Por tanto, permiten extender las medidas de tensión continua desde el margen óptimo de funcionamiento de los calibradores y multímetros, típicamente alrededor de 10 V, tanto hacia valores más grandes como más pequeños.

Para la calibración de los divisores de tensión resistivos pueden emplearse varias técnicas de medida, principalmente las dos siguientes:

- a) Comparación con otro divisor resistivo calibrado.
- b) Comparación de la resistencia de entrada con la de salida.

Se describen brevemente los principios de los dos métodos:

El procedimiento a) de comparación con un divisor patrón consiste en conectar en paralelo el divisor a calibrar y el divisor patrón. Con ello se asegura que estén alimentados con la misma tensión de entrada. Se mide con un voltímetro la diferencia entre las dos tensiones de salida y se calcula la relación de tensión del divisor a calibrar a partir de la relación del patrón, de la medida de tensión y del valor aproximado de la tensión de entrada.

El procedimiento b) consiste simplemente en medir la resistencia de entrada y la de salida o, alternativamente la sección resistiva situada en la parte alta del divisor y la sección situada en la parte baja, que es la resistencia de salida. El valor de la relación del divisor es el cociente de la resistencia total del divisor dividida por la resistencia de la sección inferior.

La elección de uno u otro método depende del equipo disponible y del nivel de incertidumbre necesario. Hay que tener en cuenta las siguientes consideraciones para elegir:

El primer procedimiento proporciona el valor de relación del divisor con una incertidumbre que depende esencialmente del divisor patrón. Permite calibrar el divisor con muy buena exactitud pero tiene el inconveniente de requerir un divisor patrón previamente calibrado por otro método.

El segundo procedimiento es aplicable a cualquier tipo de divisor y es muy sencillo. Además, en general un medidor de resistencia siempre estará disponible en un laboratorio de calibración eléctrica. Sin embargo este método es menos exacto que el primero.

El cociente entre la tensión eléctrica en los terminales de entrada y la resistencia total del divisor permite calcular la intensidad de corriente que puede circular por el divisor. Hay que tener en cuenta que si el divisor dispone de un circuito de guarda y se utiliza éste conectándolo en paralelo, aumentará la corriente total que debe suministrar la fuente de alimentación empleada.

Asimismo, dependiendo del método de medida empleado, se pueden eliminar los errores causados por la resistencia de los hilos de conexión y por la resistencia de contacto de los terminales si el divisor tiene terminales separados de corriente y de tensión para cada punto accesible, lo que permitiría medir a cuatro terminales.

La existencia de un segundo divisor que funcione como circuito de guarda ayudará a evitar los problemas que las fugas de corriente pueden presentar cuando se manejan tensiones elevadas, pero incrementa la corriente que debe generar la fuente de alimentación y la potencia disipada en el divisor.

Con el término de sección se hará referencia a la resistencia, o conjunto de ellas, existentes entre dos tomas intermedias accesibles al exterior.

5. DESCRIPCIÓN

5.1 Equipos y materiales

Cualquiera que sea el método de calibración elegido se necesita siempre:

- El divisor de tensión resistivo objeto de la calibración.
- Los cables necesarios para la realizar las conexiones.

Según el método de calibración que se elija de los dos descritos se necesitan distintos equipos:

Para el método a) se necesita:

- Un divisor de tensión resistivo calibrado que tenga los mismos valores nominales de relación de tensión que el divisor a calibrar y una incertidumbre tres veces inferior a la que se necesita para éste.
- Una fuente de tensión continua, preferiblemente un calibrador multifunción o de tensión continua, capaz de generar la tensión nominal de entrada especificada para el divisor a la corriente a la que este debe funcionar. Deberá poseer estabilidad suficiente y la tensión que suministra será bien conocida. Si la fuente no es un calibrador, puede ser necesario medir su tensión V_C con un voltímetro.
- Uno o varios voltímetros calibrados que midan las tensiones V_1 , V_2 , V_3 y, en su caso, V_C (ver figura 1). Se preferirá el uso de voltímetros digitales que sean capaces de leer tensiones alejadas de tierra, o bien, un voltímetro flotante. Los voltímetros que miden las tensiones V_1 y V_3 , pueden ser sustituidos por detectores de cero si se usa un compensador de cables. El central sólo se podría sustituir en el caso de que las relaciones de los divisores se puedan cambiar para ajustar a cero la tensión V_2 (por ejemplo, si uno de ellos es un divisor Kelvin-Varley).
- Si se usa un sólo voltímetro para medir las tensiones anteriores, sería conveniente, aunque no necesario, el empleo de un conmutador para cambiar el voltímetro de un punto a otro de conexión.
- Si se dispone de detectores de cero pero no de voltímetros digitales que funcionen lejos de la tensión de tierra, entonces será necesario usar también un compensador de cables.

Para el procedimiento b), se empleará:

- Un medidor calibrado de resistencia de cualquier tipo (puente de Kelvin o Wheatstone, multímetro en su función de resistencia). Como los dos valores de resistencia a medir pueden ser muy dispares, puede ser necesario usar dos medidores distintos, uno para cada resistencia del divisor. Es preferible que la corriente inyectada sea la misma que la de funcionamiento, aunque es admisible que sea inferior, pero nunca superior porque ello podría dañar el divisor. Su incertidumbre relativa de calibración, combinada para los dos valores de resistencia a medir, debe ser tres veces inferior a la incertidumbre relativa requerida para el divisor. El medidor debe tener la capacidad de medir a cuatro hilos si el divisor tiene terminales separados de corriente y de tensión.

Alternativamente, el medidor de resistencia calibrado puede ser sustituido por un voltímetro calibrado de alta resolución más una fuente auxiliar de tensión. En este caso, la fuente debe ser capaz de proporcionar la tensión de calibración necesaria y el voltímetro debe poder medir tanto la tensión de entrada como de salida del divisor.

5.2. Operaciones previas

ADVERTENCIA: Tanto en el instrumento a calibrar como en la instrumentación utilizada para la calibración, están presentes, bien en los terminales externos o internamente, durante la realización de la calibración o de los ajustes y comprobaciones que fuera necesario realizar, tensiones peligrosas para las personas. Para evitar daños irreparables, deben ser observadas todas las precauciones de trabajos con tensión, siguiendo de forma ordenada la secuencia de operaciones indicadas en el procedimiento. En cualquier caso tomar como referencia las instrucciones facilitadas por el fabricante en el manual técnico, para evitar riesgos al personal que realiza la calibración.

Antes de iniciar la calibración se realizarán las siguientes operaciones previas:

- a) Se comprobará que el divisor de tensión resistivo está identificado de forma inequívoca con su marca, modelo y número de serie correspondiente, o con un código interno del propietario del equipo. Si no fuera así se le asignará un código de identificación que se adherirá o fijará de forma segura sobre el instrumento.
- b) Se estudiará el manual de instrucciones del divisor de tensión resistivo. En especial, hay que asegurarse de no superar la tensión eléctrica máxima que puede soportar cada sección del divisor y se prestará atención a las conexiones que se deben practicar para conectar el circuito de guarda, en su caso. Una vez alimentado a una fuente de tensión externa, se tomarán las medidas adecuadas para evitar riesgos para el personal encargado de la calibración, ya que los potenciales eléctricos que se manejan pueden ser altos.
- c) Se fijará la tolerancia de calibración admisible para el divisor resistivo objeto de la calibración.
- d) Se dispondrá de los correspondientes manuales de instrucciones de los voltímetros para que la persona que realice la calibración esté familiarizada con su manejo. Se tendrá especial cuidado en verificar qué valores máximos de tensión pueden soportar sus terminales respecto de tierra ya que el voltímetro probablemente se conectará a potenciales flotantes. Así mismo se comprobará su estado de calibración, la existencia de certificados de calibración en vigor y si la incertidumbre indicada en tales certificados permite la trazabilidad e incertidumbre apropiadas a las medidas necesarias para esta calibración.
- e) Asimismo para el procedimiento a), se dispondrá de los manuales de instrucciones de la fuente de alimentación y del divisor patrón y se comprobará que la tensión que puede

generar y la corriente que puede suministrar la fuente en su modo tensión es la adecuada a las características de los divisores, para lo cual puede ser necesario revisar sus límites de “compliance”. También se comprobará el estado de calibración del divisor patrón, la existencia de certificado de calibración en vigor y si la incertidumbre indicada en tal certificado permite la trazabilidad e incertidumbre apropiadas a las medidas necesarias para esta calibración.

- f) Para el procedimiento b) se dispondrá del manual de instrucciones del medidor de resistencia. Se comprobará que los valores de resistencia a medir están dentro de los márgenes de medida del medidor. Se verificará que el medidor o la fuente auxiliar no inyectan en el divisor una corriente de medida superior a la que éste puede soportar. Se comprobará el estado de calibración del medidor, si hay certificado de calibración en vigor y si la incertidumbre indicada en tal certificado permite la trazabilidad e incertidumbre apropiadas a las medidas necesarias para esta calibración.
- g) Se comprobará que el valor nominal de la tensión de la red y las posibles variaciones son adecuadas para el funcionamiento de la fuente y de los medidores. Normalmente una tensión de $230\text{ V} \pm 10\%$ es adecuada para el funcionamiento de la mayoría de los instrumentos de medida. En todo caso, se deberán consultar los manuales de instrucciones de los instrumentos para asegurar los límites tolerables. A veces, el divisor patrón o a calibrar puede incluir un sistema de estabilización de temperatura que también requiera alimentación a la red.
- h) Todos los equipos estarán en el laboratorio durante el tiempo necesario para que se estabilicen. Se conectarán a la red de alimentación eléctrica la fuente de intensidad y el voltímetro, durante un tiempo previo al inicio de la calibración para conseguir la estabilización térmica. El tiempo de estabilización térmica cambia de un instrumento a otro. Consultar el tiempo necesario en los manuales de los instrumentos.
- i) La calibración se realizará manteniendo una temperatura adecuada para el divisor y para los demás instrumentos utilizados de acuerdo con lo que indiquen sus manuales; esta temperatura suele estar comprendida entre $18\text{ }^{\circ}\text{C}$ y $28\text{ }^{\circ}\text{C}$ que es el margen normal en el que los instrumentos de Metrología Eléctrica mantienen sus especificaciones.
- j) La humedad relativa no debe superar los límites establecidos en los manuales de los equipos que intervienen en la calibración. El valor máximo recomendado puede ser el 70 %, aunque en algunos casos es posible admitir valores de hasta el 80 % o superiores.
- k) Se comprobará que los equipos que requieran conexión a red están conectados a enchufes que incluyan un conductor de tierra como medida elemental de protección.
- l) Utilizar cables con terminales o bananas que una vez introducidas en las bornes correspondientes estén aisladas, tanto térmica como eléctricamente.
- m) Antes de realizar cualquier conexión eléctrica a los bornes de la fuente, comprobar que no hay señal de tensión y que la fuente está inactiva (indicador STANDBY o similar). Debe estar también en ese mismo estado cuando esté desconectada.

5.3. Proceso de calibración

Como se indicó en el apartado correspondiente a generalidades, existen dos sistemas diferentes de calibración de divisores resistivos de tensión. Se describen a continuación más a fondo:

a) Comparación con un divisor patrón

El proceso consiste en los pasos siguientes:

- Con la fuente apagada o en espera conectar en paralelo los dos divisores, según muestra la figura 1. Poner la fuente en modo activo.
- Anotar la tensión V_c , tomando cinco lecturas del voltímetro. Si la fuente es un calibrador, simplemente anotar la tensión indicada en el visor.
- Medir la tensión V_2 , tomando entre cinco y diez lecturas del voltímetro.
- Para trabajos de la máxima precisión, medir las tensiones V_1 y V_3 , tomando cinco lecturas.
- Las medidas de las cuatro tensiones V_c , V_1 , V_2 y V_3 se pueden realizar con un sólo voltímetro, cambiándolo de posición, o con varios.
- Aplicar las siguientes ecuaciones para determinar la relación buscada:

$$\begin{aligned}
 V_c &= V_p + V_1 - V_3 \\
 r_c V_c &= r_p V_p + V_2 - V_3 \\
 r_c &= \frac{r_p V_p + V_2 - V_3}{V_c} = \frac{r_p (V_c - V_1 + V_3) + V_2 - V_3}{V_c} = r_p + \frac{V_2 - r_p V_1 + (r_p - 1)V_3}{V_c}
 \end{aligned} \tag{1}$$

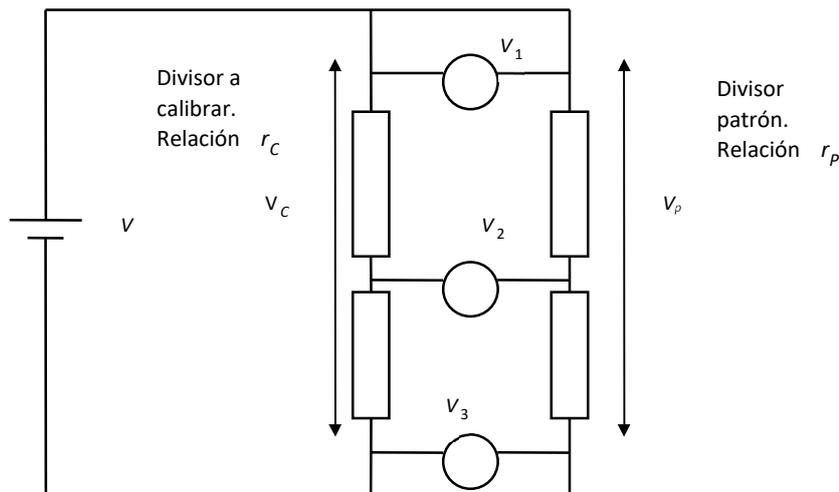


Figura 1. Calibración por comparación con un divisor patrón

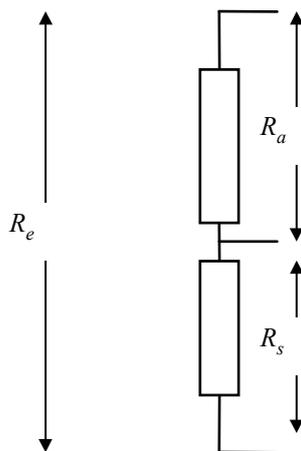
En esta ecuación, tanto el valor de la relación del divisor patrón como del divisor a calibrar, r_p y r_c son las relaciones entre la tensión de salida y la de entrada, siempre menores que uno. Si interesan más las relaciones entrada/salida R_p y R_c simplemente basta con invertir los dos valores ($R_i = 1/r_i$).

b) Medida directa de las resistencias de entrada y de salida

Consiste en lo siguiente:

- Conectar el medidor de resistencia a los terminales de entrada del divisor resistivo y tomar entre cinco y diez lecturas. Alternativamente, si el equipo disponible es la fuente auxiliar con el voltímetro patrón, conectar la fuente auxiliar de tensión a los terminales de entrada y medir con el voltímetro, tomando, igualmente, entre cinco y diez lecturas.

- Conectar el medidor de resistencia o el voltímetro patrón a los terminales de salida y tomar el mismo número de lecturas que para la otra sección. Si se mide con el conjunto fuente-voltímetro, la fuente debe seguir conectada a los terminales de entrada como en el paso anterior.
- Para medidas de muy baja incertidumbre puede ser necesario eliminar el efecto de los potenciales de contacto. Para ello, los medidores de resistencia suelen incluir una función específica con nombre que cambian según el modelo (*True Ohms, Offset Compensated...*). Para eliminar estos potenciales en el caso de usar el conjunto fuente-voltímetro, se deben realizar dos medidas de cada punto, con y sin tensión aplicada al divisor. Las tensiones medidas sin tensión aplicada se deben restar de las tensiones medidas cuando sí se aplica la tensión.
- Calcular la relación de resistencia del divisor, que es igual a su relación de tensión, dividiendo los dos valores de resistencia o tensión obtenidos.
- Si el divisor tiene más de una relación de división, el proceso se debe repetir para todas ellas. En algunos casos, en vez de comparar siempre con la sección de salida puede ser preferible comparar con la sección de entrada inmediatamente inferior, ya que algunos divisores con muchas relaciones alcanzan una relación final muy alta que hace difícil de comparar niveles muy distintos de tensión o resistencia con el mismo instrumento



$$r_c = \frac{R_e}{R_s} = \frac{V_e}{V_s}$$

Figura 2. Calibración por medida directa de las secciones de entrada y salida

5.4. Toma y tratamiento de datos

5.4.1- Definición de los puntos de medida.

Según el método que se utilice, se tomarán distintos datos, de acuerdo con las ecuaciones correspondientes.

de acuerdo con las ecuaciones correspondientes.

- Para el procedimiento de comparación con un divisor patrón, se tomarán varias lecturas de cada voltímetro, entre cinco y diez, y se calculará el valor medio y la desviación típica. Si en alguno de los puntos de conexión se emplea un detector de cero, se observarán los límites máximo y mínimo de deflexión de la aguja, y se considerarán como los límites superior e inferior de una distribución rectangular. Asimismo, deberá estar disponible el valor conocido de la relación del divisor patrón y, en su caso, los valores de los coeficientes de temperatura de los dos divisores.
- Para el procedimiento b), se tomará también un número de entre cinco y diez lecturas del medidor de resistencia o del voltímetro para cada una de las secciones resistivas a medir, y se calculará el valor medio y la desviación típica.

5.4.2.- Criterios de aceptación y rechazo de valores medidos.

La aceptación o rechazo de cada uno de los valores medidos y contenidos en la Tabla 1 sigue el criterio de Chauvenet consiguiendo así eliminar del resultado de la calibración posibles anomalías no controladas ni sistemáticas.

El tratamiento dado a las desviaciones obtenidas con respecto a los valores nominales es objeto del Capítulo 6.

5.4.3.- Cálculos a realizar

Los datos básicos obtenidos de las medidas realizadas son el valor medio de la serie de medidas realizadas, junto con la desviación típica muestral de dicha serie de medidas que se muestran en la filas 11 y 12 de la Tabla 1. Su cálculo y tratamiento posterior se realiza en el capítulo 6.

6. RESULTADOS

6.1. Cálculo de incertidumbres

A continuación, se presenta el análisis para cada uno de los dos métodos de medida:

a) Comparación con un divisor patrón

La ecuación del método de medida, si se consideran las correcciones necesarias, se convierte en:

$$r_C = r_p + \delta r_{pder} + \delta r_{pT} - \delta r_{CT} + \frac{V_2 - r_p V_1 + (r_p - 1)V_3}{V_C} \quad (2)$$

A continuación se indica el significado de cada término:

r_p : Valor calibrado de la relación del divisor patrón.

δr_{pder} : Corrección por deriva de la relación del divisor patrón. Se obtiene a partir del historial del divisor, generalmente expresado como una función de ajuste del valor del divisor con el tiempo. Si no existe historial o si de éste no se deduce un comportamiento predecible, esta corrección se considera igual a 0.

$$\delta r_{pder} = f_{pder}(t) \quad (3)$$

δr_{pT} , δr_{CT} : Correcciones por temperatura de la relación del divisor patrón y del divisor a calibrar, respectivamente. Son función de las temperaturas de referencia de los dos divisores y de la temperatura a la que se realizaron las medidas de comparación. Si existe algún estudio de comportamiento de los divisores con la temperatura se deben aplicar sus resultados. Si no existe, generalmente esta corrección es igual a cero.

$$\delta r_{pT} = f_{pT}(T, T_{pref}); \delta r_{CT} = f_{CT}(T, T_{Cref}) \quad (4)$$

Cada una de las cuatro tensiones que aparecen en la ecuación incluye diversos componentes, de la forma:

$$V_i = \bar{V}_i + V_{ical} + V_{ider} + V_{ires} + V_{iT} \quad i = 1, 2, 3, C \quad (5)$$

En esta ecuación los distintos componentes son:

\bar{V}_i : Valor medio de la tensión leída en el voltímetro i .

$$\bar{V}_i = \frac{\sum_{j=1}^n V_{ij}}{n} \quad (6)$$

δV_{ical} : Corrección por calibración de la tensión V_i , con esperanza matemática igual a cero.

δV_{ires} : Corrección por resolución de la tensión V_i , con esperanza matemática igual a cero.

δV_{ider} : Corrección por deriva de la tensión V_i con esperanza matemática igual a cero.

δV_{iT} : Corrección por temperatura de la lectura de la tensión V_i con esperanza matemática igual a cero.

De acuerdo con la ecuación descrita la incertidumbre será:

$$u^2(r_c) = u^2(r_p) + u^2(\delta r_{pder}) + u^2(\delta r_{pT}) + u^2(\delta r_{CT}) + \frac{1}{V_c^2} (u^2(V_2)) + \frac{r_p^2}{V_c^2} u^2(V_1) + \frac{(r_p - 1)^2}{V_c^2} u^2(V_3) + \left(\frac{V_2 - r_p V_1 + (r_p - 1)V_3}{V_c^2} \right)^2 u^2(V_c) \quad (7)$$

Las componentes de incertidumbre se suponen no correlacionadas.

A continuación se describen todas las componentes y se indica como se calculan:

$u(r_p)$: Es la incertidumbre de calibración del divisor patrón. Se calcula a partir de la incertidumbre dada por el certificado de calibración, dividiendo por el factor de cobertura indicado (normalmente $k=2$):

$$u(r_p) = U(r_{pcal}) / k_{pcal} \quad (8)$$

$u(\delta r_{pder})$: Es la incertidumbre de la relación del divisor patrón debida a la deriva. Se calcula a partir del historial conocido del instrumento, si existe, generalmente considerando la máxima variación observada entre calibraciones como la máxima variación posible desde la anterior calibración. A veces, del historial se deduce un comportamiento predecible como función del tiempo, y se puede dar

una función de ajuste en el tiempo, con incertidumbre asociada a los parámetros de la función:

$$u(\delta r_{pder}) = \Delta f_{pder}(t_{pcal}) \quad (9)$$

$u(\delta r_{pT})$, $u(\delta r_{CT})$: Son las incertidumbre del valor de los divisores patrón y a calibrar, respectivamente debidas a la variación de temperatura. Se calculan a partir de estudios de comportamiento, si existen. Son función de la temperatura a la que se realizan las medidas y de las temperaturas de referencia de los divisores:

$$u(\delta r_{pT}) = \Delta f_{pT}(T, T_{Cref}); u(\delta r_{CT}) = \Delta f_{CT}(T, T_{Cref}) \quad (10)$$

Presentamos en la tabla I el resumen de todo el análisis de incertidumbres:

Tabla I. Resumen de incertidumbres

Magnitud	Esperanza matemática	Incertidumbre típica	Coefficiente sensibilidad	Contribuc. incert.
r_p	r_p	$U(r_{pcal})/k_{pcal}$	1	$u_1(r_c)$
r_{pder}	$f_{pder}(t_{pcal})$	$\Delta f_{pder}(t_{pcal})$	1	$u_2(r_c)$
r_{pT}	$f_{pT}(T, T_{pref})$	$\Delta f_{pT}(T, T_{pref})$	1	$u_3(r_c)$
r_{CT}	$f_{CT}(T, T_{Cref})$	$\Delta f_{CT}(T, T_{Cref})$	-1	$u_4(r_c)$
V_1	V_1	$u(V_1)$	r_p/V_C	$u_5(r_c)$
V_2	V_2	$u(V_2)$	$1/V_C$	$u_6(r_c)$
V_3	V_3	$u(V_3)$	$(r_p-1)/V_C$	$u_7(r_c)$
V_C	V_C	$u(V_C)$	$\left(\frac{V_2 - r_p V_1 + (r_p - 1)V_3}{V_C^2} \right)$	$u_8(r_c)$
r_c				$\sqrt{\sum u_i(r_c)}$

Para cada una de las cuatro medidas de tensión, se realiza un análisis parcial de incertidumbres, que se presenta en la tabla II:

Tabla II Análisis parcial de incertidumbres para cada tensión

Magnitud	Esperanza matemática	Incertidumbre típica	Coefficiente sensibilidad	Contribuc. incert.
\bar{V}_i	$(\sum V_{ij})/n$	$(\sum V_{ij}^2 - \bar{V}_i^2)/n(n-1)$	1	$u_9(r_c)$
V_{ical}	0	$U(V_{ical})/k_{ical}$	1	$u_{10}(r_c)$
V_{ider}	0	$\Delta f_{ider}(t_{ical})$	1	$u_{11}(r_c)$
V_{ires}	0	$d/\sqrt{12}$	1	$u_{12}(r_c)$
V_{iT}	0	$\Delta f_{iT}(T, T_{iref})$	1	$u_{13}(r_c)$
V_i				$\sqrt{\sum u_i(V_i)}$

$u(V_C)$, $u(V_1)$, $u(V_2)$, $u(V_3)$: Son las incertidumbres totales de las distintas tensiones, que se combinan cuadráticamente.

$u(\bar{V}_C), u(\bar{V}_1), u(\bar{V}_2), u(\bar{V}_3)$: Son las componentes de incertidumbre asociadas a la dispersión de las lecturas de los voltímetros. Se calculan, para cada caso, como la desviación típica de la media de las lecturas realizadas:

$$u(\bar{V}_i) = \frac{\sum_{j=1}^n (V_{ij} - V_i)}{n(n-1)} \quad i = 1, 2, 3, C \quad (11)$$

$u(V_{Ccal}), u(V_{1cal}), u(V_{2cal}), u(V_{3cal})$: Son las incertidumbres medida de los cuatro voltímetros debidas a su calibración. Se calculan a partir de la incertidumbre indicada por cada certificado de calibración, dividiendo por el factor de cobertura indicado (normalmente $k=2$):

$$u(V_{ical}) = U(V_{ical})/k_{ical} \quad i=1, 2, 3 \quad (12)$$

$u(V_{Cder}), u(V_{1der}), u(V_{2der}), u(V_{3der})$: Son las incertidumbres de las lecturas de los cuatro voltímetros debidas a la deriva. Se calculan a partir de sus historiales, si existen, o de las especificaciones del fabricante. Son función de los tiempos respectivos transcurridos desde la última calibración:

$$u(V_{ider}) = \Delta f_{ider}(t_{ical}) \quad (13)$$

$u(V_{Cres}), u(V_{1res}), u(V_{2res}), u(V_{3res})$: Son las incertidumbres de las lecturas de los tres voltímetros debidas a sus respectivas resoluciones. Se calculan mediante la expresión:

$$u(V_{ires}) = \frac{d_i}{\sqrt{12}} \quad (14)$$

$u(V_{CT}), u(V_{1T}), u(V_{2T}), u(V_{3T})$: Son las incertidumbres de las lecturas de los tres voltímetros debidas a la temperatura. Se calculan a partir de los estudios de su comportamiento con respecto a la temperatura, si existen, o de las especificaciones del fabricante. Son función de la temperatura de medida y de la temperatura de referencia:

$$u(V_{iT}) = \Delta f_{iT}(T, T_{iref}) \quad (15)$$

b) Calibración por medida de secciones

La ecuación de este método, junto con las correcciones es:

$$r_C = \frac{\bar{R}_2 + \delta R_{2cal} + \delta R_{2der} + \delta R_{2res} + \delta R_{2TR} + \delta R_{2Tm} - \delta r_{CT}}{\bar{R}_1 + \delta R_{1cal} + \delta R_{1der} + \delta R_{1res} + \delta R_{1TR} + \delta R_{1Tm}} \quad (16)$$

A continuación se describe cada miembro de esta ecuación:

\bar{R}_1, \bar{R}_2 : Valores medios de las lecturas del medidor de resistencia o voltímetro sobre la secciones R_1 y R_2 :

$$\bar{R}_i = \sum_{j=1}^n \frac{R_{ij}}{n} \quad (17)$$

$\delta R_{1cal}, \delta R_{2cal}$: Corrección de las lecturas del medidor cuando mide R_1 y R_2 debida a su calibración, con esperanza matemática igual a cero.

$\delta R_{1der}, \delta R_{2der}$: Corrección de las lecturas del medidor cuando mide R_1 y R_2 debida a la deriva, con esperanza matemática igual a cero.

$\delta R_{1T}, \delta R_{2T}$: Corrección de las lecturas del medidor cuando mide R_1 y R_2 debida a la variación con la temperatura del propio medidor, con esperanza matemática igual a cero.

δr_{CT} : Corrección por temperatura de la relación del divisor a calibrar.

La ecuación de incertidumbre queda como sigue:

$$u^2(r_c) = \frac{u^2(\overline{R_2}) + u^2(\delta R_{2cal}) + u^2(\delta R_{2der}) + u^2(\delta R_{2res}) + u^2(\delta R_{2Tm})}{R_2^2} + \frac{R_1^2}{R_2^4} \frac{u^2(\overline{R_1}) + u^2(\delta R_{1cal}) + u^2(\delta R_{1der}) + u^2(\delta R_{1res}) + u^2(\delta R_{1Tm})}{R_2^4} + u^2(\delta r_{CT}) \quad (18)$$

En esta expresión de incertidumbre, los distintos términos son:

$u(\overline{R_1}), u(\overline{R_2})$: Desviación típica de la media de las lecturas del medidor sobre las secciones R_1 y R_2 :

$$u(\overline{R_i}) = \frac{\sum_{j=1}^n (R_j - R_i)}{n(n-1)} \quad (19)$$

$u(\delta R_{1cal}), u(\delta R_{2cal})$: Se obtienen a partir de la incertidumbre expandida indicada en el certificado de calibración del medidor, dividiendo por el factor de cobertura correspondiente:

$$u(V_{ical}) = U(V_{ical})/k_{ical} \quad i=1, 2 \quad (20)$$

$u(\delta R_{1der}), u(\delta R_{2der})$: Se obtienen a partir del historial del medidor. Generalmente, se considera que la máxima desviación encontrada entre calibraciones es la máxima que se podría encontrar y se aplica una distribución rectangular:

$$u(\delta R_{ider}) = \frac{\delta R_{ider \max}}{\sqrt{12}} \quad i=1, 2 \quad (21)$$

$u(\delta R_{1res}), u(\delta R_{2res})$: Se obtienen a partir de la fórmula conocida para la incertidumbre por resolución, considerando que, en este caso, las dos medidas de resistencia pueden realizarse con distinta resolución:

$$u(\delta R_{ires}) = \frac{d_i}{\sqrt{12}} \quad (22)$$

$u(\delta R_{1T}), u(\delta R_{2T})$: Se obtienen a partir del estudio de comportamiento del medidor con la temperatura o por especificaciones del fabricante. Generalmente, en ambos casos, los datos indicarán una variación máxima de lecturas en un intervalo de temperatura y se puede aplicar la distribución rectangular:

$$u(\delta R_{IT}) = \frac{\delta R_{IT \max}}{\sqrt{12}} \quad (23)$$

$u(\delta r_{CT})$: Incertidumbre del valor del divisor a calibrar, debida a la variación de temperatura. Se calcula a partir de las especificaciones del fabricante o, mejor, de estudios de comportamiento, si existen:

$$u(\delta r_{CT}) = \Delta f_{CT}(T, T_{Cref}) \quad (24)$$

Tabla III. Contribución de incertidumbres

Magnitud	Esperanza matemática	Incertidumbre típica	Coficiente sensibilidad	Contribuc. incert.
δr_{CT}	$f_{CT}(T, T_{Cref})$	$\Delta f_{CT}(T, T_{Cref})$	1	$u_1(r_C)$
\bar{R}_1	ΣR_{1j}	$\Sigma (R_{1j} - \bar{R}_1)^2 / n(n-1)$	$-R_2/R_1^2$	$u_2(r_C)$
δR_{1cal}	0	$U(V_{ical})/k_{ical}$	$-R_2/R_1^2$	$u_3(r_C)$
δR_{1der}	0	$\Delta f_{ider}(t)$	$-R_2/R_1^2$	$u_4(r_C)$
δR_{1res}	0	$d_1/\sqrt{12}$	$-R_2/R_1^2$	$u_5(r_C)$
δR_{1T}	0	$\Delta f_{1T}(T, T_{mref})$	$-R_2/R_1^2$	$u_7(r_C)$
\bar{R}_2	ΣR_{2j}	$\Sigma (R_{2j} - \bar{R}_2)^2 / n(n-1)$	$1/R_1$	$u_8(r_C)$
δR_{2cal}	0	$U(V_{ical})/k_{ical}$	$1/R_1$	$u_9(r_C)$
δR_{2der}	0	$\delta R_{2dermax} \sqrt{12}$	$1/R_1$	$u_{10}(r_C)$
δR_{2res}	0	$d_2/\sqrt{2}$	$1/R_1$	$u_{11}(r_C)$
δR_{2T}	0	$\Delta f_{2T}(T, T_{mref})$	$1/R_1$	$u_{13}(r_C)$
r_C				$\sqrt{\Sigma u_i^2(r_C)}$

d) Cálculo de la incertidumbre expandida

Deben calcularse los grados de libertad efectivos del proceso de medida usando para ello la fórmula de Welch-Satterthwaite:

$$v_{eff} = \frac{u^4}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4}{v_i}} \quad (25)$$

En esta fórmula u es la incertidumbre combinada y u_i las distintas contribuciones individuales a la incertidumbre.

Una vez calculado el número efectivo de grados de libertad, se determina el factor de cobertura k que corresponde a un intervalo de confianza del 95 % según la distribución de Student.

La fórmula de Welch-Satterthwaite es muy complicada de manejar y con frecuencia no se dispone de los datos de grados de libertad de algunos componentes, por lo que muchas veces

no es posible calcular los grados efectivos de libertad. En este caso, si todos los componentes son del mismo orden de magnitud o si dominan los componentes de tipo B, se puede suponer que v_{eff} es muy alto y entonces $k=2$.

Se calcula la incertidumbre expandida a partir de la incertidumbre combinada, multiplicando esta última por el factor de cobertura k obtenido:

$$U(r_c) = k u(r_c) \quad (26)$$

6.2. Interpretación de los resultados

Se deberán establecer, en función del uso previsto para el divisor de tensión resistivo, unos límites de tolerancia de calibración, a partir de los cuales se considerará adecuada o no para su uso. En función de los límites de tolerancia y de las incertidumbres obtenidas pueden distinguirse los siguientes casos:

- a) La incertidumbre es inferior al límite de tolerancia. El divisor puede destinarse libremente a su uso previsto.
- b) La incertidumbre es superior a la tolerancia para el uso previsto. El divisor resistivo debe retirarse del servicio o destinarse a una aplicación menos exigente.

Un período razonable para la recalibración de estos instrumentos será entre 6 y 12 meses, aunque el intervalo de tiempo a asignar dependerá fundamentalmente del uso que se realice del instrumento, y de la variación que se observe con el paso del tiempo. El usuario del equipo será siempre el responsable de asignar el período de recalibración, y de revisarlo cuando sea preciso, considerando, por ejemplo, los resultados obtenidos con respecto a las calibraciones anteriores y a las tolerancias consideradas.

7. REFERENCIAS

7.1. Documentos necesarios para realizar la calibración

- * Manual de instrucciones del divisor de tensión resistivo a calibrar.
- * Manuales de instrucciones de los instrumentos utilizados (divisor resistivo patrón, fuente de tensión, voltímetros, medidor de resistencia).

7.2. Otras referencias para consulta

- [1] Vocabulario Internacional de Metrología. Conceptos fundamentales y generales y términos asociados. 3ª ed. en español (traducción de 3ª ed. en inglés), Centro Español de Metrología, 2009, NIPO 706-09-001-0.
- [2] Clasificación de instrumentos de Metrología Eléctrica. 2ª Edición. SCI-Ministerio de Industria y Energía. 1994.
- [3] Evaluación de datos de medición. Guía para la Expresión de la Incertidumbre de Medida. EDICIÓN DIGITAL 1 en español (traducción 1ª Ed. Sept. 2008) (original en inglés) Centro Español de Metrología . NIPO: 706-10-001-0.
- [4] Guía EA-4/02 M: 2013, Expresión de la incertidumbre de medida en las calibraciones, Rev. 01, Septiembre 2013.
- [5] UNE-EN ISO 10012:2003, Sistemas de gestión de las mediciones. Requisitos para los procesos de medición y los equipos de medición. (ISO 10012:2003).
- [6] Procedimiento para la elaboración de procedimientos de calibración. Grupo de Trabajo MINER-CEM. Ed. 2, Tres Cantos, Madrid. Año 2000.

8. ANEXOS

8.1. Anexo I: Ejemplo de Calibración de un Divisor de Tensión Resistivo por los dos métodos descritos

A) Comparación con divisor patrón

Se va a calibrar un divisor de tensión resistivo de relación nominal 10:1, por comparación con un divisor patrón cuya certificado de calibración indica una relación de $R_p = 10,000\ 12 \pm 0,000\ 04$ ($k=2$). De acuerdo con el historial del divisor patrón, se sabe que tiene una deriva de $(2 \pm 1) \cdot 10^{-6}$ /año, en términos relativos y fue calibrado hace tres meses. Los divisores tienen una variación con la temperatura de $(3 \pm 2) \cdot 10^{-6}$ /°C para el divisor a calibrar y $(0 \pm 1) \cdot 10^{-6}$ /°C para el divisor patrón, igualmente expresado en términos relativos.

Las medidas se realizaron con un voltímetro digital para medir la tensión central y la total del divisor y dos detectores de cero para las tensiones extremas. Los detectores fueron ajustados a cero poniéndolos en corto antes de las medidas. El certificado de calibración del voltímetro digital indica una incertidumbre por calibración de $(10 \cdot 10^{-6}\ V + 60\ nV)$ en la escala de 100 mV y de $(4 \cdot 10^{-6}\ V + 1\ \mu V)$ en la escala de 10 V. Se observa a partir del historial del voltímetro digital que su deriva entre calibraciones es como máximo de $(10 \cdot 10^{-6}\ V + 50\ nV)$ en la escala de 100 mV y de $(6 \cdot 10^{-6}\ V + 1,5\ \mu V)$ en la escala de 10 V y tiene un coeficiente de variación con la temperatura de $(0 \pm 2) \cdot 10^{-6}$ /°C en las dos escalas. Su resolución es de 10 nV en la escala de 100 mV y de 100 nV en la escala de 10 V.

Todas las medidas se realizaron a una temperatura de $(23,1 \pm 0,1)$ °C. La temperatura de referencia de todos los instrumentos es de 23 °C.

Primeramente hay que calcular el valor y la incertidumbre de los componentes asociados a los divisores. Hay que tener en cuenta que para este método el dato necesario es la relación entrada/salida y que nos han dado la relación salida/entrada. Por tanto, debemos invertir el valor de la relación del divisor patrón y referir las incertidumbres a esta nueva relación. Para ello, considerar que la incertidumbre relativa es la misma para una medida y para su inversa. Las incertidumbres que se den en valor absoluto deben convertirse en relativas dividiendo por el valor nominal de la relación, y luego convertir de nuevo las relativas en absolutas multiplicando por el valor nominal de la relación salida/entrada. De acuerdo con esto:

$$r_p = 1/R_p = 1/10,000\ 12 = 0,099\ 998\ 8$$

$$u(\delta r_{pca}) = (u(\delta R_{pca})/R_p) \cdot r_p = (4 \cdot 10^{-5}/10) \cdot 0,1 = 4 \cdot 10^{-7}.$$

La corrección por deriva y su incertidumbre serán:

$$\delta r_{pder} = (\delta r_{pder}/r_p) \cdot r_p = (2 \cdot 10^{-6}/\text{año} \cdot 0,25\ \text{años}) r_p = 5 \cdot 10^{-8}$$

$$u(\delta r_{pder}) = u(\delta r_{pder}/r_p) \cdot r_p = (1 \cdot 10^{-6}/\text{año} \cdot 0,25\ \text{años}) r_p = 2,5 \cdot 10^{-8}.$$

Análogamente las correcciones por temperatura de los dos divisores serán:

$$\delta r_{pT} = (\delta r_{pT}/r_p) \cdot r_p = 0$$

$$\delta r_{CT} = (\delta r_{CT}/r_p) \cdot r_p = (3 \cdot 10^{-6}/\text{°C} \cdot 0,1\ \text{°C}) r_p = 3 \cdot 10^{-8}.$$

Las incertidumbres de estas correcciones se calculan considerando que el máximo error posible se daría cuando la temperatura alcanzase 23,2 °C. Aplicando la fórmula para la distribución rectangular:

$$u(\delta r_{pT}) = u(\delta r_{pT} / r_p) \cdot r_p / \sqrt{12} = (1 \cdot 10^{-6} / ^\circ\text{C} \cdot 0,2 \text{ } ^\circ\text{C}) r_p / \sqrt{12} = 6 \cdot 10^{-9}$$

$$u(\delta r_{CT}) = u(\delta r_{CT} / r_C) \cdot r_C / \sqrt{12} = (2 \cdot 10^{-6} / ^\circ\text{C} \cdot 0,2 \text{ } ^\circ\text{C}) r_C / \sqrt{12} = 1,2 \cdot 10^{-8}$$

Se realizaron cinco medidas de la tensión central V_2 y de la tensión total V_C y también se anotaron los límites de deflexión de los detectores que miden las tensiones extremas V_1 y V_3 .

Los resultados obtenidos en las medidas de V_2 y V_C fueron:

Tabla IV. Resultados de las medidas

Medida	Lectura V_2	Lectura V_C
1	132,12 μV	10,000 334 5 V
2	132,15 μV	10,000 334 6 V
3	132,13 μV	10,000 334 5 V
4	132,17 μV	10,000 334 9 V
5	132,12 μV	10,000 335 2 V

de donde se obtiene:

$$\bar{V}_2 = \frac{\sum_{i=1}^5 V_{2i}}{5} = 132,138 \mu\text{V}; u^2(V_2) = \frac{\sum_{i=1}^5 (V_{2i} - \bar{V}_2)^2}{20} = 10 \text{ nV}$$

$$\bar{V}_C = \frac{\sum_{i=1}^5 V_{Ci}}{5} = 10,000 334 74 \text{ V}; u^2(V_C) = \frac{\sum_{i=1}^5 (V_{Ci} - \bar{V}_C)^2}{20} = 78 \text{ nV}$$

La incertidumbre por calibración del voltímetro es, para V_2 y V_C :

$$\delta V_{2cal} = 0; u(\delta V_{2cal}) = (10 \cdot 10^{-6} \cdot 132,138 \mu\text{V} + 60 \text{ nV}) / 2 = 31 \text{ nV}$$

$$\delta V_{Ccal} = 0; u(\delta V_{Ccal}) = (4 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \text{ V} + 1 \mu\text{V}) / 2 = 41 \mu\text{V}$$

De acuerdo con el historial del voltímetro digital, su deriva máxima es de $(10 \cdot 10^{-6} \text{ V} + 50 \text{ nV})$ en la escala de 100 mV y de $(6 \cdot 10^{-6} \text{ V} + 1,5 \mu\text{V})$ en la escala de 10 V. Por tanto, las correcciones e incertidumbres por deriva serán:

$$\delta V_{2der} = 0; u(\delta V_{2der}) = (10 \cdot 10^{-6} \cdot 132,138 \mu\text{V} + 50 \text{ nV}) / \sqrt{12} = 15 \text{ nV}$$

$$\delta V_{Cder} = 0; u(\delta V_{Cder}) = (6 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \text{ V} + 1,5 \mu\text{V}) / \sqrt{12} = 17,8 \mu\text{V}$$

De manera similar a como se hizo para los divisores, se calcula que el máximo error se daría para una temperatura de 23,2 °C y se aplica la distribución rectangular:

$$\delta V_{2T} = 0; u(\delta V_{2T}) = (2 \cdot 10^{-6} \cdot 132,138 \mu\text{V}) / \sqrt{12} = 0,09 \text{ nV}$$

$$\delta V_{CT} = 0; u(\delta V_{CT}) = (2 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \text{ V}) / \sqrt{12} = 5,8 \mu\text{V}$$

La incertidumbre debida a la resolución del voltímetro se calcula con la fórmula bien conocida:

$$\delta V_{2res} = 0; u(\delta V_{2res}) = (10 \text{ nV})/\sqrt{12} = 2,9 \text{ nV}$$

$$\delta V_{Cres} = 0; u(\delta V_{Cres}) = (100 \text{ nV})/\sqrt{12} = 29 \text{ nV}.$$

Los límites de deflexión para V_1 y V_3 son:

$$V_{1max} = 100 \text{ nV}; V_{1min} = -20 \text{ nV}$$

$$V_{3max} = 80 \text{ nV}; V_{3min} = -40 \text{ nV}.$$

Aplicando las fórmulas de la distribución rectangular, tendríamos:

$$\bar{V}_1 = (V_{1max} + V_{1min})/2 = (100 \text{ nV} - 20 \text{ nV})/2 = 40 \text{ nV}$$

$$u(\bar{V}_1) = (V_{1max} - V_{1min})/2 = (100 \text{ nV} + 20 \text{ nV})/\sqrt{12} = 35 \text{ nV}$$

$$\bar{V}_3 = (V_{3max} + V_{3min})/2 = (80 \text{ nV} - 40 \text{ nV})/2 = 20 \text{ nV}$$

$$u(\bar{V}_3) = (V_{3max} - V_{3min})/2 = (80 \text{ nV} + 40 \text{ nV})/\sqrt{12} = 35 \text{ nV}.$$

Como los dos detectores de cero han sido ajustados antes de la medida, las correcciones asociadas a calibración, deriva y condiciones ambientales son todas iguales a cero, e igual sucede con las incertidumbres asociadas a estas correcciones.

Con todos estos datos se pueden dar las tablas de valores siguientes para las cuatro tensiones V_1 , V_2 , V_3 y V_C :

Tabla V. Valores para la tensión V_1

Magnitud	Esperanza matemática	Incertidumbre típica	Coficiente sensibilidad	Contribuc. incert.
\bar{V}_1	40 nV	35 nV	1·	35 nV
V_{1cal}	0	0	1	0
V_{1der}	0	0	1	0
V_{1res}	0	0	1	0
V_{1T}	0	0	1	0
V_1	40 nV			35 nV

Tabla VI. Valores para la tensión V_2

Magnitud	Esperanza matemática	Incertidumbre típica	Coficiente sensibilidad	Contribuc. incert.
\bar{V}_2	132,138 μV	10 nV	1·	10 nV
V_{2cal}	0	90 nV	1	90 nV
V_{2der}	0	150 nV	1	150 nV
V_{2res}	0	2,9 nV	1	2,9 nV
V_{2T}	0	0,09 nV	1	0,09 nV
V_2	132,138 μV			175 nV

Tabla VII. Valores para la tensión V_3

Magnitud	Esperanza matemática	Incertidumbre típica	Coficiente sensibilidad	Contribuc. incert.
\bar{V}_3	2 μV	35 nV	1	35 nV
V_{3cal}	0	0	1	0
V_{3der}	0	0	1	0
V_{3res}	0	0	1	0
V_{3T}	0	0	1	0
V_3	2 μV			35 nV

Tabla VIII. Valores para la tensión V_C

Magnitud	Esperanza matemática	Incertidumbre típica	Coficiente sensibilidad	Contribuc. incert.
\bar{V}_C	10,000 334 74 V	78 nV	1	78 nV
V_{Ccal}	0	41 μV	1	41 μV
V_{Cder}	0	18 μV	1	17,8 μV
V_{Cres}	0	5,8 μV	1	5,8 μV
V_{CT}	0	29 nV	1	29 nV
V_C	10,000 334 74 V			54 μV

Teniendo ya determinado el valor de todas las variables de entrada, podemos aplicar la ecuación desarrollada del método de medida y así obtener el valor buscado de calibración:

$$r_C = r_p + \delta r_{pder} + \delta r_{pT} - \delta r_{CT} + \frac{V_2 - r_p V_1 + (r_p - 1)V}{V_C}$$

Aplicando los valores obtenidos de todas las variables la relación del divisor sería:

$$r_C = 0,0999988 + 5 \cdot 10^{-8} + 0 - 3 \cdot 10^{-8} + \frac{132,138 \mu\text{V} - 0,1 \cdot 4 \mu\text{V} + (-0,9 \cdot 2 \mu\text{V})}{10,000 334 74 \text{ V}} = 0,1000118$$

El cálculo de incertidumbres, sería, de acuerdo con la Tabla I y los valores encontrados de las incertidumbres:

Tabla IX. Valores de incertidumbre

Magnitud	Esperanza matemática	Incertidumbre típica	Coficiente sensibilidad	Contribuc. incert.
r_p	0,099 998 8	$4 \cdot 10^{-7}$	1	$4 \cdot 10^{-7}$
r_{pder}	$5 \cdot 10^{-8}$	$2,5 \cdot 10^{-8}$	1	$2,5 \cdot 10^{-8}$
r_{pT}	0	$6 \cdot 10^{-9}$	1	$6 \cdot 10^{-9}$
r_{CT}	$3 \cdot 10^{-8}$	$1,2 \cdot 10^{-8}$	-1	$1,2 \cdot 10^{-8}$
V_1	40 nV	35 nV	$1 \cdot 10^{-2} V^{-1}$	$3,5 \cdot 10^{-10}$
V_2	132,138 μ V	175 nV	$1 \cdot 10^{-1} V^{-1}$	$1,75 \cdot 10^{-8}$
V_3	20 nV	35 nV	$-9 \cdot 10^{-2} V^{-1}$	$3,15 \cdot 10^{-9}$
V_C	10,000 334 74 V	54 μ V	$1,3 \cdot 10^{-6} V^{-1}$	$7 \cdot 10^{-11}$
r_C	0.100 011 8			$4 \cdot 10^{-7}$

De acuerdo con estos datos el valor de calibración del divisor es:

$$r_C = 0,100\ 011\ 8 \pm 8 \cdot 10^{-7} = 0.100\ 011\ 8(1 \pm 8 \cdot 10^{-6}) \quad (k=2)$$

para el valor de la relación salida/entrada, o bien:

$$r_C = 9.998\ 82(1 \pm 8 \cdot 10^{-6}) \quad (k=2)$$

para la relación entrada/salida.

B) Calibración por medida de resistencias

Las resistencias de entrada y de salida del mismo divisor de los apartados anteriores se miden con la función resistencia de un multímetro que tiene una resolución de 1 m Ω en su escala de 10 k Ω y de 10 m Ω en la escala de 100 k Ω con unas varianzas respectivas de 225 m Ω^2 y de 22 500 m Ω^2 . El certificado de calibración del multímetro indica una incertidumbre de ($5 \cdot 10^{-6} \cdot \text{lectura} + 2\text{ m}\Omega$) en la escala de 10 kV y de ($5 \cdot 10^{-6} \cdot \text{lectura} + 30\text{ m}\Omega$) en la escala de 100 k Ω con $k = 2$. Del historial del multímetro se deduce una variación máxima entre calibraciones de $3 \cdot 10^{-6} \cdot \text{lectura}$ para ambas escalas. Los coeficientes máximos de temperatura son de $2 \cdot 10^{-6}/^\circ\text{C}$ en la escala de 10 k Ω y de $2,5 \cdot 10^{-6}/^\circ\text{C}$ en la escala de 100 k Ω . Las medidas se han realizado a una temperatura de $(23,1 \pm 0,1) ^\circ\text{C}$. Se han realizado 25 medidas de cada una de las dos resistencias.

Los valores medios obtenidos fueron (por simplicidad, no se dan las lecturas individuales):

Resistencia	Resultado
R_1	10 000,019
R_2	100 000,02

Tabla X. Valores medios obtenidos

Las incertidumbres por la dispersión de las lecturas son:

$$u(R_1) = \frac{\sqrt{s_1^2}}{\sqrt{9}} = 3 \text{ m}\Omega; u(R_2) = \frac{\sqrt{s_2^2}}{\sqrt{25}} = 30 \text{ m}\Omega.$$

Las incertidumbres por calibración son:

$$\delta R_{1cal} = 0; u(\delta R_{1cal}) = U_{cal}(10 \text{ k}\Omega)/k = (5 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \text{ k}\Omega + 20 \text{ m}\Omega)/2 = 35 \text{ m}\Omega$$

$$\delta R_{2cal} = 0; u(\delta R_{2cal}) = U_{cal}(100 \text{ k}\Omega)/k = (5 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \text{ k}\Omega + 300 \text{ m}\Omega)/2 = 400 \text{ m}\Omega.$$

Las incertidumbres por deriva son:

$$\delta R_{1der} = 0; u(\delta R_{1der}) = (3 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \text{ k}\Omega)/\sqrt{12} = 9 \text{ m}\Omega$$

$$\delta R_{2der} = 0; u(\delta R_{2der}) = (3 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \text{ k}\Omega)/\sqrt{12} = 90 \text{ m}\Omega.$$

Las incertidumbres por resolución del medidor se calculan, como siempre por la fórmula:

$$\delta R_{1res} = 0; u(\delta R_{1res}) = (1 \text{ m}\Omega)/\sqrt{12} = 0,29 \text{ m}\Omega$$

$$\delta R_{2res} = 0; u(\delta R_{2res}) = (10 \text{ m}\Omega)/\sqrt{12} = 2,9 \text{ m}\Omega.$$

Las incertidumbres por variación de la temperatura son, considerando que el máximo error se daría para T=23,2 °C:

$$\delta R_{1T} = 0; u(\delta R_{1T}) = (2 \cdot 10^{-6} \cdot 0,2 \cdot 10 \text{ k}\Omega)/\sqrt{12} = 1,2 \text{ m}\Omega$$

$$\delta R_{2T} = 0; u(\delta R_{2T}) = (2,5 \cdot 10^{-6} \cdot 0,2 \cdot 100 \text{ k}\Omega)/\sqrt{12} = 15 \text{ m}\Omega.$$

Como el divisor es el mismo y las medidas se realizaron a la misma temperatura, la corrección e incertidumbre por temperatura son las mismas que en los dos métodos anteriores.

$$\delta r_{CT} = (\delta r_{CT}/r_p) \cdot r_p = (3 \cdot 10^{-6}/^\circ\text{C} \cdot 0,1 \text{ }^\circ\text{C}) r_p = 3 \cdot 10^{-6}$$

$$u(\delta r_{CT}) = u(\delta r_{CT}/r_c) \cdot r_c/\sqrt{12} = (2 \cdot 10^{-6}/^\circ\text{C} \cdot 0,2 \text{ }^\circ\text{C}) r_c/\sqrt{12} = 1,2 \cdot 10^{-6},$$

donde nuevamente se ha puesto en términos absolutos la corrección indicada en términos relativos.

Aplicando la fórmula de este método:

$$r_c = \frac{\overline{R_2} + \delta R_{2cal} + \delta R_{2der} + \delta R_{2res} + \delta R_{2TR} + \delta R_{2Tm} - \delta r_{CT}}{R_1 + \delta R_{1cal} + \delta R_{1der} + \delta R_{1res} + \delta R_{1TR} + \delta R_{1Tm}} = 9,999980$$

y las incertidumbres son:

Tabla XI. Resumen final de incertidumbres

Magnitud	Esperanza matemática	Incertidumbre típica	Coefficiente sensibilidad	Contribuc. incert.
δr_{CT}	$3 \cdot 10^{-6}$	$1,2 \cdot 10^{-6}$	-1	$1,2 \cdot 10^{-6}$
\bar{R}_1	10 000,019	3 m Ω	$10^{-3} \Omega^{-1}$	$3 \cdot 10^{-6}$
δR_{1cal}	0	35 m Ω	$10^{-3} \Omega^{-1}$	$35 \cdot 10^{-6}$
δR_{1der}	0	9 m Ω	$10^{-3} \Omega^{-1}$	$9 \cdot 10^{-6}$
δR_{1res}	0	0,29 m Ω	$10^{-3} \Omega^{-1}$	$2,9 \cdot 10^{-7}$
δR_{1T}	0	1,2 m Ω	$10^{-3} \Omega^{-1}$	$1,2 \cdot 10^{-6}$
\bar{R}_2	100 000,02	30 m Ω	$10^{-4} \Omega^{-1}$	$3 \cdot 10^{-6}$
δR_{2cal}	0	400 m Ω	$10^{-4} \Omega^{-1}$	$40 \cdot 10^{-6}$
δR_{2der}	0	90 m Ω	$10^{-4} \Omega^{-1}$	$9 \cdot 10^{-6}$
δR_{2res}	0	2,9 m Ω	$10^{-4} \Omega^{-1}$	$2,9 \cdot 10^{-7}$
δR_{2T}	0	15 m Ω	$10^{-4} \Omega^{-1}$	$1,5 \cdot 10^{-6}$
r_C				$5,5 \cdot 10^{-5}$

De estos resultados se daría como resultado de calibración:

$$r_C = 9,999\,980 \pm 1,1 \cdot 10^{-4} = 9,999\,980(1 \pm 1,1 \cdot 10^{-5}) \quad (k=2)$$

para la relación entrada/salida, o bien:

$$r_C = 0,100\,000\,2 \pm 6,6 \cdot 10^{-6} = 0,100\,000\,2(1 \pm 1,1 \cdot 10^{-5}) \quad (k=2)$$

para la relación salida/entrada.

Metrología

NIPO: 113-20-002-9