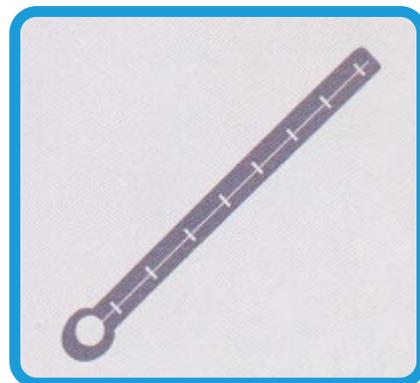
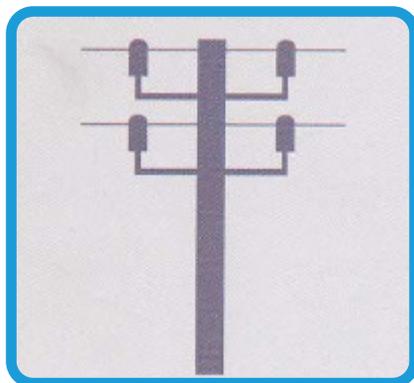
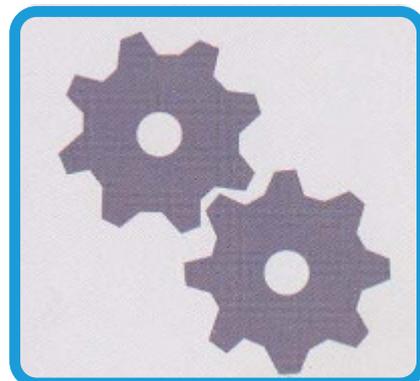
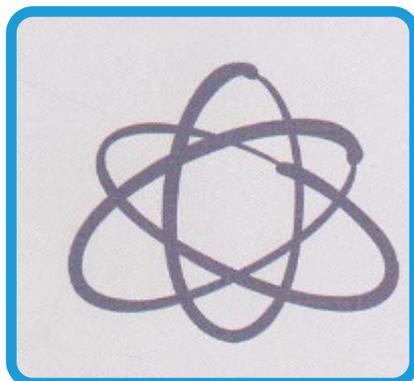
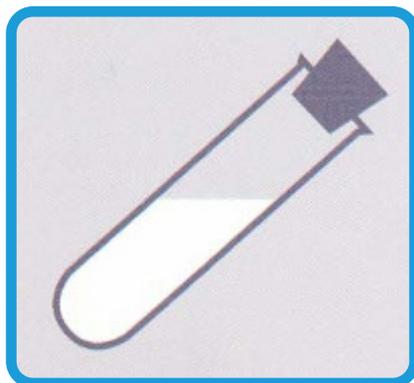


Metrología



PROCEDIMIENTO DI-015 PARA LA
CALIBRACIÓN DE MESAS DE
PLANITUD

m 19

PROCEDIMIENTO DI-015

CALIBRACIÓN DE MESAS DE PLANITUD

La presente edición de este procedimiento se emite exclusivamente en formato digital y puede descargarse gratuitamente de nuestra página web (www.cem.es).

Los procedimientos editados por el CEM presentan modelos de calibración, en línea con documentos clave universales como son el Sistema Internacional de unidades (SI), el Vocabulario internacional de metrología (VIM) o la Guía para la expresión de la incertidumbre de medida (GUM). Como modelos que son, los usuarios de los mismos pueden, bajo su responsabilidad, modificarlos para adecuarlos a sus necesidades específicas (instrumentación, condiciones ambientales, etc.). En tal caso, siempre deberá primar el sentido crítico y la ética profesional.

El CEM no acepta ninguna responsabilidad derivada de la interpretación y/o uso de este procedimiento.

El CEM no mantiene correspondencia sobre el contenido de los procedimientos.

ÍNDICE

	Página
1. OBJETO	3
2. ALCANCE	3
3. DEFINICIONES	3
4. GENERALIDADES.....	5
5. DESCRIPCIÓN	10
5.1. Equipos y materiales	10
5.2. Operaciones previas.....	13
5.3. Proceso de calibración.....	15
5.4. Toma y tratamiento de datos.....	16
6. RESULTADOS.....	20
6.1. Cálculo de incertidumbres.....	20
6.2. Interpretación de resultados	32
7. REFERENCIAS.....	33
8. ANEXOS	34
8.1 Ejemplo numérico.....	34

1.- OBJETO

El presente documento tiene por objeto describir uno de los posibles métodos para realizar la calibración de las denominadas "mesas de planitud", según las normas UNE 82309-1 (ref. [7]) y UNE 82309-2 (ref. [8]), y codificadas como D.06.05 en la Clasificación de Instrumentos de Metrología Dimensional (ref. [5]).

2. ALCANCE

Este documento es de aplicación a aquellas mesas de planitud de forma rectangular cuyo lado menor sea igual o superior a 300 mm y a aquellas otras de forma circular cuyo diámetro sea igual o superior a 450 mm.

3. DEFINICIONES

Las definiciones que a continuación se presentan han sido extraídas del Vocabulario Internacional de Metrología (ref. [2]) salvo aquellas correspondientes a instrumentos de medida que se corresponden con las recomendadas en las correspondientes normas UNE o ISO.

Calibración [2] (2.39)

Operación que bajo condiciones especificadas establece, en una primera etapa, una relación entre los valores y sus incertidumbres de medida asociadas obtenidas a partir de los patrones de medida, y las correspondientes indicaciones con sus incertidumbres asociadas y, en una segunda etapa, utiliza esta información para establecer una relación que permita obtener un resultado de medida a partir de una indicación.

NOTAS:

1. Una calibración puede expresarse mediante una declaración, una función de calibración, un diagrama de calibración, una curva de calibración o una tabla de calibración. En algunos casos, puede consistir en una corrección aditiva o multiplicativa de la indicación con su incertidumbre correspondiente.
2. Conviene no confundir la calibración con el ajuste de un sistema de medida, a menudo llamado incorrectamente "autocalibración", ni con una verificación de la calibración.
3. Frecuentemente se interpreta que únicamente la primera etapa de esta definición corresponde a la calibración.

Incertidumbre (de medida) [2] (2.26)

Parámetro no negativo que caracteriza la dispersión de los valores atribuidos a un mensurando, a partir de la información que se utiliza.

NOTAS:

1. La incertidumbre de medida incluye componentes procedentes de efectos sistemáticos, tales como componentes asociadas a correcciones y a valores asignados a patrones, así como la incertidumbre debida a la definición. Algunas veces no se corrigen los efectos sistemáticos estimados y en su lugar se tratan como componentes de incertidumbre.

2. El parámetro puede ser, por ejemplo, una desviación típica, en cuyo caso se denomina incertidumbre típica de medida (o un múltiplo de ella), o la semiamplitud de un intervalo con una probabilidad de cobertura determinada..
3. En general, la incertidumbre de medida incluye numerosas componentes. Algunas pueden calcularse mediante una evaluación tipo A de la incertidumbre de medida, a partir de la distribución estadística de los valores que proceden de las series de mediciones y pueden caracterizarse por desviaciones típicas. Las otras componentes, que pueden calcularse mediante una evaluación tipo B de la incertidumbre de medida, pueden caracterizarse también por desviaciones típicas, evaluadas a partir de funciones de densidad de probabilidad basadas en la experiencia u otra información.
4. En general, para una información dada, se sobrentiende que la incertidumbre de medida está asociada a un valor determinado atribuido al mensurando. Por tanto, una modificación de este valor supone una modificación de la incertidumbre asociada.

Dispositivo Medidor de Desplazamientos Angulares (DMDA)

Instrumento capaz de medir pequeños desplazamientos angulares de manera directa. Los más habituales son los autocolimadores fotoeléctricos, los niveles electrónicos y los sistemas láser con las ópticas adecuadas.

División de escala

Parte de una escala comprendida entre dos trazos consecutivos cualesquiera

Repetibilidad (de los resultados de las mediciones) [2] (2.21)

Precisión de medida; es decir, proximidad entre las indicaciones o los valores medidos obtenidos en mediciones repetidas de un mismo objeto, o de objetos similares, bajo condiciones de repetibilidad.

NOTAS:

1. Las condiciones de repetibilidad comprenden:
 - El mismo procedimiento de medida.
 - Los mismos operadores.
 - El mismo sistema de medida
 - Las mismas condiciones de operación.
 - El mismo emplazamiento.
 - Repetición de las medidas durante un corto periodo de tiempo.
2. Es habitual que la precisión de medida, en este caso la de repetibilidad, se exprese numéricamente mediante medidas de dispersión tales como la desviación típica, la varianza o el coeficiente de variación bajo las condiciones especificadas.

Defecto de Planitud

Se considera como defecto de planitud la distancia entre dos planos paralelos que limitan a la superficie en cuestión, uno de ellos pasando por el pico más alto y el otro por el valle más bajo de dicha superficie. Como referencia para la orientación de dichos planos suele tomarse la superficie de mínimos cuadrados; es decir aquella para la que se cumple que la suma de los cuadrados de las desviaciones observadas es un valor mínimo.

4. GENERALIDADES

Las mesas de planitud son utilizadas como planos o superficies de referencia en multitud de actividades metrológicas. Generalmente están fabricadas en acero fundido [7] o en granito [8].

Las mesas de planitud deben apoyarse isostáticamente en tres puntos (de altura regulable) elegidos de tal forma que la flexión de la superficie de trabajo sea mínima. Las mesas de dimensiones superiores a 1000 mm x 630 mm deben, asimismo, disponer de otros tres puntos adicionales de apoyo que en condiciones normales no trabajan. Su finalidad es incrementar la estabilidad de la mesa con el fin de evitar accidentes (ver [7] y [8]).

Toda mesa de planitud debe ser sometida a una calibración en el momento de su recepción. Asimismo, a lo largo de su vida debería ser recalibrada con una periodicidad adecuada.

La calibración en el momento de la recepción debería ser más amplia y detallada, incluyéndose verificaciones adicionales tales como el examen del estado en el cual se encuentra la mesa y su fijación.

En todos los casos se realizará una cuantificación del defecto planitud que presenta la superficie de trabajo de la mesa conjuntamente con su correspondiente incertidumbre asociada. Para realizarlo se deberá adoptar un determinado método de exploración de la superficie y un instrumento de medida adecuado.

Los detalles particulares del procedimiento de calibración pueden presentar diferencias en función del material de la mesa.

Debido a limitaciones en la extensión del presente documento y con el fin de simplificar al máximo la exposición de su contenido, se ha considerado oportuno describir un único método de exploración (el denominado **método de exploración por entramado** (véanse ref. [6], [9] y [10]).

Las mediciones a realizar cuando se utiliza el método de exploración por entramado son medidas de la variación de la pendiente de la superficie de la mesa. Por tanto, los instrumentos a utilizar deben ser dispositivos medidores de desplazamientos angulares (DMDA) capaces de medir dichos desplazamientos en un plano vertical. Estos instrumentos pueden ser los siguientes, entre otros:

- ❑ Niveles ópticos de medida.
- ❑ Niveles electrónicos.
- ❑ Autocolimadores.
- ❑ Sistemas Interferométricos Láser equipados con ópticas para medidas angulares y bases para la realización de medidas del defecto de planitud.

Las mediciones se deben realizar en ausencia de cualquier fuerza externa (salvo el propio peso del captador del DMDA). Los contactos del DMDA con la mesa no deberán ser nunca puntuales (especialmente en mesas de materiales metálicos).

Descripción del procedimiento de exploración por entramado

Requiere el dibujo de una **retícula** sobre la superficie de la mesa (véase párrafo "d" del apartado 5.2 y figura 2). Los puntos de intersección de las líneas de dicha retícula (los cuales se denominarán **nodos**) serán aquellos cuyas cotas o alturas serán determinadas.

La distancia entre líneas de la retícula ℓ debe ser igual a la distancia entre apoyos de la base del captador del DMDA, resultando apropiada en la mayor parte de los casos la de 100 mm. El número de tramos en cada lado de la retícula debe ser el mayor posible y preferiblemente par, a fin de poder asegurar que el punto central (**PC**) de la retícula es un nodo.

Se denominarán **perfiles horizontales** H_i ($i = 0 \dots I$) aquellos paralelos al lado de la mesa en el cual se encuentre la etiqueta identificativa de la mesa (marca, modelo, número de serie). Comenzarán a numerarse (partiendo de cero) desde el perfil más alejado de la etiqueta. La longitud total de estos perfiles horizontales será $L_H = \ell \cdot J$, donde J es el número de tramos en dichos perfiles.

Se denominarán **perfiles verticales** V_j ($j = 0 \dots J$) aquellos perpendiculares a los horizontales. Comenzarán a numerarse (partiendo de cero) a partir del perfil situado más a la izquierda cuando se mira la superficie de la mesa desde la posición correspondiente a la etiqueta identificativa. La longitud total de estos perfiles verticales será $L_V = \ell \cdot I$, donde I es el número de tramos en dichos perfiles.

Los nodos se identificarán a través de un doble subíndice. Así, el nodo N_{ij} será la intersección entre el perfil vertical j y el horizontal i ; donde i varía entre 0 e I y j varía entre 0 y J . El número total de nodos es, consiguientemente, $(I + 1) \cdot (J + 1)$.

Se denominarán **vértices** de la retícula a los cuatro vértices del rectángulo que forma la frontera exterior de la retícula. El situado en la posición superior izquierda se denominará **V1**, el situado en la superior derecha **V2**, el situado en la inferior izquierda **V3** y el situado en la inferior derecha **V4**.

Se trazarán también las dos diagonales de la retícula: la diagonal **D1** (o principal) que va del vértice V2 al V3 pasando por PC y la diagonal **D2** (o secundaria). Dichas diagonales se dividirán en tramos de igual longitud ℓ_D . El número **D** de tramos sobre las diagonales se elegirá de forma que éste sea par y que la longitud ℓ_D sea lo más parecida posible a ℓ (la distancia entre apoyos del captador del DMDA).

El método está basado en la determinación de las alturas de los nodos de un perfil a partir de medición de las pendientes de cada uno de sus tramos. Supóngase un perfil con n tramos (y por tanto con $n + 1$ nodos) de longitud ℓ . Sea α_i el ángulo que forma el tramo i (aquel cuyos extremos son los nodos $i - 1$ e i) respecto a una referencia (la horizontal en el caso de que el DMDA sea un nivel). α_i es la lectura directa proporcionada por el DMDA. Si toma como referencia un plano respecto al cual los nodos extremos del perfil (0 y n) poseen cota nula, entonces las alturas h_i de los nodos intermedios podrán obtenerse utilizando las siguientes expresiones:

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \alpha_i \quad h_i = \ell \cdot \sum_{k=1}^i (\alpha_k - \bar{\alpha})$$

NOTA:

Dado que los ángulos α son muy pequeños, se realizarán siempre las aproximaciones $\alpha \approx \sin \alpha \approx \tan \alpha$.

Figura 1: Exploración de un perfil

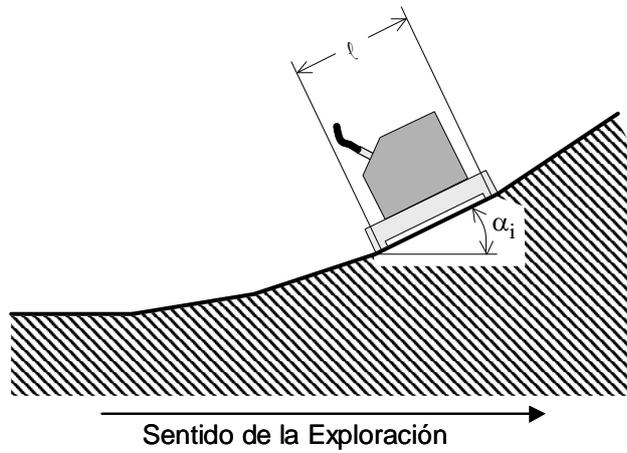


Figura 2: Entramado, retícula o malla de exploración

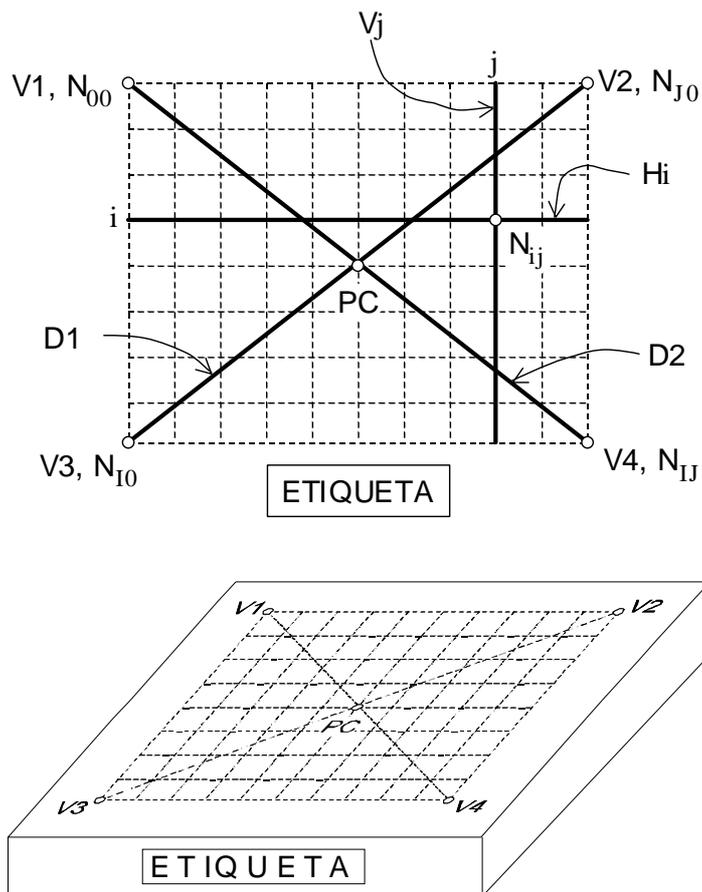
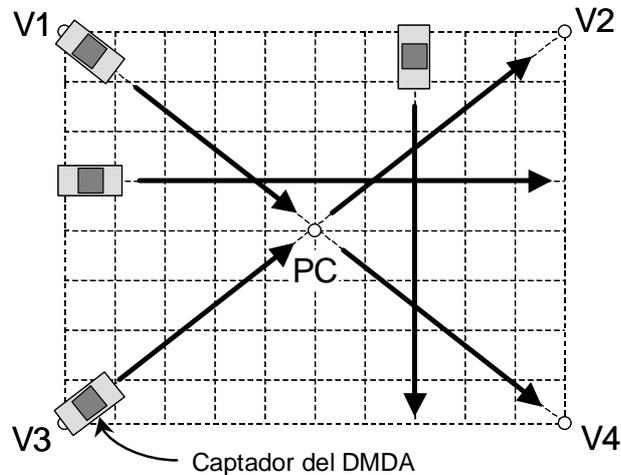


Figura 3: Sentido en el que se exploran los perfiles



Si las cotas de los nodos extremos (0 y n) no son nulas, pero son conocidas, siendo iguales respectivamente a H_0 y H_n , las alturas de los nodos intermedios serían:

$$h_i = \ell \cdot \sum_{k=1}^i (\alpha_k - \bar{\alpha}) + H_0 \cdot \frac{n-i}{n} + H_n \cdot \frac{i}{n}$$

El método general consiste en establecer tres vértices (V1, V2 y V3) que definan un primer plano de referencia π_1 . Respecto a él se determina la cota H_{PC} del punto central PC trabajando con los ángulos medidos sobre la diagonal principal D1 (aquella que pasa por V2, PC y V3). A continuación se obtiene la cota H del cuarto vértice V4 trabajando con los ángulos obtenidos sobre la diagonal secundaria (aquella que pasa por V1, PC y V4). La cota H del cuarto vértice sería:

$$\bar{\alpha}_2^{(D)} = \frac{1}{D} \sum_{k=1}^D \alpha_{2k}^{(D)}; \quad H_{PC} = \ell_D \cdot \sum_{k=1}^{D/2} [\alpha_{2k}^{(D)} - \bar{\alpha}_2^{(D)}]; \quad H = 2 \left\{ H_{PC} - \ell_D \cdot \sum_{k=1}^{D/2} [\alpha_{2k}^{(D)} - \bar{\alpha}_2^{(D)}] \right\}$$

Una vez obtenidas las cotas de V1, V2, V3, PC y V4, se explora la superficie a lo largo de las líneas horizontales y verticales de la retícula, lo que permite obtener las cotas z_{ij} de cada uno de los nodos N_{ij} de la retícula respecto de dicho plano.

Cuando se tienen las cotas de todos los puntos de la retícula respecto al plano de referencia inicial π_1 (aquel que contiene a los vértices V1, V2 y V3) se determina un nuevo plano de referencia que será el plano de mínimos cuadrados π_{MC} . Respecto de este plano se determinarán las nuevas cotas $z_{ij}^{(MC)}$ de los nodos de la retícula obteniéndose así el mapa de desviaciones de planitud.

La diferencia entre la cota máxima y la cota mínima respecto del plano π_{MC} proporciona el defecto de planitud P :

$$P = \max \{ z_{ij} \} - \min \{ z_{ij} \}$$

Existen otros métodos de exploración descritos en las referencias [6] y [9], como el de exploración en doble cruz. Sin embargo, frente a otros métodos alternativos, el de exploración por entramado posee la gran ventaja de realizar una exploración homogénea y bastante completa de la superficie de trabajo de la mesa de planitud, lo cual es particularmente importante en el caso de mesas de calidad elevada.

Nomenclatura

$I; J$ y D	Número de tramos en los perfiles horizontales, verticales y en las diagonales respectivamente.
l y l_D	Longitud de los tramos de los perfiles y de las diagonales respectivamente.
<i>Superíndices</i> $^{(H)}$; $^{(V)}$ y $^{(D)}$	Relativo a perfiles horizontales, verticales y diagonales respectivamente.
$\alpha_{pk}^{(H)}$; $\alpha_{pk}^{(V)}$ y $\alpha_{pk}^{(D)}$	Ángulo de pendiente del tramo k correspondiente al perfil p (horizontal, vertical o diagonal respectivamente).
$h_{pk}^{(H)} = l \cdot \sum_{q=1}^k [\alpha_{pq}^{(H)} - \bar{\alpha}_p^{(H)}]$ $h_{pk}^{(V)} = l \cdot \sum_{q=1}^k [\alpha_{pq}^{(V)} - \bar{\alpha}_p^{(V)}]$ $h_{pk}^{(D)} = l_D \cdot \sum_{q=1}^k [\alpha_{pq}^{(D)} - \bar{\alpha}_p^{(D)}]$	Altura del nodo k del tramo p (horizontal, vertical o diagonal respectivamente) en el supuesto de que las alturas del primer y último nodo fueran nulas.
π_1	Plano de referencia respecto del cual los vértices V1 (nodo N_{00}), V2 (nodo N_{0J}) y V3 (nodo N_{10}) poseen cota nula.
H	Cota del vértice V4 (nodo N_{IJ}) respecto de π_1 .
z_{ij}	Cota del nodo N_{ij} (intersección del perfil horizontal i con el vertical j) respecto de π_1 .
$z_{ij}^{(1)} = \frac{ij}{IJ} \cdot H$ $z_{ij}^{(2)} = \frac{i}{I} \cdot h_{Ij}^{(H)} + \frac{I-i}{I} \cdot h_{0j}^{(H)}$ $z_{ij}^{(3)} = \frac{j}{J} \cdot h_{ji}^{(V)} + \frac{J-j}{J} \cdot h_{0i}^{(V)}$ $z_{ij}^{(4)} = h_{ij}^{(H)}; z_{ij}^{(5)} = h_{ji}^{(V)}$	Parámetros intermedios que permiten determinar z_{ij} de acuerdo con la expresión: $z_{ij} = z_{ij}^{(1)} + \frac{z_{ij}^{(2)} + z_{ij}^{(3)} + z_{ij}^{(4)} + z_{ij}^{(5)}}{2}$
$z_{ij}^{(MC)}$	Cota del nodo N_{ij} (intersección del perfil horizontal H_i con el vertical V_j) respecto a un plano de mínimos cuadrados.
$P = \max \{z_{ij}^{(MC)}\} - \min \{z_{ij}^{(MC)}\}$	Defecto de planitud.

NOTA:

Se aceptará que el plano de mínimos cuadrados π_{MC} es paralelo a la superficie de forma geométrica ideal (ver definición de defecto de planitud, apartado 3). En este caso, es inmediato comprobar que la expresión antes mencionada para el defecto de planitud coincide con la definición de defecto de planitud incluida en la normas UNE [12] o ISO [13]. Desde un punto de vista estrictamente matemático π_{MC} no es exactamente paralelo a la superficie geométrica ideal. Sin embargo, en la práctica la falta de paralelismo entre ambos suele ser despreciable.

5. DESCRIPCIÓN

5.1. Equipos y Materiales

Para realizar la calibración de una mesa de planitud es necesario disponer de los siguientes elementos:

- a) Un **Dispositivo Medidor de Desplazamientos Angulares** (DMDA) capaz de medir las variaciones en la pendiente de la superficie de trabajo de la mesa al desplazar el captador de dicho DMDA sobre esa superficie. Los dispositivos de este tipo más utilizados son los siguientes:
- Niveles ópticos de medida.
 - Niveles electrónicos.
 - Autocolimadores.
 - Sistemas Interferométricos Láser (SIL).

En el caso de los autocolimadores y los SIL es necesario disponer de ciertos elementos adicionales (espejos, ópticas para medidas angulares, bases, etc...) para poder realizar la medida del defecto de planitud. El tipo y número de estos elementos depende del instrumento concreto utilizado e incluso del propio fabricante por lo que se remite al lector a los manuales de dichos instrumentos.

En el caso de los niveles ópticos suele ser necesario disponer de dos bloques patrón de la misma longitud nominal, igual o inferior a 25 mm. Dichos bloques se marcarán de forma que sea posible asegurar que siempre son colocados en la misma posición relativa respecto del nivel (ver Figura 4).

En la tabla siguiente se incluye una recomendación respecto del tipo de instrumento a utilizar en función de la calidad de la mesa:

Calidad de la Mesa Según UNE-82309-2	Instrumento	División de Escala E
Calidad 0	Sistema Interferométrico Láser ó Autocolimador	$E \leq 0,5''$ ó $E \leq 2,5 \mu\text{rad}$ ó $E \leq 2,5 \mu\text{m/m}$
Calidad 1	Sistema Interferométrico Láser, Autocolimador ó Nivel Electrónico	$E \leq 1''$ ó $E \leq 5 \mu\text{rad}$ ó $E \leq 5 \mu\text{m/m}$
Calidad 2 ó 3	Sistema Interferométrico Láser, Autocolimador, Nivel Electrónico u Óptico	$E \leq 2''$ ó $E \leq 10 \mu\text{rad}$ ó $E \leq 10 \mu\text{m/m}$

Tabla 1: Tipo de DMDA recomendado en función de la calidad de la mesa

Figura 4: Apoyo de un nivel óptico sobre dos bloques patrón

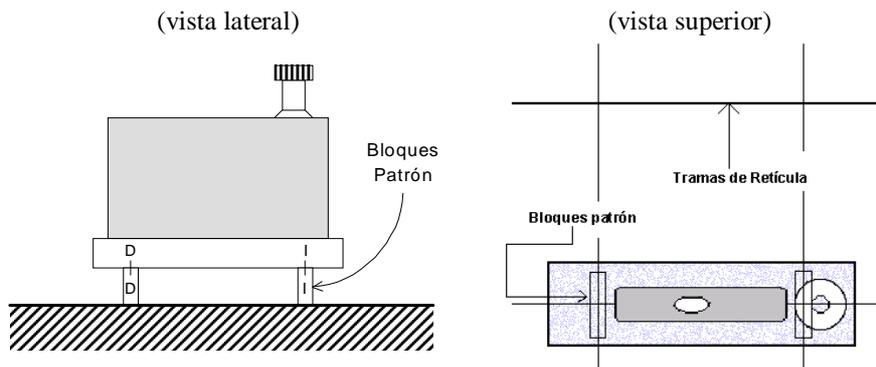


Figura 5: Apoyo del captador de un SIL

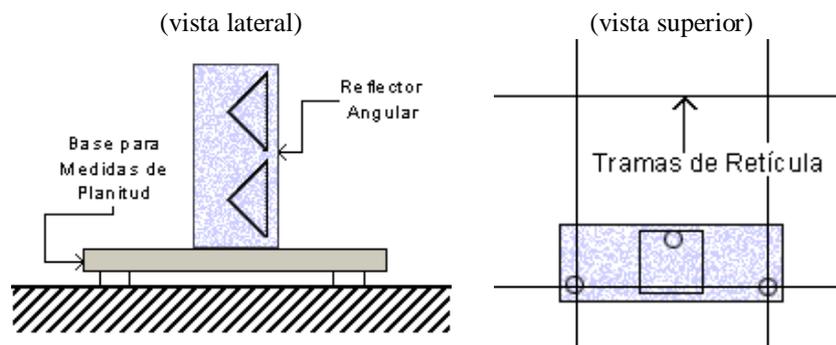
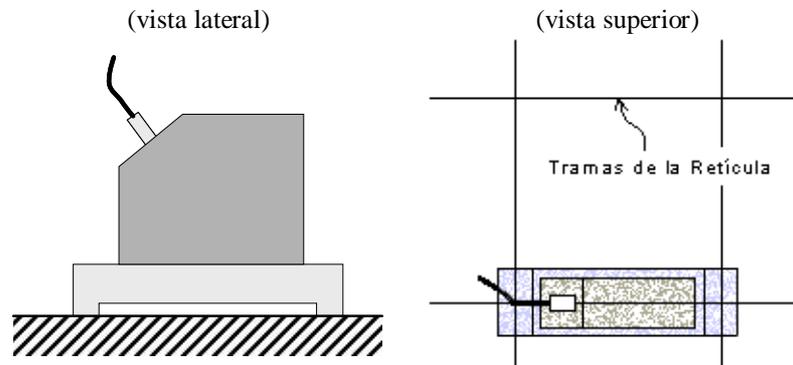
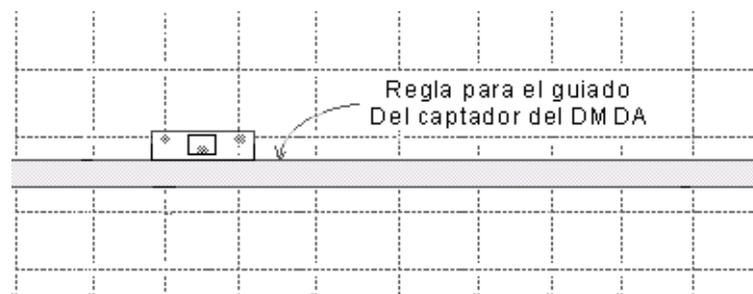


Figura 6: Apoyo del captador de un nivel electrónico



- b) Una **regla de trazos calibrada**, con división de escala igual o inferior a un milímetro y alcance superior a la longitud de los tramos de la retícula.
- c) Una **regla o listón** rectilíneo de longitud igual o superior a la diagonal de la mesa.

Figura 7: Uso de la regla para el guiado del captador



- d) Un lápiz blando (HB o similar).
- e) Un nivel de burbuja para verificar la horizontalidad de la mesa.
- f) Un termómetro para medir la temperatura ambiente, con incertidumbre igual o inferior a 0,5 °C.
- g) Un dispositivo capaz de medir la humedad relativa del aire con incertidumbre igual o inferior a un 10 %.
- h) Elementos auxiliares para la limpieza de la mesa de planitud y del DMDA.

Durante la limpieza de superficies metálicas se pondrá especial cuidado en utilizar líquidos que no contengan agua (los bloques patrón están construidos en aceros no inoxidable y los comparadores también pueden poseer componentes susceptibles de oxidarse) y de fácil evaporación o eliminación. Como ejemplo de líquido limpiador que cumple las condiciones anteriores puede mencionarse una mezcla al 50% de éter y alcohol.

En el caso particular de la limpieza de la superficie de trabajo de mesas de planitud de granito se podrán utilizar también productos de uso habitual en la limpieza del hogar como son los jabones líquidos.

Los paños, gamuzas o papeles absorbentes utilizados no deberán rayar las superficies a limpiar (algunas de ellas con acabado especular) ni generar residuos (pequeños hilos sueltos, bolitas, pequeños pedazos de papel, etc...).

5.2. Operaciones Previas

Antes de iniciar la calibración se realizarán las siguientes operaciones previas:

- a) Antes de proceder a la calibración de una mesa de planitud, se comprobará que es perfectamente identificable a través de su MARCA, MODELO y NÚMERO DE SERIE, los cuales deben aparecer marcados sobre el instrumento de forma permanente. Si no fuera así, se le asignará a la mesa un código de identificación único que se adherirá, fijará o grabará de forma permanente sobre ella. Dicho identificador único puede ser:

el número de inventario que el usuario le hubiera asignado.

un número asignado por el fabricante.

etc...

Se anotarán, asimismo, las dimensiones de la mesa (largo, ancho y espesor de la superficie de trabajo) y material en el que está construida.

- b) La mesa debe encontrarse nivelada y apoyada firmemente sobre los puntos especificados por el fabricante, debiendo estar colocada en el banco o pedestal que ocupará posteriormente durante su utilización diaria. Nótese que la localización de los apoyos determina las deformaciones elásticas que toda mesa de planitud presenta debido a la acción de la gravedad. Por tanto, se deberá realizar una nivelación previa de mesa actuando sobre sus apoyos regulables de la mesa y utilizando un simple nivel de burbuja como instrumento verificador de la horizontalidad.
- c) Se realizará una limpieza de la superficie de trabajo de la mesa con el fin de eliminar cualquier rastro de polvo, suciedad, grasa o productos protectores. Para esta labor puede utilizarse una mezcla de éter con alcohol al 50% y trapos o papel para limpieza siempre que éstos no sean abrasivos ni tengan tendencia a soltar pequeños pedazos o hilos. En el caso de mesas de granito se pueden utilizar también los productos típicos para la limpieza del hogar.

Asimismo, se limpiarán las superficies de contacto del captador del DMDA con la mesa, utilizando para ello la mezcla de éter con alcohol (o cualquier otro producto de limpieza que no contenga agua) junto con trapos, papel u otro material de limpieza equivalente que no tenga tendencia a soltar pequeños pedazos o hilos.

En el caso de utilizar como DMDA sistemas interferométricos láser o autocolimadores se realizará una limpieza de sus ópticas utilizando para ello los materiales y los procedimientos que el fabricante recomiende en el correspondiente manual del equipo.

- d) Se dibujará una retícula sobre la superficie de la mesa utilizando para ello un lápiz blando y una regla o listón cuya longitud sea igual o superior a la diagonal de la mesa. Dicha retícula estará formada por líneas (perfiles) paralelas a los bordes de la mesa, separadas entre sí una distancia ℓ igual a la separación entre superficies de contacto del captador del DMDA.

Las zonas que dicha retícula no cubra en las cercanías a los bordes de la mesa no deben poseer una anchura superior a los 50 mm.

Se anotarán todos los datos relativos a la retícula:

- Distancia ℓ entre perfiles de la retícula.
 - Longitud ℓ_D de los tramos de las diagonales.
 - Número J de tramos en los perfiles horizontales.
 - Número I de tramos en los perfiles verticales.
 - Número D de tramos en las diagonales.
 - Anchura de la banda sin explorar en la parte superior de la mesa (opuesta al lado donde se encuentra la etiqueta identificativa).
 - Anchura de la banda sin explorar en la parte inferior de la mesa (correspondiente al lado donde se encuentra la etiqueta identificativa).
 - Anchura de la banda sin explorar en la parte izquierda de la mesa (observada esta desde la posición de la etiqueta identificativa).
 - Anchura de la banda sin explorar en la parte derecha de la mesa (observada esta desde la posición de la etiqueta identificativa).
- e) La mesa, durante la calibración, deberá encontrarse en equilibrio térmico con el ambiente que la rodea, y en el caso de mesas de granito, también en equilibrio higrométrico. Por tanto, se recomienda respetar un tiempo de estabilización no inferior a 24 horas. En el caso de mesas de granito es asimismo conveniente (siempre que sea posible) realizar la limpieza de la mesa 24 horas antes del comienzo de la calibración con el fin de que la posible humedad que haya absorbido el granito durante la limpieza la devuelva al ambiente.
- f) Si el DMDA utilizara para su alimentación baterías (situación usual en el caso de los niveles electrónicos), éstas se pondrán en carga con antelación suficiente para que en el momento de la calibración se encuentren al máximo de su capacidad. Si no son recargables se verificará su carga o se sustituirán.
- g) Se realizará una inspección visual de la superficie de trabajo de la mesa. Ésta deberá ser realizada con especial cuidado en la primera calibración. En mesas de fundición se comprobará que la superficie de trabajo no tenga rastros de abrasivo, rayaduras, agujeros, grietas o zonas afectadas por el óxido. Las partes no mecanizadas deberán estar pintadas. En las mesas de granito se comprobará que el material sea de grano fino, textura uniforme, sin grietas ni fisuras ni inclusiones de materiales más blandos. La superficie, en ambos casos, deberá estar libre de cavidades y rayaduras.
- h) La instrumentación eléctrica o electrónica a utilizar se conectará al menos 30 minutos antes de comenzar la calibración (salvo que los manuales de dicha instrumentación recomienden un periodo de estabilización superior).
- i) Transcurrido el tiempo de estabilización, tanto de la mesa como de la instrumentación, se tomará y anotará una medida de la temperatura ambiente. La toma y anotación de la temperatura se repetirá al menos una segunda vez al finalizar la calibración. Se recomienda, sin embargo, repetir esta anotación al menos una vez cada hora.
- j) Se anotará asimismo el valor de la humedad relativa. Esta operación deberá repetirse al menos una vez al finalizar la calibración. Se recomienda, sin embargo, repetir esta anotación al menos una vez cada hora.

Las mesas de calidades elevadas deberán estar situadas en ambientes tan estables como sea posible, libres de corrientes de aire, fuentes de calor, radiación solar y gradientes de temperatura.

Se recomienda que todos los datos referentes a la calibración se obtengan y se refieran a las condiciones habituales de medida: (20 ± 2) °C y (50 ± 10) % de humedad relativa. Estos intervalos son habituales en salas de metrología dimensional, pudiéndose considerar intervalos de mayor amplitud en otros lugares donde no se controlen las condiciones ambientales. En este último caso se deberá mencionar de forma explícita en los documentos donde se recojan los resultados de la calibración el hecho de que ésta se haya realizado en unas condiciones ambientales distintas de las habituales.

Transcurrido el tiempo de estabilización correspondiente tanto a la mesa como a la instrumentación se puede proceder a la calibración propiamente dicha de acuerdo con lo especificado en el apartado siguiente.

Todo el proceso de calibración ha sido diseñado de forma que no es necesario introducir correcciones en función de las magnitudes de influencia. En aquellos casos donde la influencia de éstas puede resultar significativa su contribución se ha tendido en cuenta a través de un incremento en la incertidumbre.

5.3. Proceso de Calibración

El proceso de calibración consiste simplemente en la medición de los ángulos de pendiente $\alpha_{pk}^{(\bullet)}$ de los tramos de los $I + 1$ perfiles horizontales, los $J + 1$ perfiles verticales y las dos diagonales.

NOTA:

Cuando aparece el símbolo \bullet en lugar de un subíndice o un superíndice se entenderá que este puede ser sustituido por uno cualquiera de los subíndices o superíndices considerados. Así, el uso de $\alpha_{pk}^{(\bullet)}$ hace referencia, de forma conjunta, a $\alpha_{pk}^{(H)}$, $\alpha_{pk}^{(V)}$ y $\alpha_{pk}^{(D)}$.

A continuación se describe el proceso de medida correspondiente a la obtención de los $\alpha_{pk}^{(\bullet)}$ correspondientes a un perfil cualquiera:

- Se comienza alineando la regla o listón de forma que los puntos centrales de los apoyos del captador del DMDA deslicen a lo largo del perfil que se desea medir (ver Figura 7), comprobándose que dicho deslizamiento se puede realizar de forma suave.
- Los autocolimadores y sistemas interferométricos láser necesitan una alineación del eje óptico con el perfil a medir. En estos casos, dicha alineación se debe realizar justo después de haber realizado la alineación de la regla. Se remite al lector a los manuales de uso de estos instrumentos en lo que se refiere a los procedimientos y técnicas concretas necesarios para realizar la alineación del eje óptico con el perfil.
- Se posicionará el captador del DMDA de forma que sus apoyos estén situados sobre los nodos 0 y 1 del perfil. Es decir, que el captador esté situado sobre el tramo 1 del perfil y que por tanto su inclinación coincida con la pendiente de dicho tramo.
- Se comprobará que al apoyar un dedo, presionando suavemente en sentido vertical descendente, sobre el apoyo situado sobre el nodo 0, la lectura del DMDA se incrementa.

En caso contrario se invertirá el signo del lector del DMDA o bien, si esto no fuera posible, se anotarán las lecturas del DMDA con su signo cambiado.

- e) Se pondrá a cero el lector del DMDA (este punto no es necesario en el caso de utilizar como DMDA un nivel).
- f) Se anotará la lectura $\alpha_{pi}^{(\bullet)}$ del DMDA.
- g) Se desplazará el captador del DMDA hasta que cubra el próximo tramo i del perfil. Es decir, el apoyo más retrasado del captador debe tener su punto central sobre el nodo $i - 1$ del perfil, y el más adelantado debe tener su punto central sobre el nodo i .
- h) Se anotará la lectura $\alpha_{pi}^{(\bullet)}$ del DMDA.
- i) Se repetirán los puntos g y h hasta recorrer completamente el perfil.

En ocasiones puede resultar interesante medir más de una vez un mismo perfil (por ejemplo, de dos a cuatro veces). Esta técnica es de particular utilidad en el caso de las diagonales y de los perfiles que delimitan el contorno de la retícula (perfiles H_0 , H_I , V_0 y V_J). Denominemos $\beta_{pik}^{(\bullet)}$ a la lectura obtenida durante la repetición k , correspondiente al tramo i del perfil p . Entonces, los ángulos $\alpha_{pi}^{(\bullet)}$ equivalentes a que el perfil hubiera sido medido una única vez se pueden obtener de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\alpha_{pi}^{(\bullet)} = \frac{1}{K} \cdot \sum_{k=1}^K \beta_{pik}^{(\bullet)}$$

donde K es el número de repeticiones realizadas.

El orden en el que se realicen las medidas sobre los diferentes perfiles no es importante. Basta con que al final de proceso de medida se posea al menos un conjunto de datos $\{\alpha_{pi}^{(\bullet)}\}$ para cada perfil.

5.4. Toma y tratamiento de datos

Aun cuando el proceso de toma de datos, de acuerdo con la secuencia de medida descrita en el apartado anterior, se puede realizar manualmente, es usual que se realice de forma automática utilizando para ello un ordenador conectado al DMDA. Esto facilita bastante el trabajo al usuario dado el gran volumen de datos que es necesario recoger.

NOTA:

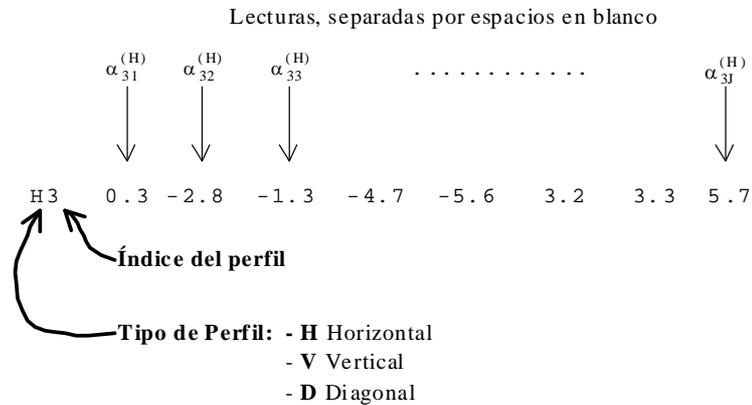
Toda aplicación informática utilizada durante la calibración deberá ser validada. Asimismo se conservarán los ficheros originales con toda la información recogida y los resultados obtenidos.

En cualquier caso, se recomienda organizar la información recogida del modo que a continuación se describe, independientemente de si esta ha sido obtenida de forma manual o automática.

La información correspondiente a un perfil (las lecturas $\alpha_{pi}^{(\bullet)}$, véase el apartado anterior) se almacenará en una única línea de texto (manuscrita en el caso de que la información se anote

manualmente, o una línea de un archivo informático en el caso de que se obtenga de forma automática) de acuerdo con el siguiente formato:

Figura 8: Estructura del registro correspondiente a la medida de un perfil



Un registro típico tomaría una forma similar al ejemplo que se presenta a continuación:

Figura 9: Ejemplo de un registro típico de la medida completa de una mesa de planitud

D 1	-0.47	-0.75	-0.26	-1.02	-1.37	0.59	2.05	1.84	3.13	1.92	1.11	1.69
D 2	-0.59	-1.11	-1.18	-1.91	-2.05	-2.82	-2.32	-0.38	-1.37	-1.50	-1.79	-1.80
H 0	0.55	-0.60	0.15	-0.15	1.29	0.39	0.62	-0.42	-0.49	-0.05		
H 1	-1.32	-1.54	-2.44	-0.85	-0.20	0.19	-0.63	-0.54	-0.56	-1.27		
H 2	-0.20	1.45	-0.39	-1.29	-2.08	-0.66	-0.14	-1.45	-1.51	-2.18		
H 3	-0.19	-0.13	-1.19	-2.50	-2.63	-1.48	0.90	-0.39	-1.16	-0.56		
H 4	0.05	-0.48	-2.94	-3.25	-2.81	-1.88	0.01	-0.90	-0.82	-1.00		
H 5	-0.30	-0.18	-1.86	-3.22	-2.53	-1.17	0.16	-0.68	-0.56	-0.72		
H 6	-1.13	-0.30	-1.97	-2.65	-2.26	-2.46	-1.80	-1.38	-1.47	-2.09		
V 0	-1.03	-1.36	1.26	-0.85	2.38	0.33						
V 1	-0.71	-2.74	-0.09	-0.23	-0.38	0.26						
V 2	0.46	-0.76	0.86	1.24	1.17	0.26						
V 3	-0.64	0.55	-0.54	0.82	1.50	0.39						
V 4	-0.35	0.57	-0.02	1.11	1.21	1.43						
V 5	-0.62	-1.21	-0.03	0.56	1.39	2.21						
V 5	0.28	0.05	1.11	1.14	2.00	2.87						
V 6	-0.52	-1.14	-0.42	0.27	1.48	2.24						
V 7	0.06	-0.30	-0.24	0.51	1.32	1.81						
V 8	-0.03	-0.24	-0.20	-0.18	0.81	1.82						
V 9	0.70	0.53	1.40	1.04	1.94	2.93						
V 10	-0.05	0.12	0.66	1.04	2.32	2.90						

Una vez finalizada la toma de datos, el proceso de cálculo que permite obtener el mapa de cotas z_{ij} de la superficie es el siguiente:

- a) Determinación, para cada perfil, de las alturas $h_{pk}^{(\bullet)}$ de sus nodos, de acuerdo con las siguientes expresiones:

$$h_{pk}^{(H)} = C \cdot \ell \cdot \sum_{q=1}^k [\alpha_{pq}^{(H)} - \bar{\alpha}_p^{(H)}]$$

$$h_{pk}^{(V)} = C \cdot \ell \cdot \sum_{q=1}^k [\alpha_{pq}^{(V)} - \bar{\alpha}_p^{(V)}]$$

$$h_{pk}^{(D)} = C \cdot \ell_D \cdot \sum_{q=1}^k [\alpha_{pq}^{(D)} - \bar{\alpha}_p^{(D)}]$$

donde la constante C depende las unidades en las que se hayan obtenido las lecturas $\alpha_{pi}^{(\bullet)}$

Unidades de $\alpha_{pi}^{(\bullet)}$	Valor de C
Segundos de arco (sexagesimales) (")	$\frac{\pi}{180 \cdot 3600}$
Minutos de arco (sexagesimales) (')	$\frac{\pi}{180 \cdot 60}$
Grados sexagesimales (°)	$\frac{\pi}{180}$
Radianes (rad)	1
Miliradianes (mrad)	10^{-3}
Microradianes (μ rad)	10^{-6}
Milímetros por metro (mm/m)	10^{-3}
Micrómetros por metro (μ m/m)	10^{-6}

Tabla 2

Nótese que utilizando las expresiones anteriores juntamente con los valores de C incluidos en la tabla 2, las unidades de $h_{pk}^{(\bullet)}$ son las mismas que la de la longitud ℓ (o ℓ_D en el caso de las diagonales) de los tramos.

- b) Se determinará la cota H_{PC} del punto central PC de la retícula apoyándose en los resultados obtenidos en la diagonal principal (D1 o aquella que une los vértices V2 con V3):

$$H_{PC} = h_{1,D/2}^{(D)}$$

- c) Se determinará la cota H del cuarto vértice V4 utilizando la siguiente expresión:

$$H = 2 \cdot \left[H_{PC} - h_{2,D/2}^{(D)} \right]$$

- d) Se determinarán, para cada nodo N_{ij} , los parámetros $z_{ij}^{(1)}$, $z_{ij}^{(2)}$, $z_{ij}^{(3)}$, $z_{ij}^{(4)}$ y $z_{ij}^{(5)}$ de acuerdo con las expresiones siguientes:

$$z_{ij}^{(1)} = \frac{ij}{IJ} \cdot H ; \quad z_{ij}^{(2)} = \frac{i}{I} \cdot h_{ij}^{(H)} + \frac{I-i}{I} \cdot h_{0j}^{(H)} ;$$

$$z_{ij}^{(3)} = \frac{j}{J} \cdot h_{ji}^{(V)} + \frac{J-j}{J} \cdot h_{0i}^{(V)}; \quad z_{ij}^{(4)} = h_{ij}^{(H)} \quad z_{ij}^{(5)} = h_{ji}^{(V)}$$

- e) Se determinarán las cotas z_{ij} de los nodos N_{ij} respecto del plano π_1 (respecto del cual los vértices V1, V2 y V3 poseen cota nula) utilizando la expresión que se proporciona a continuación:

$$z_{ij} = z_{ij}^{(1)} + \frac{z_{ij}^{(2)} + z_{ij}^{(3)} + z_{ij}^{(4)} + z_{ij}^{(5)}}{2}$$

- f) Se determinarán las diferencias de cotas Δz_{ij} para todos los nodos N_{ij} de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\Delta z_{ij} = z_{ij}^{(2)} + z_{ij}^{(5)} - z_{ij}^{(3)} - z_{ij}^{(4)}$$

Estas diferencias serían las que aparecerían entre las cotas $z_{ij}^{(6)} = z_{ij}^{(1)} + z_{ij}^{(2)} + z_{ij}^{(5)}$ obtenidas utilizando únicamente la información de los perfiles verticales (y aquellos horizontales del contorno) y aquellas otras $z_{ij}^{(7)} = z_{ij}^{(1)} + z_{ij}^{(3)} + z_{ij}^{(4)}$ obtenidas utilizando únicamente la información de los perfiles horizontales (y aquellos verticales del contorno). Nótese que $z_{ij} = \frac{1}{2}(z_{ij}^{(6)} + z_{ij}^{(7)})$.

- g) Se determinará la siguiente desviación típica s , que es una estimación de la repetibilidad del proceso, junto con sus respectivos grados de libertad, de acuerdo con las siguientes expresiones:

$$s_R = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{I-1} \sum_{j=1}^{J-1} \frac{1}{2} \Delta z_{ij}^2}{(I-1)(J-1)}} \quad v(s) = (I-1)(J-1)$$

NOTA:

Los sumatorios se extienden a largo de $i = 1 \dots (I-1)$ y $j = 1 \dots (J-1)$ y no a lo largo de $i = 0 \dots I$ y $j = 0 \dots J$ debido a que son los nodos interiores al contorno los únicos para los que se posee una doble estimación de su cota: una a través de los perfiles horizontales y otra a través de los verticales. Nótese que para las cotas de los nodos del contorno se posee una única estimación.

- h) Se determinan los siguientes parámetros $i_m = I/2$ y $j_m = J/2$.
- i) Se ajusta un plano de mínimos cuadrados $z(i, j) = a(i - i_m) + b(j - j_m) + c$. Los coeficientes a , b y c de dicho plano se determinarán utilizando las siguientes expresiones:

$$a = \frac{\sum_{i=0}^I \sum_{j=0}^J (i - i_m) \cdot z_{ij}}{\sum_{i=0}^I \sum_{j=0}^J (i - i_m)^2} = \frac{\sum_{i=0}^I (i - i_m) \sum_{j=0}^J z_{ij}}{(J + 1) \sum_{i=0}^I (i - i_m)^2}$$

$$b = \frac{\sum_{i=0}^I \sum_{j=0}^J (j - j_m) \cdot z_{ij}}{\sum_{i=0}^I \sum_{j=0}^J (j - j_m)^2} = \frac{\sum_{j=0}^J (j - j_m) \sum_{i=0}^I z_{ij}}{(I + 1) \sum_{j=0}^J (j - j_m)^2}$$

$$c' = \frac{\sum_{i=0}^I \sum_{j=0}^J z_{ij}}{(I + 1)(J + 1)} \quad c = c' - a \cdot i_m - b \cdot j_m$$

- j) Se determinarán las cotas $z_{ij}^{(MC)}$ respecto del plano de mínimos cuadrados de acuerdo con la expresión siguiente:

$$z_{ij}^{(MC)} = z_{ij} - a(i - i_m) - b(j - j_m) - c' = z_{ij} - (a \cdot i + b \cdot j + c)$$

- k) Se determinará finalmente el defecto de planitud P de acuerdo con:

$$P = \max \{ z_{ij}^{(MC)} \} - \min \{ z_{ij}^{(MC)} \}$$

Si se dispone de "software" adecuado se recomienda dibujar un mapa topográfico de la superficie de la mesa el cual puede ser una representación tridimensional de dicha superficie o una representación bidimensional (por ejemplo mediante curvas de nivel).

No se recomienda la utilización de ningún procedimiento en concreto para la aceptación y rechazo de datos. Dada la sencillez de la instrumentación involucrada el propio sentido común del usuario puede servirle para rechazar aquellos valores que considere aberrantes o extraños de acuerdo con su experiencia.

6. RESULTADOS

6.1. Cálculo de incertidumbres

La estimación y expresión de las incertidumbres de los resultados de la calibración (cotas $z_{ij}^{(MC)}$ respecto del plano de mínimos cuadrados y defecto de planitud P) se realizará siguiendo los criterios de la guías GUM y EA-4/02 (referencias [3] y [4]).

Se consideran como contribuciones significativas a la incertidumbre final las siguientes:

- División de escala del DMDA.
- Repetibilidad del DMDA.

- Defecto de linealidad del DMDA.
- Factor de calibración (lineal) del DMDA.
- Deriva temporal del DMDA.
- Incertidumbre correspondiente a longitud media de los tramos de la malla (incluiría la incertidumbre asociada a la calibración de la regla de trazos utilizada para medirla).
- Defectos en el trazado de la malla (irregularidad).
- Factores asociados al desplazamiento del captador del DMDA sobre la malla (incorrecto posicionamiento, calentamiento del captador y de su base debido a la manipulación, presencia de suciedad residual entre la base y la mesa, etc...).

Las siguientes fuentes de incertidumbre se consideran despreciables:

- Efectos térmicos sobre el DMDA y la mesa.
- Componentes asociadas a la determinación del índice de refracción (en el caso de utilizar un sistema interferométrico láser).

La “función modelo” (según el apartado 4.1.1 de la Guía GUM, ref. [3]) correspondiente a las cotas $z_{ij}^{(MC)}$ es de muy difícil obtención dado que el proceso de cálculo no se basa en la utilización de una expresión única, sino que es un algoritmo complejo. Por ello, poco más se puede decir de dicha “función modelo” que es función de las lecturas directas $\alpha_{ij}^{(\bullet)}$ obtenidas con el DMDA y de las longitudes (ℓ y ℓ_D) de los tramos de la malla:

$$z_{ij}^{(MC)} = f_{ij}(\alpha_{01}^{(H)}, \dots, \alpha_{IJ}^{(H)}, \alpha_{01}^{(V)}, \dots, \alpha_{JI}^{(V)}, \alpha_{11}^{(D)}, \dots, \alpha_{2D}^{(D)}, \ell, \ell_D)$$

El lector interesado puede consultar las referencias [10] y [11] donde el problema anterior se aborda, respectivamente, por vía analítica y recurriendo a técnicas de simulación estadística. En cualquier caso, los procedimientos descritos en dichas referencias se han considerado excesivamente complicados para ser incluidos en un procedimiento de calibración como éste destinado a ser utilizado en el ámbito de las pequeñas y medianas empresas.

Sin embargo, no es difícil comprobar que la expresión anterior cumple la siguiente propiedad:

$$\begin{aligned} f_{ij}(\lambda_\alpha \alpha_{01}^{(H)}, \dots, \lambda_\alpha \alpha_{IJ}^{(H)}, \lambda_\alpha \alpha_{01}^{(V)}, \dots, \lambda_\alpha \alpha_{JI}^{(V)}, \lambda_\alpha \alpha_{11}^{(D)}, \dots, \lambda_\alpha \alpha_{2D}^{(D)}, \lambda_\ell \ell, \lambda_\ell \ell_D) = \\ = \lambda_\alpha \lambda_\ell f_{ij}(\alpha_{01}^{(H)}, \dots, \alpha_{IJ}^{(H)}, \alpha_{01}^{(V)}, \dots, \alpha_{JI}^{(V)}, \alpha_{11}^{(D)}, \dots, \alpha_{2D}^{(D)}, \ell, \ell_D) \end{aligned}$$

Por tanto, cualquier efecto de tipo lineal $\delta_\alpha = \lambda_\alpha - 1$ que se manifieste de forma sistemática y constante para todos las lecturas $\alpha_{ij}^{(\bullet)}$ se transmitirá de forma íntegra (y también con carácter lineal) a las cotas $z_{ij}^{(MC)}$. Así mismo, si se acepta que la desviación cometida al medir las longitudes medias de los tramos es $\delta_\ell = \lambda_\ell - 1$ en términos relativos, esta desviación también se transmitirá de forma íntegra a las cotas $z_{ij}^{(MC)}$.

Denominando $z_{ij}^{(MC,H)} = z_{ij}^{(7)} - (ai + bj + c)$ a las cotas, respecto del plano de mínimos cuadrados, obtenidas utilizando únicamente la información de los perfiles horizontales y $z_{ij}^{(MC,V)} = z_{ij}^{(6)} - (ai + bj + c)$ a las mismas cotas obtenidas ahora utilizando únicamente la información de los perfiles verticales, podrían expresarse las cotas $z_{ij}^{(MC)}$ del siguiente modo:

$$z_{ij}^{(MC)} = (1 + \delta_\alpha)(1 + \delta_\ell) \frac{z_{ij}^{(MC,H)} + z_{ij}^{(MC,V)}}{2}$$

donde se han incluido explícitamente las correcciones $\delta_\alpha = \lambda_\alpha - 1$ y $\delta_\ell = \lambda_\ell - 1$. Esta última expresión es la que se va a utilizar como función modelo. Las correcciones δ_α y δ_ℓ , en la práctica, son nulas aun cuando sus incertidumbres no lo sean.

δ_α será la suma de los efectos asociados a componentes de la incertidumbre a.4 (calibración lineal del DMDA, δ_0) y a.5 (deriva temporal del DMDA, δ_{DER}). Por tanto:

$$z_{ij}^{(MC)} = (1 + \delta_0 + \delta_{DER})(1 + \delta_\ell) \frac{z_{ij}^{(MC,H)} + z_{ij}^{(MC,V)}}{2}$$

La expresión del defecto de planitud P podría escribirse del siguiente modo:

$$P = z_{i_2 j_2}^{(MC)} - z_{i_1 j_1}^{(MC)} = (1 + \delta_0 + \delta_{DER})(1 + \delta_\ell) \frac{z_{i_2 j_2}^{(MC,H)} + z_{i_2 j_2}^{(MC,V)} - z_{i_1 j_1}^{(MC,H)} - z_{i_1 j_1}^{(MC,V)}}{2}$$

donde los índices del nodo correspondiente a la cota máxima son i_2 y j_2 , y los correspondientes a la cota mínima son máxima son i_1 y j_1 .

El resto de las componentes de la incertidumbre consideradas significativas darán lugar a un incremento de la desviación típica experimental s_R :

$$s_{ij} = \frac{|z_{ij}^{(MC,H)} - z_{ij}^{(MC,V)}|}{\sqrt{2}} = \frac{|\Delta z_{ij}|}{\sqrt{2}} \quad s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{I-1} \sum_{j=1}^{J-1} s_{ij}^2}{(I-1)(J-1)}}$$

En particular, la división de escala E del instrumento es una de las contribuciones a esta desviación típica experimental s_R . Dado que la contribución de la división de escala es $u_E = E / \sqrt{12}$, debe utilizarse la siguiente desviación típica s en lugar de s_R :

$$s = \max \{s_R, u_E\}$$

Una opción más conservadora pero ciertamente más segura sería utilizar la siguiente expresión para la obtención de la desviación típica s :

$$s = \sqrt{s_R^2 + u_E^2}$$

Por tanto, la incertidumbre u_z de las cotas $z_{ij}^{(MC)}$ será:

$$u_z^2 = \left(\frac{\partial z_{ij}^{(MC)}}{\partial \delta_0} \right)^2 u^2(\delta_0) + \left(\frac{\partial z_{ij}^{(MC)}}{\partial \delta_0} \right)^2 u^2(\delta_{DER}) + \left(\frac{\partial z_{ij}^{(MC)}}{\partial \delta_\ell} \right)^2 u^2(\delta_\ell) + \left(\frac{\partial z_{ij}^{(MC)}}{\partial z_{ij}^{(MC,H)}} \right)^2 u^2(z_{ij}^{(MC,H)}) + \left(\frac{\partial z_{ij}^{(MC)}}{\partial z_{ij}^{(MC,V)}} \right)^2 u^2(z_{ij}^{(MC,V)})$$

NOTA:

Se ha supuesto independencia estadística entre todas las componentes de la incertidumbre.

Finalmente:

$$u_z = \sqrt{\left[z_{ij}^{(MC)} \right]^2 \cdot \left[u^2(\delta_0) + u^2(\delta_{DER}) + u^2(\delta_\ell) \right] + \frac{1}{4} u^2 \left[z_{ij}^{(MC,H)} \right] + \frac{1}{4} u^2 \left[z_{ij}^{(MC,V)} \right]}$$

Se asumirá que $u \left[z_{ij}^{(MC,H)} \right] = u \left[z_{ij}^{(MC,V)} \right] = s$. Es decir, se considera el proceso de medida en su conjunto, siendo por tanto, $z_{ij}^{(MC,H)}$ y $z_{ij}^{(MC,V)}$ las lecturas brutas de dicho proceso siendo la repetibilidad de dichas lecturas s .

Por consiguiente:

$$u_z = \sqrt{\left[z_{ij}^{(MC)} \right]^2 \cdot \left[u^2(\delta_0) + u^2(\delta_{DER}) + u^2(\delta_\ell) \right] + \frac{s^2}{2}} < \sqrt{\left[z_{ij}^{(MC)} \right]^2 \cdot \left[u^2(\delta_0) + u^2(\delta_{DER}) + u^2(\delta_\ell) \right] + \frac{s_R^2 + u_E^2}{2}}$$

Procediendo análogamente, la incertidumbre asociada al defecto de planitud P sería:

$$u_P = \sqrt{P^2 \cdot 2 \left[u^2(\delta_0) + u^2(\delta_{DER}) + u^2(\delta_\ell) \right] + 2 \cdot \left(\frac{1}{4} u^2 \left[z_{ij}^{(MCH)} \right] + \frac{1}{4} u^2 \left[z_{ij}^{(MCH)} \right] \right)} = \sqrt{P^2 \cdot 2 \left[u^2(\delta_0) + u^2(\delta_{DER}) + u^2(\delta_\ell) \right] + s^2} < \sqrt{P^2 \cdot 2 \left[u^2(\delta_0) + u^2(\delta_{DER}) + u^2(\delta_\ell) \right] + s_R^2 + u_E^2}$$

6.1.1. Incertidumbre asociada a la calibración lineal del DMDA

Se supondrá que el DMDA ha sido calibrado en n puntos de calibración que cubren suficientemente el rango de medida usual en medidas de planitud ($\pm 50''$, $\pm 250 \mu\text{rad}$ o $\pm 250 \mu\text{m/m}$) y en el certificado de calibración se incluyen las correcciones $\Delta\alpha_{ci}$

correspondientes a cada punto de calibración α_{ci} junto con sus respectivas incertidumbres $U(\Delta\alpha_{ci})$ para un determinado factor de cobertura k .

La expresión del término b asociada a la curva de calibración lineal del DMDA $\Delta\alpha(\alpha) = a + b \cdot \alpha$ sería la siguiente:

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (\alpha_{ci} - \bar{\alpha}_c)(\Delta\alpha_{ci} - \Delta\bar{\alpha}_c)}{\sum_{i=1}^n (\alpha_{ci} - \bar{\alpha}_c)^2}$$

donde $\bar{\alpha}_c = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_{ci}}{n}$ y $\Delta\bar{\alpha}_c = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta\alpha_{ci}}{n}$

La incertidumbre de b , asumiendo posibles correlaciones entre las correcciones $\Delta\alpha_{ci}$ responde a la expresión:

$$u^2(b) = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (\alpha_{ci} - \bar{\alpha}_c)(\alpha_{cj} - \bar{\alpha}_c) \cdot r_{ij} \cdot u(\Delta\alpha_{ci}) \cdot u(\Delta\alpha_{cj})}{\left[\sum_{i=1}^n (\alpha_{ci} - \bar{\alpha}_c)^2 \right]^2}$$

donde $u(\Delta\alpha_{ci}) = U(\Delta\alpha_{ci})/k$ y r_{ij} se corresponde con el coeficiente de correlación entre las correcciones $\Delta\alpha_{ci}$ y $\Delta\alpha_{cj}$. Estos coeficientes de correlación no suelen incluirse nunca en el certificado de calibración. Sin embargo, en un caso como este, las correlaciones suelen ser muy elevadas. Por tanto, ante el desconocimiento de dichos coeficientes se deberá elegir la situación más desfavorable.

En este caso, la situación más desfavorable es aquella que supone $r_{ij} = 1$ cuando $(\alpha_{ci} - \bar{\alpha}_c)(\alpha_{cj} - \bar{\alpha}_c) > 0$ y $r_{ij} = -1$ cuando $(\alpha_{ci} - \bar{\alpha}_c)(\alpha_{cj} - \bar{\alpha}_c) < 0$. En estas condiciones, la expresión anterior quedaría en la forma:

$$u^2(b) = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |(\alpha_{ci} - \bar{\alpha}_c)(\alpha_{cj} - \bar{\alpha}_c)| \cdot u(\Delta\alpha_{ci}) \cdot u(\Delta\alpha_{cj})}{\left[\sum_{i=1}^n (\alpha_{ci} - \bar{\alpha}_c)^2 \right]^2}$$

En muchas ocasiones, las incertidumbres $u(\Delta\alpha_{ci})$ suelen ser muy similares. En estos casos se puede hacer la siguiente aproximación:

$$u(\Delta\alpha_{ci}) \cong u(\Delta\alpha_c) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u^2(\Delta\alpha_{ci})}$$

$$\text{Entonces, } u^2(\mathbf{b}) = u^2(\Delta\alpha_c) \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |(\alpha_{ci} - \bar{\alpha}_c)(\alpha_{cj} - \bar{\alpha}_c)|}{\left[\sum_{i=1}^n (\alpha_{ci} - \bar{\alpha}_c)^2 \right]^2}$$

Introduciendo la variable θ , que también tiene dimensiones de ángulo:

$$\theta = \frac{\sum_{i=1}^n (\alpha_{ci} - \bar{\alpha}_c)^2}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |(\alpha_{ci} - \bar{\alpha}_c)(\alpha_{cj} - \bar{\alpha}_c)|}} < \mathbf{m\acute{a}x}\{\alpha_{ci} - \alpha_c\}$$

La expresión de la incertidumbre de \mathbf{b} quedaría en la forma:

$$u(\mathbf{b}) = \frac{u(\Delta\alpha_c)}{\theta} < \frac{u(\Delta\alpha_c)}{\mathbf{m\acute{a}x}\{\alpha_{ci} - \alpha_c\}}$$

siendo esta la incertidumbre asociada a la calibración lineal del DMDA. Es decir:

$$u(\delta_0) = u(\mathbf{b}) = \frac{u(\Delta\alpha_c)}{\theta} < \frac{u(\Delta\alpha_c)}{\mathbf{m\acute{a}x}\{\alpha_{ci} - \alpha_c\}}$$

Salvo que exista una mención expresa en el certificado de calibración que indique lo contrario, se supondrá que los grados de libertad de las incertidumbres $U(\Delta\alpha_{ci})$ son infinitos. Por tanto, también lo serán los grados de libertad de $u(\delta_0) = u(\mathbf{b})$:

$$v[u(\delta_0)] = \infty$$

NOTA:

Como ha podido observarse en los párrafos anteriores, no se ha tenido en cuenta la incertidumbre del término constante a de la curva de calibración lineal $\Delta\alpha(\alpha) = a + b \cdot \alpha$. Ello es debido a que dicho término no aparece en el cálculo del defecto de planitud pues desaparece al calcular las alturas h_i de un perfil cualquiera. En efecto, retomemos la ecuación que permite determinar dichas alturas (ver apartado 4):

$$h_i = \ell \cdot \sum_{k=1}^i (\alpha_k - \bar{\alpha}) + H_0 \cdot \frac{n-i}{n} + H_n \cdot \frac{i}{n} =$$

$$= \ell \cdot \sum_{k=1}^i \left[\alpha_k - \frac{1}{n} \sum_{p=1}^n \alpha_p \right] + H_0 \cdot \frac{n-i}{n} + H_n \cdot \frac{i}{n}$$

Si denominamos α'_i a las lecturas del DMDA antes de ser corregidas (es decir, $\alpha_i = \alpha'_i + \Delta\alpha(\alpha'_i) = \alpha'_i + a + b \cdot \alpha'_i$) la expresión de las alturas h_i será:

$$h_i = \ell \cdot \sum_{k=1}^i \left[\alpha'_k + a + b \cdot \alpha'_k - \frac{1}{n} \sum_{p=1}^n (\alpha'_p + a + b \cdot \alpha'_p) \right] + H_0 \cdot \frac{n-i}{n} + H_n \cdot \frac{i}{n} =$$

$$= \ell \cdot \sum_{k=1}^i \left[\alpha'_k + a + b \cdot \alpha'_k - a - \frac{1+b}{n} \sum_{p=1}^n \alpha'_p \right] + H_0 \cdot \frac{n-i}{n} + H_n \cdot \frac{i}{n} =$$

$$= \ell \cdot \sum_{k=1}^i \left[\alpha'_k + b \cdot \alpha'_k - \frac{1+b}{n} \sum_{p=1}^n \alpha'_p \right] + H_0 \cdot \frac{n-i}{n} + H_n \cdot \frac{i}{n} =$$

Como se puede observar en la última expresión el término constante a ha desaparecido. Y dado que las cotas $z_{ij}^{(MC)}$ se evalúan exclusivamente a partir de las alturas h_i dichas cotas ni el defecto de planitud dependen de a . Por esta razón, la incertidumbre de a no se ha tenido en cuenta en la estimación de la componente de la incertidumbre asociada a la calibración del DMDA.

6.1.2. Incertidumbre asociada a la deriva del DMDA

Se estimará en base a un registro histórico de los coeficientes b_t de calibración lineal obtenidos en las diferentes calibraciones a las que durante su historia ha sido sometido el DMDA. El subíndice t hace referencia a la calibración considerada.

Se evaluarán las diferencias $\Delta b_t = b_t - b_{t-1}$ entre dos calibraciones sucesivas y se tomará el valor máximo de ellas $\Delta b_{\max} = \max \{ \Delta b_t \}$ entre estos coeficientes como parámetro estimador de la deriva. A partir de Δb_{\max} se estimará la incertidumbre $u(\delta_{\text{DER}})$ del siguiente modo:

$$u(\delta_{\text{DER}}) = \frac{\Delta b_{\max}}{\sqrt{3}}$$

Se ha supuesto que Δb_{\max} es un límite máximo para la deriva entre calibraciones sucesivas. Aceptando que los posibles valores de Δb se distribuyeran uniformemente en el intervalo $\pm \Delta b_{\max}$, se obtendría la incertidumbre antes presentada.

NOTA:

En ocasiones, sobre todo si las incertidumbres de calibración $u(b)$ son elevadas, puede ocurrir que la dispersión observada en los b_t no sea debida a la deriva del instrumento.

Al contrario, esa dispersión puede haber sido causada casi exclusivamente por el laboratorio de calibración. En estos casos, una estimación más razonable de la componente asociada a la deriva quizá fuera:

$$u(\delta_{\text{DER}}) = \sqrt{\frac{\Delta b_{\text{max}}^2}{3} - u^2(b)}$$

Los grados de libertad asociados a esta estimación de la incertidumbre se considerarán infinitos:

$$v[u(\delta_{\text{DER}})] = \infty$$

6.1.3. Incertidumbre de la longitud media de los tramos

En general, una regla de trazos correctamente mantenida y calibrada, no debe poseer una incertidumbre (expandida) de calibración superior a su división de escala (al menos para el caso de una regla con división de escala de 1 mm en un punto comprendido entre los 50 mm y los 200 mm que es el intervalo al cual pertenecen las longitudes medias de tramo). La incertidumbre asociada a la longitud medida de los tramos ℓ , realizada con esta regla tendría, además de la incertidumbre de calibración, las siguientes componentes adicionales:

- ❑ Deriva.
- ❑ División de escala.
- ❑ Efectos térmicos.

Por tanto, la función modelo para la longitud corregida ℓ' podría ser la siguiente:

$$\ell' = \ell + \overbrace{\delta_{\ell,\text{CAL}} + \delta_{\ell,\text{DER}} + \delta_{\ell,\text{E}} + \delta_{\ell,\text{T}}}^{\delta}$$

donde: ℓ' : es la lectura, sin corregir, obtenida directamente con la regla.

$\delta_{\ell,\text{CAL}}$: es la corrección de calibración.

$\delta_{\ell,\text{DER}}$: es la corrección por deriva entre calibraciones.

$\delta_{\ell,\text{E}}$: es la corrección por división de escala.

$\delta_{\ell,\text{T}}$: es la corrección por temperatura.

La incertidumbre $u(\ell')$ correspondiente a la longitud ℓ' será:

$$u(\ell') = \sqrt{u^2(\delta_{\ell,\text{CAL}}) + u^2(\delta_{\ell,\text{DER}}) + u^2(\delta_{\ell,\text{E}}) + u^2(\delta_{\ell,\text{T}})}$$

donde: $u(\delta_{\ell,\text{CAL}}) = U_{\ell,\text{CAL}}/k$ siendo $U_{\ell,\text{CAL}}$ la incertidumbre (expandida) de la corrección de calibración de la regla incluida en el certificado de calibración. k es el correspondiente factor de cobertura de $U_{\ell,\text{CAL}}$.

$u(\delta_{\ell,DER}) = \Delta_{\max} / \sqrt{3}$ siendo Δ_{\max} la máxima diferencia observada en la corrección de calibración entre dos calibraciones sucesivas a lo largo de la historia de la regla.

$u(\delta_{\ell,E}) = E_{\ell} / \sqrt{12}$ siendo E_{ℓ} la división de escala de la regla.

$\delta_{\ell,T} \approx 0$ (dadas las incertidumbres tan elevadas que poseen las reglas de trazos, del orden del milímetro, el efecto de la temperatura es totalmente despreciable)

En cualquier caso, es altamente improbable que la incertidumbre $u(\ell')$ supere el valor máximo de 1 mm (equivalente a $U(\ell') = ku(\ell') = 2 \text{ mm}$ para $k = 2$).

Por tanto, puede considerarse, que en el caso más desfavorable, la incertidumbre $u(\delta_{\ell})$ asociada a la medida de la longitud media de los tramos no será nunca superior a lo siguiente, entendido este valor como un límite máximo:

$$u(\delta_{\ell}) = \max \left\{ \frac{u(\ell)}{\ell}, \frac{u(\ell_D)}{\ell_D} \right\} \leq \frac{1 \text{ mm}}{\min\{\ell, \ell_D\}}$$

En la siguiente tabla aparecen los valores de $u(\delta_{\ell})$ correspondientes a las longitudes de tramo más usuales:

ℓ	$u(\delta_{\ell})$
50 mm	2,0 %
100 mm	1,0 %
150 mm	0,7 %

Tabla 3: Incertidumbre asociada a la medida de la longitud media de los tramos de la retícula

Los grados de libertad asociados a esta componente de la incertidumbre se considerarán infinitos.

6.1.4. Repetibilidad de las cotas

Tal y como se ha indicado anteriormente, la desviación típica s es una estimación de la repetibilidad de las cotas. Esta desviación típica ha sido obtenida como media cuadrática de $(I - 1)(J - 1)$ desviaciones típicas s_{ij} . Cada una de las s_{ij} se ha obtenido a partir de una serie de dos valores ($z_{ij}^{(MC,H)}$ y $z_{ij}^{(MC,V)}$). Por tanto, las s_{ij} tendrán un único grado de libertad, pero s , como media cuadrática de $(I - 1)(J - 1)$, tendrá los siguientes grados de libertad:

$$v(s) = (I - 1)(J - 1) \cdot v(s_{ij}) = (I - 1)(J - 1)$$

6.1.5. Balance de incertidumbres para las cotas $\Delta z_{ij}^{(MC)}$

De acuerdo con las estimaciones de las componentes de la incertidumbre realizadas anteriormente, la expresión correspondiente a la incertidumbre de las cotas $\Delta z_{ij}^{(MC)}$ es la siguiente:

$$\begin{aligned}
 u_z &= \sqrt{\left[z_{ij}^{(MC)} \right]^2 \cdot \left[u^2(\delta_0) + u^2(\delta_{DER}) + u^2(\delta_\ell) \right] + \frac{s^2}{2}} = \\
 &= \sqrt{c_1^2 \cdot u^2(\delta_0) + c_2^2 \cdot u^2(\delta_{DER}) + c_3^2 \cdot u^2(\delta_\ell) + c_4^2 \cdot s^2}
 \end{aligned}$$

Siendo $c_1 = c_2 = c_3 = z_{ij}^{(MC)}$ y $c_4 = 1/\sqrt{2}$ los cuatro coeficientes de influencia asociados a las cuatro componentes de la incertidumbre listadas en los apartados 6.1.1 a 6.1.4 respectivamente.

Magnitud de influencia	Incertidumbre Típica	Función de Distrib.	Coefficiente de Sensibilidad $c_k = \frac{\partial z_{ij}^{(MC)}}{\partial x_k}$	Contribución a la Incertidumbre $u_k = c_k \cdot u(x_k)$	Grados de Libertad ν_k
Calibración lineal de DMDA	$u(\delta_0) \cong \frac{u(\Delta\alpha_c)}{\theta}$	normal	$z_{ij}^{(MC)}$	$z_{ij}^{(MC)} \cdot \frac{u(\Delta\alpha_c)}{\theta}$	∞
Deriva temporal del DMDA	$u(\delta_{DER}) = \frac{\Delta b_{max}}{\sqrt{3}}$	uniforme	$z_{ij}^{(MC)}$	$z_{ij}^{(MC)} \cdot \frac{\Delta b_{max}}{\sqrt{3}}$	∞
Longitud medida de los tramos	$u(\delta_\ell) = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2 \text{ mm}}{\min\{\ell, \ell_D\}}$	uniforme	$z_{ij}^{(MC)}$	$z_{ij}^{(MC)} \cdot \frac{2 \text{ mm}}{\sqrt{3} \cdot \min\{\ell, \ell_D\}}$	∞
Repetibilidad	s	normal	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{s}{\sqrt{2}}$	$(I-1)(J-1)$
Incertidumbre Combinada $u(z_{ij}^{(MC)})$			$u(z_{ij}^{(MC)}) = \sqrt{\sum u_k^2}$		
Grados de Libertad $\nu \left[u(z_{ij}^{(MC)}) \right]$			$\nu \left[u(z_{ij}^{(MC)}) \right] = u^4(z_{ij}^{(MC)}) / \sum (u_k^4 / \nu_k)$		
Incertidumbre Expandida $U(z_{ij}^{(MC)})$			$U(z_{ij}^{(MC)}) = k \cdot u(z_{ij}^{(MC)})$		

Tabla 4: Balance de incertidumbre para las cotas

NOTA:

Debido a que la obtención de las cotas $z_{ij}^{(MC)}$ se realiza mediante un algoritmo complejo y no mediante una fórmula, y dada asimismo la complejidad del proceso de estimación de incertidumbres se ha considerado que la inclusión en el balance de incertidumbres de una columna con la estimación de las variables de las que dependen las cotas $z_{ij}^{(MC)}$ no tiene sentido. Asimismo, dado el número tan elevado de dichas

variables, la columna correspondiente tendría una longitud enorme. Por otro lado, la estimación de incertidumbres se realiza de forma simplificada, de forma que no existe una relación directa entre las incertidumbres de las variables de las que depende $z_{ij}^{(MC)}$ y la incertidumbre final de $z_{ij}^{(MC)}$. Por esta razón no se ha incluido la columna de estimaciones que suele ser habitual en los balances de incertidumbres.

Los grados de libertad de la estimación anterior son:

$$v\left[u\left(z_{ij}^{(MC)}\right)\right]=\frac{u^4\left(z_{ij}^{(MC)}\right)}{\sum\left(u_k^4/v_k\right)}=\frac{u^4\left(z_{ij}^{(MC)}\right)}{s^4}=(I-1)(J-1)\cdot\left[\frac{u\left(z_{ij}^{(MC)}\right)}{s}\right]^4$$

Dado que $u\left(z_{ij}^{(MC)}\right)>s$ $v\left[u\left(z_{ij}^{(MC)}\right)\right]>(I-1)(J-1)$.

En general, se darán las condiciones descritas el apartado 5.2 de la Guía EA-4/02 [4] para la aplicación práctica del Teorema Central del Límite:

- ❑ tres o más componentes de la incertidumbre poseen funciones de distribución “razonables” (por ejemplo, distribuciones normales, uniformes, triangulares, etc...).
- ❑ dichas componentes contribuyen de forma mayoritaria en la incertidumbre combinada.
- ❑ y, además, poseen contribuciones similares.

razón por la cual podrá aceptarse que $z_{ij}^{(MC)}$ posee una función de distribución normal.

Asimismo, en la mayoría de los casos, los grados de libertad suelen ser elevados (nótese que para que el producto $(I-1)(J-1)$ sea igual o superior a 16 basta tener un retículo de 6x6 nodos). Por tanto, podrá aceptarse que la estimación $u\left(z_{ij}^{(MC)}\right)$ de la incertidumbre de $z_{ij}^{(MC)}$ es suficientemente “fiable” y, por tanto, podrá utilizarse un factor de cobertura $k=2$ para la obtención de la incertidumbre expandida $U\left(z_{ij}^{(MC)}\right)$. En estas condiciones, el intervalo de incertidumbre obtenido se corresponde, muy aproximadamente, con un intervalo de confianza del 95%.

El valor obtenido para la incertidumbre expandida $U\left(z_{ij}^{(MC)}\right)$ siempre se redondeará, por exceso, a su segunda cifra significativa. Asimismo, todas las cotas $z_{ij}^{(MC)}$ se redondearán a la segunda cifra significativa de su incertidumbre.

6.1.6. Balance de incertidumbres para el defecto de planitud P

De acuerdo con las estimaciones de las componentes de la incertidumbre realizadas en los apartados 6.1.1 a 6.1.4, la expresión correspondiente a la incertidumbre del defecto de planitud P es la siguiente:

$$u_P = \sqrt{P^2 \cdot 2 \left[u^2(\delta_0) + u^2(\delta_{DER}) + u^2(\delta_\ell) \right] + s^2} =$$

$$= \sqrt{c_1^2 \cdot u^2(\delta_0) + c_2^2 \cdot u^2(\delta_{DER}) + c_2^2 \cdot u^2(\delta_\ell) + c_4^2 \cdot s^2}$$

Siendo $c_1 = c_2 = c_3 = P \sqrt{2}$ y $c_4 = 1$ los cuatro coeficientes de influencia asociados a las cuatro componentes de la incertidumbre consideradas.

Magnitud de influencia	Incertidumbre Típica	F.D.	Coefficiente de Sensibilidad	Contribución a la Incertidumbre	Grados de Libertad
x_k	$u(x_k)$		$c_k = \frac{\partial P}{\partial z_k}$	$u_k = c_k \cdot u(x_k)$	ν_k
Calibración lineal de DMDA	$u(\delta_0) \cong \frac{u(\Delta\alpha_c)}{\theta}$	normal	$P \sqrt{2}$	$P \sqrt{2} \cdot \frac{u(\Delta\alpha_c)}{\theta}$	∞
Deriva temporal del DMDA	$u(\delta_{DER}) = \frac{\Delta b_{max}}{\sqrt{3}}$	uniforme	$P \sqrt{2}$	$P \sqrt{2} \cdot \frac{\Delta b_{max}}{\sqrt{3}}$	∞
Longitud medida de los tramos	$u(\delta_\ell) = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2 \text{ mm}}{\min\{\ell, \ell_D\}}$	uniforme	$P \sqrt{2}$	$\frac{P \sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2 \text{ mm}}{\min\{\ell, \ell_D\}}$	∞
Repetibilidad	s	normal	1	s	$(I-1)(J-1)$
Incertidumbre Combinada $u(P)$			$u(P) = \sqrt{\sum u_k^2}$		
Grados de Libertad $\nu[u(P)]$			$\nu[u(P)] = u^4(P) / \sum (u_k^4 / \nu_k)$		
Incertidumbre Expandida $U(P)$			$U(P) = k \cdot u(P)$		

Tabla 5: Balance de incertidumbre para el defecto de planitud

NOTA:

La columna de estimaciones habitual en los balances de incertidumbres se ha omitido por las mismas razones explicadas en la nota a la tabla 4.

Los grados de libertad de la estimación anterior son:

$$\nu[u(P)] = \frac{u^4(P)}{\sum (u_k^4 / \nu_k)} = \frac{u^4(P)}{\frac{s^4}{(I-1)(J-1)}} = (I-1)(J-1) \cdot \left[\frac{u(P)}{s} \right]^4$$

Dado que $u(P) > s$ $\nu[u(P)] > (I-1)(J-1)$.

En general, se darán las condiciones descritas el apartado 5.2 de la Guía EA-4/02 [4] para la aplicación práctica del Teorema Central del Límite:

- ❑ tres o más componentes de la incertidumbre poseen funciones de distribución “razonables” (por ejemplo, distribuciones normales, uniformes, triangulares, etc...).
- ❑ dichas componentes contribuyen de forma mayoritaria en la incertidumbre combinada.
- ❑ y, además, poseen contribuciones similares

razón por la cual podrá aceptarse que P posee una función de distribución normal.

Asimismo, en la mayoría de los casos, los grados de libertad suelen ser elevados (nótese que para que el producto $(I - 1)(J - 1)$ sea igual o superior a 16 basta con tener un retículo de 6x6 nodos). Por tanto, podrá aceptarse que la estimación $u(P)$ de la incertidumbre de P es suficientemente “fiable” y, por tanto, podrá utilizarse un factor de cobertura $k = 2$ para la obtención de la incertidumbre expandida $U(P)$. En estas condiciones, el intervalo de incertidumbre obtenido se corresponde, muy aproximadamente, con un intervalo de confianza del 95%.

El valor obtenido para la incertidumbre expandida $U(P)$ siempre se redondeará, por exceso, a su segunda cifra significativa. Asimismo, la estimación P del defecto de planitud se redondeará a la segunda cifra significativa de su incertidumbre.

6.2. Interpretación de resultados

Las cotas $z_{ij}^{(MC)}$ obtenidas en apartados anteriores son las cotas de los nodos N_{ij} de la retícula respecto de un plano de referencia obtenido mediante técnicas de ajuste por mínimos cuadrados.

Cada una de estas cotas $z_{ij}^{(MC)}$ lleva asociada una incertidumbre $U(z_{ij}^{(MC)})$, obtenida según el procedimiento descrito en el apartado 6.1.

Debe hacerse notar que la utilización de un plano de referencia diferente daría lugar a la obtención de un conjunto de cotas $z_{ij}^{(\bullet)}$ distinto del obtenido, pero que puede ser perfectamente compatible con él. Para analizar dicha compatibilidad sería necesario girar y trasladar (como si de un sólido rígido se tratara) uno de los dos conjuntos de cotas y, así, tratar de determinar en qué posición ambos conjuntos están “más cerca” el uno del otro.

El defecto de planitud P determinado es la diferencia entre las cotas máxima y mínima respecto del plano de referencia de mínimos cuadrados, llevando asociada una incertidumbre $U(P)$ determinada de acuerdo con el procedimiento descrito en el apartado 6.1

Nótese que el procedimiento descrito en el apartado 6.1 para la estimación de incertidumbres es fruto de una gran simplificación. El problema es bastante más complejo de lo que dicho apartado deja entrever y su correcta resolución excede los límites de sencillez y extensión impuestos a este procedimiento de calibración. El lector interesado puede consultar las referencias [10] y [11] donde el problema se aborda, respectivamente, por vía analítica y recurriendo a técnicas de simulación estadística.

La norma UNE 82309-2 [8] fija una tolerancia T para el defecto de planitud de la mesa en función de su tamaño (longitud de la diagonal) y de su calidad. La declaración de conformidad

con dicha tolerancia deberá realizarse teniendo en cuenta la incertidumbre del defecto de planitud P . Así, únicamente se podrá afirmar que se cumple la tolerancia T especificada cuando $P + U(P) \leq T$.

Aun cuando la fijación del periodo de recalibración es siempre responsabilidad del usuario del instrumento, en la tabla 6 se incluyen algunos valores orientativos en función de la calidad de la mesa de planitud:

Calidad según UNE 82309-2	Periodo de recalibración recomendado
Calidades 0 y 1	6 a 24 meses
Calidades 2 y 3	12 a 36 meses

Tabla 6

Estos valores son válidos para un uso normal de la mesa en una sala de metrología. Si la mesa va soportar una carga de trabajo elevada o va ser utilizada en entornos de trabajo más agresivos (por ejemplo, en un taller o en una planta de fabricación) es conveniente reducir su periodo de recalibración incluso por debajo de los valores mínimos indicados en la tabla 6.

7. REFERENCIAS

- [1] Procedimiento para la elaboración de procedimientos de calibración. Grupo de Trabajo MINER-CEM. Ed. 2, Tres Cantos, Madrid. Año 2000.
- [2] Vocabulario Internacional de Metrología. Conceptos fundamentales y generales y términos asociados. 3ª edición 2012 (Ed. VIM 2008 con inclusión de pequeñas correcciones), Centro Español de Metrología, 2012.
- [3] Evaluación de datos de medición. Guía para la expresión de la incertidumbre de medida., 3ª ed. en español (traducción de 1ª ed. 2008 en inglés), Centro Español de Metrología, 2009, NIPO: 706-09-002-6.
- [4] Guide EA-4/02 M: 2013, Evaluation of the Uncertainty of Measurement in Calibration, Sept. 2013, rev. 01.
- [5] Clasificación de Instrumentos de Metrología Dimensional. 1ª ed. Centro Español de Metrología, 2005, NIPO: 165-02-003-4.
- [6] *Proceso de Calibración D-003 para Mesas de Planitud D-06.05*. MINER. Dirección General de Innovación Industrial y Tecnología. Sistema de Calibración Industrial. 2ª Edición. Diciembre 1992.
- [7] UNE 82309-1:1999, Mesas de planitud. Parte 1: Acero fundido.
- [8] UNE 82309-2:1997, Mesas de planitud. Parte 2: Granito.
- [9] *Mesas y Patrones de Planitud*. AEC, Consejo nº 11 (1983).
- [10] *Incertidumbre en la medida del defecto de planitud*. de Vicente J., LMM, Madrid, Octubre 1992.

- [11] *Estimación de incertidumbres mediante simulación: aplicación a la medida del defecto de planitud.* de Vicente J., Sánchez Pérez A. M; Carro J.; Anales de Ingeniería Mecánica (AEIM), año 10, vol. 2, ISBN 84-7721-289-9, pp. 21-28 (1994).
- [12] UNE 121-91. *Dibujos Técnicos. Tolerancias Geométricas.*
- [13] ISO 1-101-1983. *Dibujos Técnicos. Tolerancias Geométricas.*

8. ANEXOS

8.1. Ejemplo numérico

Se ha medido una mesa de planitud de dimensiones 1100 x 700 mm, de mármol negro y calidad 0 según UNE 82309-2 utilizando para ello un sistema interferométrico láser (SIL) con el correspondiente kit de ópticas y accesorios necesarios para este tipo de medidas, convenientemente calibrado (véase apartado 8.6).

Se ha utilizado, así mismo, una regla de trazos de 1 m de longitud con división de escala de 1 mm, también convenientemente calibrada y con una incertidumbre de calibración de 0,5 mm. Su incertidumbre de uso se ha estimado en 1 mm.

La calibración se ha realizado en una sala de metrología cuyas condiciones ambientales variaron entre los siguientes límites durante la realización de la calibración:

- ❑ Temperatura ambiente: 19,7 °C a 20,9 °C.
- ❑ Presión atmosférica: 941,6 mbar a 942,5 mbar.
- ❑ Humedad relativa: 43% a 49%.

Las mediciones de las condiciones ambiente (temperatura, presión y humedad relativa del aire) se han llevado a cabo con una estación meteorológica cuyas incertidumbres de uso son, respectivamente, 0,3 °C, 1 mbar y 5% (incertidumbres expandidas para $k = 2$).

Se ha elegido una distancia entre apoyos del captador del SIL (base sobre la que se monta el reflector angular) de $\ell = 100$ mm. Se ha dibujado una retícula de 7 perfiles horizontales y 11 verticales (de dimensiones 1000 x 600 mm de contorno), con $J=10$ tramos en los perfiles horizontales y $I=6$ en los verticales, todos ellos de 100 mm de longitud. Las diagonales se han dividido en $D=12$ tramos de $\sqrt{1000^2 + 600^2}/12 = 97,2$ mm (valor muy próximo al valor de $\ell = 100$ mm). Nótese que el número de tramos es par en los tres tipos de perfiles (horizontales, verticales y diagonales) pudiéndose, por tanto, materializar el punto central (PC) de la retícula sin problemas.

Para el trazado de la retícula y como ayuda para el guiado del captador del SIL (reflector angular) sobre los perfiles se ha utilizado una regla de rectitud de acero de 1,5 m de longitud.

Se ha utilizado un ordenador personal (con el correspondiente programa informático) para el control del SIL y la adquisición automática de sus lecturas. Dichas lecturas se han almacenado en un archivo de texto de acuerdo con el formato descrito en el apartado 5.4 incluyéndose una copia de él a continuación:

D 1	-0.47	-0.75	-0.26	-1.02	-1.37	0.59	2.05	1.84	3.13	1.92	1.11	1.69
D 1	1.62	-0.13	1.85	0.63	0.27	2.28	3.85	3.53	5.37	3.60	3.08	3.11
D 1	1.47	1.08	2.47	1.09	1.13	3.37	4.66	3.59	5.51	4.47	3.56	2.86
D 2	-0.59	-1.11	-1.18	-1.91	-2.05	-2.82	-2.32	-0.38	-1.37	-1.50	-1.79	-1.80
D 2	-0.25	-0.87	-1.57	-0.91	-0.96	-2.50	-1.94	-0.17	-1.03	-1.24	-1.05	-1.39
D 2	-0.15	-0.28	-1.63	-1.69	-0.14	-1.64	-2.62	-0.71	-0.98	-1.21	-1.09	-1.76
H 0	0.55	-0.60	0.15	-0.15	1.29	0.39	0.62	-0.42	-0.49	-0.05		
H 0	0.26	-1.53	-1.74	-0.96	-0.18	-0.39	-0.55	-1.15	-1.43	-0.84		
H 0	0.40	-1.72	-0.95	-0.35	0.63	0.36	0.65	-0.29	-0.06	0.59		
H 1	-1.32	-1.54	-2.44	-0.85	-0.20	0.19	-0.63	-0.54	-0.56	-1.27		
H 2	-0.20	1.45	-0.39	-1.29	-2.08	-0.66	-0.14	-1.45	-1.51	-2.18		
H 3	0.11	1.17	-0.46	-1.35	-1.07	-0.44	1.40	0.12	-0.81	-0.59		
H 3	0.72	2.30	0.13	-0.55	-0.81	0.64	1.73	0.91	0.27	0.17		
H 3	-0.19	-0.13	-1.19	-2.50	-2.63	-1.48	0.90	-0.39	-1.16	-0.56		
H 4	0.05	-0.48	-2.94	-3.25	-2.81	-1.88	0.01	-0.90	-0.82	-1.00		
H 5	-0.30	-0.18	-1.86	-3.22	-2.53	-1.17	0.16	-0.68	-0.56	-0.72		
H 6	-1.13	-0.30	-1.97	-2.65	-2.26	-2.46	-1.80	-1.38	-1.47	-2.09		
H 6	-0.25	-2.85	-3.10	-3.57	-4.07	-2.64	-2.75	-2.64	-3.08	-3.21		
H 6	-1.65	-2.79	-3.53	-4.77	-4.26	-3.84	-3.54	-3.65	-3.64	-4.55		
V 0	-1.03	-1.36	1.26	-0.85	2.38	0.33						
V 0	-0.06	-1.64	2.97	-0.13	3.44	1.07						
V 0	-0.07	0.19	3.01	1.18	3.61	1.65						
V 1	-0.71	-2.74	-0.09	-0.23	-0.38	0.26						
V 2	0.46	-0.76	0.86	1.24	1.17	0.26						
V 3	-0.64	0.55	-0.54	0.82	1.50	0.39						
V 4	-0.35	0.57	-0.02	1.11	1.21	1.43						
V 5	-0.62	-1.21	-0.03	0.56	1.39	2.21						
V 5	0.28	0.05	1.11	1.14	2.00	2.87						
V 5	0.24	-0.63	1.01	1.25	1.89	2.89						
V 6	-0.52	-1.14	-0.42	0.27	1.48	2.24						
V 7	0.06	-0.30	-0.24	0.51	1.32	1.81						
V 8	-0.03	-0.24	-0.20	-0.18	0.81	1.82						
V 9	0.70	0.53	1.40	1.04	1.94	2.93						
V10	-0.05	0.12	0.66	1.04	2.32	2.90						
V10	-0.09	0.43	0.70	1.46	2.53	3.35						
V10	0.09	0.09	0.46	1.04	2.30	2.93						

Tabla 7: Fichero de texto conteniendo las lecturas obtenidas
(las unidades son segundos sexagesimales de arco)

Nótese que varios perfiles han sido medidos más de una vez. Así, por ejemplo, la diagonal principal (D1) se ha medido tres veces. Por ello, tres líneas del archivo comienzan con el identificador D1. Por esta razón, lo primero que deberá hacerse es obtener los valores $\alpha_{pi}^{(\bullet)}$ de estos perfiles que se han repetido (un valor único para cada tramo) a partir de las K repeticiones realizadas utilizando la siguiente fórmula:

$$\alpha_{pi}^{(\bullet)} = \frac{1}{K} \cdot \sum_{k=1}^K \beta_{pik}^{(\bullet)}$$

donde $\beta_{pik}^{(\bullet)}$ es la lectura correspondiente a la repetición k -ésima del tramo i -ésimo del perfil p . Este proceso está esquematizado en la tabla 8.

A continuación se detalla el proceso de evaluación de los siguientes cinco conjuntos de cotas:

$$z_{ij}^{(1)} = \frac{ij}{IJ} \cdot H \quad z_{ij}^{(2)} = \frac{i}{I} \cdot h_{ij}^{(H)} + \frac{I-i}{I} \cdot h_{0j}^{(H)} \quad z_{ij}^{(3)} = \frac{j}{J} \cdot h_{ji}^{(V)} + \frac{J-j}{J} \cdot h_{0i}^{(V)}$$

$$z_{ij}^{(4)} = h_{ij}^{(H)} \quad z_{ij}^{(5)} = h_{ji}^{(V)}$$

	D 1	-0.47	-0.75	-0.26	-1.02	-1.37	0.59	2.05	1.84	3.13	1.92	1.11	1.69
	D 1	1.62	-0.13	1.85	0.63	0.27	2.28	3.85	3.53	5.37	3.60	3.08	3.11
	D 1	1.47	1.08	2.47	1.09	1.13	3.37	4.66	3.59	5.51	4.47	3.56	2.86
Media	D 1	0.87	0.07	1.35	0.23	0.01	2.08	3.52	2.99	4.67	3.33	2.58	2.55
	D 2	-0.59	-1.11	-1.18	-1.91	-2.05	-2.82	-2.32	-0.38	-1.37	-1.50	-1.79	-1.80
	D 2	-0.25	-0.87	-1.57	-0.91	-0.96	-2.50	-1.94	-0.17	-1.03	-1.24	-1.05	-1.39
	D 2	-0.15	-0.28	-1.63	-1.69	-0.14	-1.64	-2.62	-0.71	-0.98	-1.21	-1.09	-1.76
Media	D 2	-0.33	-0.75	-1.46	-1.50	-1.05	-2.32	-2.29	-0.42	-1.13	-1.32	-1.31	-1.65
	H 0	0.55	-0.60	0.15	-0.15	1.29	0.39	0.62	-0.42	-0.49	-0.05		
	H 0	0.26	-1.53	-1.74	-0.96	-0.18	-0.39	-0.55	-1.15	-1.43	-0.84		
	H 0	0.40	-1.72	-0.95	-0.35	0.63	0.36	0.65	-0.29	-0.06	0.59		
Media	H 0	0.40	-1.28	-0.85	-0.49	0.58	0.12	0.24	-0.62	-0.66	-0.10		
	H 3	0.11	1.17	-0.46	-1.35	-1.07	-0.44	1.40	0.12	-0.81	-0.59		
	H 3	0.72	2.30	0.13	-0.55	-0.81	0.64	1.73	0.91	0.27	0.17		
	H 3	-0.19	-0.13	-1.19	-2.50	-2.63	-1.48	0.90	-0.39	-1.16	-0.56		
Media	H 3	0.21	1.11	-0.51	-1.47	-1.50	-0.43	1.34	0.21	-0.57	-0.33		
	H 6	-1.13	-0.30	-1.97	-2.65	-2.26	-2.46	-1.80	-1.38	-1.47	-2.09		
	H 6	-0.25	-2.85	-3.10	-3.57	-4.07	-2.64	-2.75	-2.64	-3.08	-3.21		
	H 6	-1.65	-2.79	-3.53	-4.77	-4.26	-3.84	-3.54	-3.65	-3.64	-4.55		
Media	H 6	-1.01	-1.98	-2.87	-3.66	-3.53	-2.98	-2.70	-2.56	-2.73	-3.28		
	V 0	-1.03	-1.36	1.26	-0.85	2.38	0.33						
	V 0	-0.06	-1.64	2.97	-0.13	3.44	1.07						
	V 0	-0.07	0.19	3.01	1.18	3.61	1.65						
Media	V 0	-0.39	-0.94	2.41	0.07	3.14	1.02						
	V 5	-0.62	-1.21	-0.03	0.56	1.39	2.21						
	V 5	0.28	0.05	1.11	1.14	2.00	2.87						
	V 5	0.24	-0.63	1.01	1.25	1.89	2.89						
Media	V 5	-0.03	-0.60	0.70	0.98	1.76	2.66						
	V10	-0.05	0.12	0.66	1.04	2.32	2.90						
	V10	-0.09	0.43	0.70	1.46	2.53	3.35						
	V10	0.09	0.09	0.46	1.04	2.30	2.93						
Media	V10	-0.02	0.21	0.61	1.18	2.38	3.06						

Tabla 8.- Obtención de lecturas medias para los perfiles que se han medido más de una vez
(las unidades son segundos sexagesimales de arco)

En la tabla 9, ya aparecen los perfiles que se habían medido más de una vez con un único valor para cada tramo (una única línea para el perfil). Con el fin de destacarlos respecto al resto aparecen en negrita.

D 1	0.87	0.07	1.35	0.23	0.01	2.08	3.52	2.99	4.67	3.33	2.58	2.55
D 2	-0.33	-0.75	-1.46	-1.50	-1.05	-2.32	-2.29	-0.42	-1.13	-1.32	-1.31	-1.65
H 0	0.40	-1.28	-0.85	-0.49	0.58	0.12	0.24	-0.62	-0.66	-0.10		
H 1	-1.32	-1.54	-2.44	-0.85	-0.20	0.19	-0.63	-0.54	-0.56	-1.27		
H 2	-0.20	1.45	-0.39	-1.29	-2.08	-0.66	-0.14	-1.45	-1.51	-2.18		
H 3	0.21	1.11	-0.51	-1.47	-1.50	-0.43	1.34	0.21	-0.57	-0.33		
H 4	0.05	-0.48	-2.94	-3.25	-2.81	-1.88	0.01	-0.90	-0.82	-1.00		
H 5	-0.30	-0.18	-1.86	-3.22	-2.53	-1.17	0.16	-0.68	-0.56	-0.72		
H 6	-1.01	-1.98	-2.87	-3.66	-3.53	-2.98	-2.70	-2.56	-2.73	-3.28		
V 0	-0.39	-0.94	2.41	0.07	3.14	1.02						
V 1	-0.71	-2.74	-0.09	-0.23	-0.38	0.26						
V 2	0.46	-0.76	0.86	1.24	1.17	0.26						
V 3	-0.64	0.55	-0.54	0.82	1.50	0.39						
V 4	-0.35	0.57	-0.02	1.11	1.21	1.43						
V 5	-0.03	-0.60	0.70	0.98	1.76	2.66						
V 6	-0.52	-1.14	-0.42	0.27	1.48	2.24						
V 7	0.06	-0.30	-0.24	0.51	1.32	1.81						
V 8	-0.03	-0.24	-0.20	-0.18	0.81	1.82						
V 9	0.70	0.53	1.40	1.04	1.94	2.93						
V 10	-0.02	0.21	0.61	1.18	2.38	3.06						

Tabla 9: Ángulos $\alpha_{pi}^{(\bullet)}$ de los perfiles
(las unidades son segundos sexagesimales de arco)

A partir de los datos de la tabla anterior se procede a determinar las alturas $h_{pi}^{(\bullet)}$ de acuerdo con la expresión:

$$h_{pk}^{(\bullet)} = C \cdot \ell \cdot \sum_{q=1}^k [\alpha_{pq}^{(\bullet)} - \bar{\alpha}_p^{(\bullet)}]$$

Dado que las unidades en las que se presentan los ángulos son segundos sexagesimales de arco, la longitud ℓ está expresada en mm y que se desea que las alturas $h_{pi}^{(\bullet)}$ se obtengan en • m, el valor de la constante será:

$$C = \frac{\pi \text{ rad}}{180 \times 3600''} \cdot \frac{1000 \mu\text{m}}{1 \text{ mm}} = 0,004 \ 848 \ 137 \frac{\mu\text{m}}{\text{mm} \cdot \text{l}''}$$

D 1	0.00	-0.56	-1.50	-1.83	-2.70	-3.67	-3.64	-2.92	-2.45	-1.16	-0.53	-0.26	0.00
D 2	0.00	0.47	0.73	0.65	0.55	0.67	0.17	-0.31	0.11	0.19	0.18	0.17	0.00
H 0	0.00	0.32	-0.17	-0.45	-0.56	-0.15	0.04	0.28	0.11	-0.08	0.00		
H 1	0.00	-0.20	-0.50	-1.24	-1.21	-0.86	-0.32	-0.18	0.00	0.17	0.00		
H 2	0.00	0.31	1.43	1.65	1.43	0.83	0.92	1.26	0.97	0.65	0.00		
H 3	0.00	0.20	0.83	0.68	0.06	-0.58	-0.69	0.05	0.25	0.07	0.00		
H 4	0.00	0.70	1.15	0.41	-0.49	-1.17	-1.40	-0.72	-0.48	-0.19	0.00		
H 5	0.00	0.39	0.84	0.47	-0.55	-1.24	-1.27	-0.66	-0.45	-0.19	0.00		
H 6	0.00	0.83	1.20	1.13	0.68	0.29	0.17	0.18	0.27	0.27	0.00		
V 0	0.00	-0.62	-1.50	-0.76	-1.16	-0.06	0.00						
V 1	0.00	-0.03	-1.04	-0.77	-0.57	-0.44	0.00						
V 2	0.00	-0.04	-0.67	-0.51	-0.17	0.13	0.00						
V 3	0.00	-0.48	-0.38	-0.81	-0.58	-0.02	0.00						
V 4	0.00	-0.49	-0.53	-0.86	-0.64	-0.37	0.00						
V 5	0.00	-0.46	-1.19	-1.29	-1.26	-0.85	0.00						
V 6	0.00	-0.41	-1.11	-1.47	-1.49	-0.93	0.00						
V 7	0.00	-0.23	-0.63	-1.00	-1.01	-0.62	0.00						
V 8	0.00	-0.17	-0.45	-0.71	-0.96	-0.72	0.00						
V 9	0.00	-0.35	-0.78	-0.80	-0.98	-0.73	0.00						
V 10	0.00	-0.61	-1.10	-1.41	-1.44	-0.88	0.00						

Tabla 10: Alturas $h_{pi}^{(\bullet)}$ en μm

Nótese que las alturas $h_{pi}^{(\bullet)}$ correspondientes a los nodos primero y último de cada perfil son todas nulas (tal y como debe de ser de acuerdo con lo expuesto en el apartado 4). Nótese también que el número de alturas es siempre igual al de ángulos más uno.

Ahora ya podemos determinar la altura H del cuarto vértice (V4 o nodo $N_{7,11}$). De acuerdo con los resultados obtenidos sobre la diagonal de referencia (que se apoya sobre los vértices V2 y V3, ambos a cota nula) la altura del punto central PC es:

$$H_{PC} = -3,64 \mu\text{m} \text{ (altura del nodo 6 de D1)}$$

Sin embargo, $h_{2,6}^{(D)} = +0,17 \mu\text{m}$. Esta sería la cota de PC si fuera cierto que V4 estuviera también a cota nula. Dado que $h_{2,6}^{(D)} > H_{PC}$ deberemos girar, en torno a V1 y en sentido negativo, la diagonal secundaria D2 hasta conseguir que $h_{2,6}^{(D)} = H_{PC}$. Por tanto:

$$h_{2,i}^{(D)} \leftarrow h_{2,i}^{(D)} - (h_{2,6}^{(D)} - H_{PC}) \cdot \frac{i}{6}$$

Los resultados, una vez girada esta diagonal, son los siguientes:

Cota PC (D1)	-3.64												
Cota PC (D2 antes)	0.17												
D 2 Antes	0.00	0.47	0.73	0.65	0.55	0.67	0.17	-0.31	0.11	0.19	0.18	0.17	0.00
Giro	0.00	-0.64	-1.27	-1.91	-2.54	-3.18	-3.81	-4.45	-5.08	-5.72	-6.35	-6.99	-7.62
D 2 Despues	0.00	-0.17	-0.54	-1.26	-1.99	-2.51	-3.64	-4.76	-4.97	-5.53	-6.17	-6.82	-7.62

Tabla 11: Giro de la diagonal secundaria (D2) y determinación de la cota del cuarto vértice (alturas en μm)

Por tanto, la cota del cuarto vértice será la cota del nodo 13 de la diagonal D2 después de girarla:

$$H = -7,62 \mu\text{m}$$

Ahora ya pueden evaluarse los mapas de cotas $z_{ij}^{(1)}$ a $z_{ij}^{(5)}$ de acuerdo con las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}
 z_{ij}^{(1)} &= \frac{ij}{IJ} \cdot H; & z_{ij}^{(2)} &= \frac{i}{I} \cdot h_{ij}^{(H)} + \frac{I-i}{I} \cdot h_{0j}^{(H)}; \\
 z_{ij}^{(3)} &= \frac{j}{J} \cdot h_{ji}^{(V)} + \frac{J-j}{J} \cdot h_{0i}^{(V)}; & z_{ij}^{(4)} &= h_{ij}^{(H)}; & z_{ij}^{(5)} &= h_{ji}^{(V)}
 \end{aligned}$$

Los resultados se muestran en las siguientes tablas:

		COTAS Z1										
		Índice j										
Índice i		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1		0.00	-0.13	-0.25	-0.38	-0.51	-0.64	-0.76	-0.89	-1.02	-1.14	-1.27
2		0.00	-0.25	-0.51	-0.76	-1.02	-1.27	-1.52	-1.78	-2.03	-2.29	-2.54
3		0.00	-0.38	-0.76	-1.14	-1.52	-1.91	-2.29	-2.67	-3.05	-3.43	-3.81
4		0.00	-0.51	-1.02	-1.52	-2.03	-2.54	-3.05	-3.56	-4.07	-4.57	-5.08
5		0.00	-0.64	-1.27	-1.91	-2.54	-3.18	-3.81	-4.45	-5.08	-5.72	-6.35
6		0.00	-0.76	-1.52	-2.29	-3.05	-3.81	-4.57	-5.34	-6.10	-6.86	-7.62

Tabla 12: Mapa de cotas $z_{ij}^{(1)}$ en μm

		COTAS Z2										
		Índice j										
Índice i		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		0.00	0.32	-0.17	-0.45	-0.56	-0.15	0.04	0.28	0.11	-0.08	0.00
1		0.00	0.41	0.06	-0.19	-0.35	-0.08	0.06	0.27	0.14	-0.02	0.00
2		0.00	0.49	0.29	0.08	-0.15	0.00	0.08	0.25	0.16	0.04	0.00
3		0.00	0.58	0.51	0.34	0.06	0.07	0.10	0.23	0.19	0.09	0.00
4		0.00	0.66	0.74	0.60	0.27	0.14	0.13	0.22	0.22	0.15	0.00
5		0.00	0.75	0.97	0.87	0.47	0.22	0.15	0.20	0.24	0.21	0.00
6		0.00	0.83	1.20	1.13	0.68	0.29	0.17	0.18	0.27	0.27	0.00

Tabla 13: Mapa de cotas $z_{ij}^{(2)}$ en μm

		COTAS Z3										
		Índice j										
Índice i		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1		-0.62	-0.62	-0.62	-0.61	-0.61	-0.61	-0.61	-0.61	-0.61	-0.61	-0.61
2		-1.50	-1.46	-1.42	-1.38	-1.34	-1.30	-1.26	-1.22	-1.18	-1.14	-1.10
3		-0.76	-0.83	-0.89	-0.96	-1.02	-1.09	-1.15	-1.22	-1.28	-1.35	-1.41
4		-1.16	-1.19	-1.21	-1.24	-1.27	-1.30	-1.33	-1.35	-1.38	-1.41	-1.44
5		-0.06	-0.15	-0.23	-0.31	-0.39	-0.47	-0.56	-0.64	-0.72	-0.80	-0.88
6		0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Tabla 14: Mapa de cotas $z_{ij}^{(3)}$ en μm

Índice i	Índice j										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0.00	0.32	-0.17	-0.45	-0.56	-0.15	0.04	0.28	0.11	-0.08	0.00
1	0.00	-0.20	-0.50	-1.24	-1.21	-0.86	-0.32	-0.18	0.00	0.17	0.00
2	0.00	0.31	1.43	1.65	1.43	0.83	0.92	1.26	0.97	0.65	0.00
3	0.00	0.20	0.83	0.68	0.06	-0.58	-0.69	0.05	0.25	0.07	0.00
4	0.00	0.70	1.15	0.41	-0.49	-1.17	-1.40	-0.72	-0.48	-0.19	0.00
5	0.00	0.39	0.84	0.47	-0.55	-1.24	-1.27	-0.66	-0.45	-0.19	0.00
6	0.00	0.83	1.20	1.13	0.68	0.29	0.17	0.18	0.27	0.27	0.00

Tabla 15: Mapa de cotas $z_{ij}^{(4)}$ en μm

Índice i	Índice j										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1	-0.62	-0.03	-0.04	-0.48	-0.49	-0.46	-0.41	-0.23	-0.17	-0.35	-0.61
2	-1.50	-1.04	-0.67	-0.38	-0.53	-1.19	-1.11	-0.63	-0.45	-0.78	-1.10
3	-0.76	-0.77	-0.51	-0.81	-0.86	-1.29	-1.47	-1.00	-0.71	-0.80	-1.41
4	-1.16	-0.57	-0.17	-0.58	-0.64	-1.26	-1.49	-1.01	-0.96	-0.98	-1.44
5	-0.06	-0.44	0.13	-0.02	-0.37	-0.85	-0.93	-0.62	-0.72	-0.73	-0.88
6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Tabla 16.- Mapa de cotas $z_{ij}^{(5)}$ en μm

Las cotas z_{ij} , respecto al plano que determinan los vértices V1, V2 y V3 se determinan de acuerdo con la expresión:

$$z_{ij} = z_{ij}^{(1)} + \frac{z_{ij}^{(2)} + z_{ij}^{(3)} + z_{ij}^{(4)} + z_{ij}^{(5)}}{2}$$

Los resultados se incluyen en la tabla 17:

Índice i	Índice j										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0.00	0.32	-0.17	-0.45	-0.56	-0.15	0.04	0.28	0.11	-0.08	0.00
1	-0.62	-0.37	-0.86	-1.73	-1.96	-1.79	-1.59	-1.48	-1.59	-1.83	-2.19
2	-1.50	-1.18	-0.85	-1.01	-1.61	-2.48	-2.66	-2.47	-2.88	-3.59	-4.40
3	-0.76	-0.83	-0.87	-1.63	-2.56	-3.54	-4.12	-3.90	-4.13	-4.76	-5.60
4	-1.16	-0.76	-0.88	-2.11	-3.33	-4.62	-5.45	-5.40	-5.83	-6.31	-7.10
5	-0.06	-0.36	-0.42	-1.41	-2.98	-4.36	-5.14	-5.33	-5.93	-6.50	-7.27
6	0.00	0.07	-0.33	-1.16	-2.37	-3.52	-4.41	-5.15	-5.83	-6.59	-7.62

Tabla 17: Mapa de cotas z_{ij} , en μm , respecto del plano determinado por los vértices V1, V2 y V3

Asimismo se determinan las diferencias $\Delta z_{ij} = z_{ij}^{(2)} + z_{ij}^{(5)} - z_{ij}^{(3)} - z_{ij}^{(4)}$ y la desviación típica siguiente:

$$s_R = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{I-1} \sum_{j=1}^{J-1} \frac{1}{2} \Delta z_{ij}^2}{(I-1)(J-1)}}$$

Dichas diferencias aparecen en la siguiente tabla:

Índice i	Índice j										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0											
1		1.19	1.13	1.19	0.98	0.94	0.59	0.83	0.57	0.06	
2		0.60	-0.39	-0.57	-0.77	-0.72	-0.69	-0.42	-0.07	-0.25	
3		0.43	0.06	-0.19	0.16	0.44	0.48	0.40	0.52	0.58	
4		0.58	0.63	0.86	1.39	1.36	1.36	1.29	1.12	0.78	
5		0.06	0.49	0.68	1.04	1.09	1.04	0.87	0.69	0.47	
6											

S_R = 0.55

Tabla 18: Tabla de diferencias Z_{ij} , en μm , y repetibilidad s

La contribución de división de escala del DMDA a la repetibilidad de las cotas es:

$$u_E = \ell \cdot \frac{E}{\sqrt{12}} = 100 \text{ mm} \cdot \frac{0,1''}{\sqrt{12}} = 100\,000 \mu\text{m} \cdot \frac{0,1'' \times \frac{\pi \text{ rad}}{3600 \times 180''}}{\sqrt{12}} = 0,014 \mu\text{m}$$

Por tanto, el estimador s de la repetibilidad de las cotas será:

$$s = \sqrt{s_R^2 + u_E^2} = \sqrt{(0,55 \mu\text{m})^2 + (0,014 \mu\text{m})^2} = 0,55 \mu\text{m}$$

A continuación se procede a determinar un plano de Mínimos Cuadrados (MC) $z = ai + bj + c$. Para la determinación de sus coeficientes a , b y c se utilizan las siguientes expresiones:

$$a = \frac{\sum_{i=0}^I \sum_{j=0}^J (i - i_m) \cdot z_{ij}}{\sum_{i=0}^I \sum_{j=0}^J (i - i_m)^2} = \frac{\sum_{i=0}^I (i - i_m) \sum_{j=0}^J z_{ij}}{(J + 1) \sum_{i=0}^I (i - i_m)^2} = -0,580 \mu\text{m}$$

$$b = \frac{\sum_{i=0}^I \sum_{j=0}^J (j - j_m) \cdot z_{ij}}{\sum_{i=0}^I \sum_{j=0}^J (j - j_m)^2} = \frac{\sum_{j=0}^J (j - j_m) \sum_{i=0}^I z_{ij}}{(I + 1) \sum_{j=0}^J (j - j_m)^2} = -0,435 \mu\text{m}$$

$$c = \frac{\sum_{i=0}^I \sum_{j=0}^J z_{ij}}{(I + 1)(J + 1)} = -2,37 \mu\text{m}$$

El mapa de cotas respecto a este plano de mínimos cuadrados se obtiene utilizando la expresión

$$z_{ij}^{(MC)} = z_{ij} - a(i - i_m) - b(j - j_m) - c$$

Los resultados aparecen en la siguiente tabla:

Índice i	Índice j										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	-1.55	-0.79	-0.85	-0.69	-0.37	0.48	1.10	1.78	2.05	2.29	2.80
1	-1.58	-0.88	-0.90	-1.30	-1.07	-0.43	0.24	0.81	1.17	1.40	1.51
2	-1.89	-1.06	-0.21	0.14	0.04	-0.31	0.01	0.71	0.81	0.62	0.32
3	-0.57	-0.17	0.27	-0.02	-0.47	-0.98	-1.09	-0.39	-0.15	-0.31	-0.68
4	-0.39	0.50	0.88	0.15	-0.59	-1.39	-1.72	-1.17	-1.11	-1.10	-1.40
5	1.29	1.43	1.81	1.26	0.13	-0.82	-1.16	-0.91	-1.08	-1.20	-1.53
6	1.93	2.44	2.47	2.08	1.30	0.59	0.14	-0.17	-0.42	-0.75	-1.34

Tabla 19: Mapa de cotas $z_{ij}^{(MC)}$, en μm , respecto del plano determinado por los vértices V1, V2 y V3

El defecto de planitud será:

$$P = \max \{z_{ij}^{(MC)}\} - \min \{z_{ij}^{(MC)}\} = 2,80 - 1,89 = 4,69 \mu\text{m}$$

8.2. Estimación de las componentes de la incertidumbre

La estimación de las componentes de la incertidumbre se ha realizado de acuerdo con lo especificado en los apartados 6.1.1 a 6.1.4.

8.2.1. Componentes asociadas al DMDA

Las componentes asociadas al factor de calibración lineal del DMDA y a su deriva temporal se han estimado en el apartado 8.6 de este anexo resultando ser:

$$u(\delta_0) = 0,0015$$

$$u(\delta_{DER}) = 0,0003$$

En ambos casos, sus respectivos grados de libertad son infinitos.

8.2.2. Componente asociada a la longitud media de los tramos

Respecto de la componente $u(\delta_\ell)$ asociada a la longitud media de los tramos de la retícula, puede comprobarse que la incertidumbre $U(\ell')$ es inferior a 2 mm (ver apartado 8.7). Por tanto, es posible utilizar los valores de la Tabla 3. Dado que la longitud de los tramos utilizada es $\ell \approx \ell_D \approx 100 \text{ mm}$:

$$u(\delta_\ell) = 1,0 \% = 0,01$$

Los grados de libertad de esta estimación se consideran infinitos.

8.2.3 Repetibilidad de las cotas

La estimación de la repetibilidad de las cotas es, directamente, la desviación típica s calculada con anterioridad (apartado 8.1, tabla 18):

$$s = 0,55 \mu\text{m}$$

Los grados de libertad de esta estimación son $(I - 1)(J - 1)$. Por tanto:

$$v(s) = (10 - 1)(6 - 1) = 50$$

8.3. Balance de incertidumbres para las cotas

De acuerdo con lo descrito en el apartado 6.1.5, el balance de incertidumbres para las cotas $z_{ij}^{(MC)}$, sería el que aparece en la tabla 20.

La expresión correspondiente a la incertidumbre de las cotas $z_{ij}^{(MC)}$, de acuerdo con la información recogida en dicha tabla, sería la siguiente:

$$u(z_{ij}^{(MC)}) = \sqrt{(0,01 \cdot z_{ij}^{(MC)})^2 + (0,39 \mu\text{m})^2}$$

La expresión anterior puede simplificarse observando que el término que depende de $z_{ij}^{(MC)}$ es pequeño en comparación el valor de la repetibilidad ($s = 0,39 \mu\text{m}$). Así, para $\max \left\{ |z_{ij}^{(MC)}| \right\} = 2,80 \mu\text{m}$ (nodo $N_{0,10}$) la contribución de este término sería $0,01 \times 2,80 \mu\text{m} = 0,03 \mu\text{m}$. La incertidumbre que le corresponde a la cota del nodo $N_{0,10}$ es:

$$u(z_{0,10}^{(MC)}) = \sqrt{(0,01 \times 2,80 \mu\text{m})^2 + (0,39 \mu\text{m})^2} = 0,40 \mu\text{m}$$

Dado que la incertidumbre del resto de los nodos será igual o inferior al valor anterior, se puede tomar incertidumbre típica de carácter global para todos ellos $0,40 \mu\text{m}$, que es el valor que se incluye en la tabla 20:

$$u(z_{ij}^{(MC)}) \cong 0,40 \mu\text{m}$$

Debe hacerse notar, que todos los redondeos se han realizado por exceso, con el fin de asegurar que en ningún caso la incertidumbre obtenida sea inferior a la correcta.

Los grados de libertad $u(z_{ij}^{(MC)})$ se evaluarían, de acuerdo con lo comentado en el apartado 6.1.5, de acuerdo con la siguiente expresión:

$$v \left[u \left(z_{ij}^{(MC)} \right) \right] = v(s) \cdot \left(\frac{u \left(z_{ij}^{(MC)} \right)}{s} \right)^4 = 50 \times \left(\frac{0,40 \mu\text{m}}{0,39 \mu\text{m}} \right)^4 = 55$$

En este caso, dado que existe una componente de la incertidumbre (la repetibilidad) que predomina claramente, será esta la que condicione la forma de la función de distribución de las $z_{ij}^{(MC)}$. Así pues, y dado que la componente asociada a la repetibilidad se ha aceptado que se distribuye normalmente, se deberá aceptar que las cotas $z_{ij}^{(MC)}$ también se distribuyen normalmente.

Por otro lado, el número de grados de libertad es elevado, por lo que se dan las dos condiciones necesarias para poder utilizar un factor de cobertura $k = 2$:

- Distribución normal del resultado de medida.
- Número de grados de libertad (de la incertidumbre típica de dicho resultado) elevado.

Por tanto, la incertidumbre expandida para las cotas sería:

$$U(z_{ij}^{(MC)}) = k \cdot u(z_{ij}^{(MC)}) = 2 \times 0,40 \mu\text{m} = 0,80 \mu\text{m}$$

Magnitud de influencia	Incertidumbre Típica	Función de Distrib.	Coefficiente de Sensibilidad	Contribución a la Incertidumbre	Grados de Libertad
x_k	$u(x_k)$		$c_k = \frac{\partial z_{ij}^{(MC)}}{\partial x_k}$	$u_k = c_k \cdot u(x_k)$	ν_k
Calibración lineal de DMDA	$u(\delta_0) \cong 0,0015$	normal	$z_{ij}^{(MC)}$	$0,0015 \cdot z_{ij}^{(MC)}$	∞
Deriva temporal del DMDA	$u(\delta_{DER}) = 0,0003$	uniforme	$z_{ij}^{(MC)}$	$0,0003 \cdot z_{ij}^{(MC)}$	∞
Longitud medida de los tramos	$u(\delta_\ell) = 0,01$	uniforme	$z_{ij}^{(MC)}$	$0,01 \cdot z_{ij}^{(MC)}$	∞
Repetibilidad	$s = 0,55 \mu\text{m}$	normal	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$0,39 \mu\text{m}$	50
Incertidumbre Combinada $u(z_{ij}^{(MC)})$			$u(z_{ij}^{(MC)}) \leq 0,40 \mu\text{m}$		
Grados de Libertad $v \left[u \left(z_{ij}^{(MC)} \right) \right]$			$v \left[u \left(z_{ij}^{(MC)} \right) \right] = 55$		
Incertidumbre Expandida $U(z_{ij}^{(MC)})$			$U(z_{ij}^{(MC)}) \leq 0,80 \mu\text{m}$		

Tabla 20: Balance de Incertidumbres para las cotas $z_{ij}^{(MC)}$

8.4. Balance de incertidumbres para el defecto de planitud

En la tabla siguiente aparece el balance de incertidumbres realizado conforme a lo descrito en el apartado 6.1.6 utilizando los datos obtenidos en el apartado 8.2. La incertidumbre típica del defecto de planitud resulta ser la siguiente:

$$\begin{aligned} u_P &= \sqrt{P^2 \cdot 2 \left[u^2(\delta_0) + u^2(\delta_{DER}) + u^2(\delta_l) \right] + s^2} = \\ &= \sqrt{(4,69 \mu\text{m})^2 \cdot 2 \left[(0,0015)^2 + (0,0003)^2 + (0,01)^2 \right] + (0,55 \mu\text{m})^2} = \\ &= 0,56 \mu\text{m} \end{aligned}$$

Los grados de libertad $u(z_{ij}^{(MC)})$ se evalúan de acuerdo con lo comentado en el apartado 6.1.6:

$$v[u(P)] = v(s) \cdot \left(\frac{u(P)}{s} \right)^4 = 50 \times \left(\frac{0,56 \mu\text{m}}{0,55 \mu\text{m}} \right)^4 = 54$$

De nuevo en este caso existe una componente de la incertidumbre (la repetibilidad) que predomina claramente. Por tanto, el defecto de planitud P se distribuirá normalmente al igual que lo hace la repetibilidad.

El número de grados de libertad es también elevado, por lo que se dan nuevamente las dos condiciones mencionadas en el apartado anterior para poder utilizar un factor de cobertura $k = 2$. Consiguientemente la incertidumbre expandida para las cotas sería:

$$U(P) = k \cdot u(P) = 2 \times 0,56 \mu\text{m} = 1,12 \mu\text{m} \cong 1,2 \mu\text{m}$$

Nótese que se sigue manteniendo el convenio de redondear en exceso para evitar infravaloraciones en la incertidumbre.

Magnitud de influencia	Incertidumbre Típica	F.D.	Coefficiente de Sensibilidad	Contribución a la Incertidumbre	Grados de Libertad
x_k	$u(x_k)$		$c_k = \frac{\partial P}{\partial z_k}$	$u_k = c_k \cdot u(x_k)$	ν_k
Calibración lineal de DMDA	$u(\delta_0) \cong 0,0015$	normal	$P \sqrt{2}$	$0,0022 \cdot P$	∞
Deriva temporal del DMDA	$u(\delta_{DER}) = 0,0003$	uniforme	$P \sqrt{2}$	$0,0005 \cdot P$	∞
Longitud medida de los tramos	$u(\delta_\ell) = 0,012$	uniforme	$P \sqrt{2}$	$0,017 \cdot P$	∞
Repetibilidad	$s = 0,55 \mu\text{m}$	normal	1	s	50
Incertidumbre Combinada $u(P)$			$u(P) = 0,56 \mu\text{m}$		
Grados de Libertad $\nu[u(P)]$			$\nu[u(P)] = 54$		
Incertidumbre Expandida $U(P)$			$U(P) = 1,2 \mu\text{m}$		

Tabla 21: Balance de incertidumbres para el defecto de planitud

8.5. Presentación de los resultados

Todos los resultados se redondean a la segunda cifra significativa de su incertidumbre expandida. Así el mapa de cotas $Z_{ij}^{(MC)}$ queda de forma idéntica a la tabla 19 (con apreciación hasta la centésima de micrómetro). Esta información podría presentarse en forma de tabla (tabla 22) conjuntamente con un mapa topográfico (curvas de nivel) de la superficie de trabajo de la mesa (Figura 10).

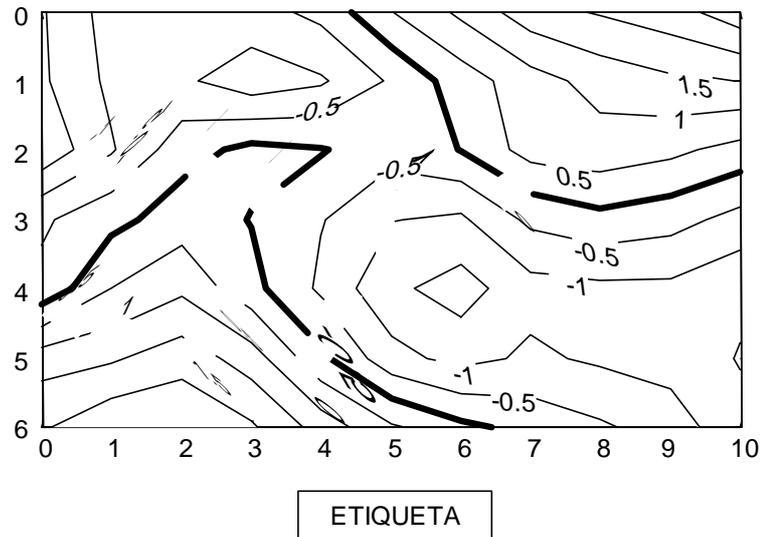
Índice i	Índice j		COTAS Z (respecto plano MC)									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
0	-1.55	-0.79	-0.85	-0.69	-0.37	0.48	1.10	1.78	2.05	2.29	2.80	
1	-1.58	-0.88	-0.90	-1.30	-1.07	-0.43	0.24	0.81	1.17	1.40	1.51	
2	-1.89	-1.06	-0.21	0.14	0.04	-0.31	0.01	0.71	0.81	0.62	0.32	
3	-0.57	-0.17	0.27	-0.02	-0.47	-0.98	-1.09	-0.39	-0.15	-0.31	-0.68	
4	-0.39	0.50	0.88	0.15	-0.59	-1.39	-1.72	-1.17	-1.11	-1.10	-1.40	
5	1.29	1.43	1.81	1.26	0.13	-0.82	-1.16	-0.91	-1.08	-1.20	-1.53	
6	1.93	2.44	2.47	2.08	1.30	0.59	0.14	-0.17	-0.42	-0.75	-1.34	

ETIQUETA

$U(Z) = 0,80 \mu\text{m} (k=2)$ **Todos los datos en μm**

Tabla 22: Presentación de los resultados correspondientes a las cotas de los nodos

Figura 10: Curvas de nivel de la superficie de la mesa



El defecto de planitud P se redondearía a la décima de micrómetro (segunda cifra significativa de su incertidumbre expandida), por lo que este resultado se podría presentar del siguiente modo:

$$P = (4,7 \pm 1,2) \mu\text{m}$$

De acuerdo con la norma UNE 82309-2, la tolerancia T para el defecto de planitud en función de la longitud de la mesa se determina utilizando la siguiente expresión:

$$T = (c_1 \cdot L_D + c_2) \mu\text{m}$$

donde L_D es la longitud de la diagonal de la mesa (expresada en mm y redondeada a la centena de mm), y c_1 y c_2 son dos constantes que dependen de la calidad de la mesa y cuyos valores aparecen en la tabla 23.

	c_1	c_2
Calidad 0	0,003	2,5
Calidad 1	0,006	5
Calidad 2	0,012	10
Calidad 3	0,024	20

Tabla 23: Constantes para la determinación de la tolerancia del defecto de Planitud (UNE 82309-2)

En nuestro caso, $L_D = \sqrt{1100^2 + 700^2} = 1303$ mm y por tanto:

$$T \text{ (calidad 0)} = 0,003 \times 1303 + 2,5 = 6,4 \mu\text{m}$$

Dado que $P + U(P) = 4,7 \mu\text{m} + 1,2 \mu\text{m} = 5,9 \mu\text{m} < T = 6,4 \mu\text{m}$, a la mesa calibrada se le podrá seguir asignando una calidad 0.

8.6. Última calibración del DMDA y datos históricos

El DMDA utilizado (SIL con ópticas angulares) posee una división de escala de 0,1" y ha venido siendo calibrado en un laboratorio acreditado por ENAC durante los últimos 10 años con periodicidad bianual. En el certificado correspondiente a su última calibración (desde la cual han transcurrido 8 meses) se incluye la siguiente información:

Punto de Calibración α_{ci}	Corrección $\Delta\alpha_{ci}$	Incertidumbre $U(\Delta\alpha_{ci})$ (k = 2)
-1800"	+0,9"	2"
-1440"	+0,6"	2"
-1080"	+0,2"	2"
-720"	-0,1"	2"
-360"	0,0"	2"
0"	0,0"	2"
360"	-0,2"	2"
720"	-0,5"	2"
1080"	-0,4"	2"
1440"	-0,7"	2"
2160"	-0,8"	2"
2520"	-0,6"	2"

NOTA: Todos los datos han sido expresados en segundos sexagesimales

Tabla 24: Información sobre la última calibración del DMDA

De acuerdo con lo descrito en el apartado 6.1.1, el parámetro b de la curva de calibración lineal ($\Delta\alpha(\alpha) = a + b \cdot \alpha$) del DMDA se determina de acuerdo con la expresión siguiente:

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (\alpha_{ci} - \bar{\alpha}_c)(\Delta\alpha_{ci} - \Delta\bar{\alpha}_c)}{\sum_{i=1}^n (\alpha_{ci} - \bar{\alpha}_c)^2},$$

$$\text{Donde } \bar{\alpha}_c = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_{ci}}{n} \text{ y } \Delta\bar{\alpha}_c = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta\alpha_{ci}}{n}$$

En nuestro caso $n = 12$ y:

$$\bar{\alpha}_c = \frac{-1800 - 1440 - 1080 - 720 - 360 + 0 + 360 + 720 + 1080 + 1440 + 2160 + 2520}{12} = 240''$$

$$\Delta\bar{\alpha}_c = \frac{0,9 + 0,6 + 0,2 - 0,1 + 0 + 0 - 0,2 - 0,5 - 0,4 - 0,7 - 0,8 - 0,6}{12} = 0,13''$$

$$b = -0,000\ 345$$

La incertidumbre de b , de acuerdo con el apartado 6.1.1 será igual o inferior a:

$$u(b) = \frac{u(\Delta\alpha_c)}{\theta}, \text{ donde } \theta = \frac{\sum_{i=1}^n (\alpha_{ci} - \bar{\alpha}_c)^2}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |(\alpha_{ci} - \bar{\alpha}_c)(\alpha_{cj} - \bar{\alpha}_c)|}}$$

En nuestro caso $\theta = \frac{(21\,340\,800'')^2}{\sqrt{(187\,142\,400'')^2}} = 1560''$, y

$$u(b) = \frac{2''}{1560''} = 0,0013$$

Obsérvese que $b \in [-k \cdot u(b), +k \cdot u(b)]$ para $k = 2$ ⁽¹⁾. Es decir, de alguna manera no puede rechazarse la hipótesis de que el coeficiente b sea nulo y que por azar se haya obtenido un valor ligeramente distinto. Por tanto, no se realizará corrección lineal alguna ($b = 0$), pero por seguridad se adicionará a la incertidumbre de b una componente que tenga en cuenta este hecho:

$$\begin{aligned} u(\delta_0) &= u_{\text{sin corregir}}(b) = \frac{1}{k} \cdot [|b| + k u_{\text{corregido}}(b)] = \\ &= \frac{1}{2} \cdot [0,000\,345 + 2 \times 0,0013] = 0,0015 \end{aligned}$$

Los datos históricos correspondientes a las calibraciones del DMDA realizadas a lo largo de los diez últimos años son los siguientes:

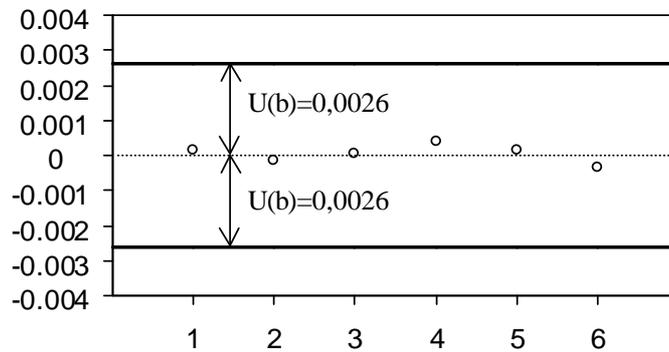
Calibración	b	$U(b)$ para $k = 2$
1	+0,00013	0,0026
2	-0,00015	0,0026
3	+0,00004	0,0026
4	+0,00039	0,0026
5	+0,00017	0,0026
6 (última calibración)	-0,00034	0,0026

Tabla 25: Resumen histórico de calibraciones del DMDA

El contenido de la tabla anterior se ha representado gráficamente en la siguiente:

¹ Los grados de libertad de $u(b)$ son infinitos y se acepta que b se distribuye normalmente, por lo que le corresponde $k = 2$.

Figura 11: Resumen histórico de calibraciones del DMDA



Obsérvese que la oscilación observada en el factor de calibración lineal b es mucho más pequeña que la incertidumbre expandida a él asignada. Por tanto, dichas oscilaciones pueden explicarse en base a dicha incertidumbre sin necesidad de recurrir a posibles efectos adicionales como pudiera ser la deriva del instrumento. Por siguiente, este sería un ejemplo claro en el cual la componente asociada a dicha deriva podría considerarse nula: $u(\delta_{\text{DER}}) = 0$.

En cualquier caso, se decide asumir una postura más conservadora y se estima la componente asociada a la deriva tal y como se describe en el apartado 6.1.2. En la tabla siguiente aparecen las diferencias Δb_i observadas entre cada dos resultados de calibración consecutivos:

Calibraciones		Diferencias Δb
1	2	-0,00028
2	3	+0,00019
3	4	+0,00025
4	5	-0,00022
5	6	-0,00051

Tabla 26: Diferencias entre calibraciones del DMDA

La máxima diferencia entre calibraciones observada ha sido $\Delta b_{\text{max}} = 0,000 51$. Por tanto, la componente asociada a la deriva del instrumento será:

$$u(\delta_{\text{DER}}) = \frac{0,000 51}{\sqrt{3}} = 0,000 30$$

Los grados de libertad asociados a esta estimación de la incertidumbre se considerarán infinitos

$$v[u(\delta_{\text{DE}})] = \infty$$

8.7. Incertidumbre asociada a la regla de trazos

La regla utilizada para medir la longitud media de los tramos es una regla de trazos, de plástico, de 1 m con división de escala de 1 mm. Ha venido siendo calibrada en un laboratorio acreditado por ENAC durante los últimos diez años con una periodicidad bianual. Desde la última calibración han transcurrido únicamente 3 meses. Los resultados de dichas calibraciones aparecen recogidos en la siguiente tabla.

Calibración	$\delta_{\ell,CAL}$	$U(\delta_{\ell,CAL})$ para $k = 2$
1	0,0 mm	0,5 mm
2	0,0 mm	0,5 mm
3	0,0 mm	0,5 mm
4	0,0 mm	0,5 mm
5	0,0 mm	0,5 mm
6 (última calibración)	0,0 mm	0,5 mm

Tabla 27: Resumen histórico de calibraciones de la regla

De acuerdo con los descrito en el apartado 6.1.3 las componentes de la incertidumbre $u(\ell')$ correspondientes a la medida de la longitud ℓ de los tramos son:

- $u(\delta_{\ell,CAL}) = U_{\ell,CAL} / k = 0,5 \text{ mm} / 2 = 0,25 \text{ mm}$
- $u(\delta_{\ell,DER}) = \Delta_{\max} / \sqrt{3} = 0$
- $u(\delta_{\ell,E}) = E_{\ell} / \sqrt{12} = 1 \text{ mm} / \sqrt{12} = 0,29 \text{ mm}$

La incertidumbre típica $u(\ell')$ será:

$$u(\ell') = \sqrt{u^2(\delta_{\ell,CAL}) + u^2(\delta_{\ell,DER}) + u^2(\delta_{\ell,E})} = \sqrt{(0,25 \text{ mm})^2 + (0,29 \text{ mm})^2} = 0,39 \text{ mm}$$

La incertidumbre expandida $U(\ell')$, para $k = 2$, una vez redondeada por exceso a la división de escala será:

$$U(\ell') = 0,78 \text{ mm} \approx 1 \text{ mm}$$

Metrología

NIPO: 113-19-006-0